

論文

[1195] 拡張カルマンフィルタによるコンクリート構造物の熱特性値の推定

正会員○中村秀明 (山口大学社会建設工学科)

正会員 浜田純夫 (山口大学社会建設工学科)

田中周次 (山口大学大学院)

秋本悟志 (山口大学大学院)

1. まえがき

セメントの水和熱に起因する温度応力によってひび割れ発生が予測されるコンクリート構造物については、このひび割れを制御する必要がある。ひび割れを制御するためには、コンクリート構造物の温度分布を推定しなければならず、予測する手段として、近年コンピュータの普及から有限差分法、有限要素法による数値解析法が広く用いられている。しかしながら、このような温度推定の精度は、入力するコンクリートの熱伝導率などの熱特性値によるところが大きい。コンクリートの温度解析に必要な熱特性値としては、発熱特性、熱伝導率、熱伝達率、比熱などであるが、これらの熱特性値は、使用するコンクリートの配合、コンクリートの湿潤状態、温度などによって影響されるものであり、実際の現場において信頼性の高い熱特性値を得ることは、常に可能ではなく、必要に応じて室内での小試料を用いた試験などにより求められるが、試験方法自体定まったものがなく、難しいものであること、試験時のコンクリートの状態などによってデータがかなりばらつくなどの理由から、特別な場合を除いて、既往のデータが用いられている。

実際の場合(以下現場)の構造物、例えば、ダムなどのマスコンクリートの設計、施工等を行う場合、構造物全体の熱伝導現象を十分考慮する必要があり、これらの熱伝導現象を解析する方法として、一般に有限要素法や有限差分法が用いられるが、その解析手法は、初期条件や境界条件および領域形状などを与えて問題の支配微分方程式を数値的に解くといういわゆる順問題解析である。しかし、その解析手法に用いられる熱特性値によって、あるいはモデル化、境界条件等により熱伝導解析の結果は大きく異なる。そこで実験計測から得られた測定データを補助情報として用い数値解析手法を援用して逆に熱特性値を推定する逆問題解析が注目されている。

特に、現場において生ずる熱伝導現象は、非定常熱伝導現象である場合が多く、十分な精度をもった熱伝導現象の解を得るためには、適切なモデル化を行うとともに現場における精度の良い熱特性値が、必要不可欠である。現場における構造物が、不均質成分から構成されたり、あるいは空隙を有したりしているとき、構造物内の全体の領域での水分移動、空気の対流、あるいは熱流方向による伝熱特性の違いの影響によってその熱特性値は異なり、さらに構造物の疲労、亀裂等の影響によってもその値は大きく異なる。また、モデル化に際しても現場での現象を忠実に表すには相当の熟練と経験を必要とする。

これらの状況を踏まえ本研究では、現場の領域における簡便な温度測定と拡張カルマンフィルタと有限要素法を組み合わせた非定常熱伝導逆解析手法により直接熱特性値を推定し、その推定された熱特性値を用い、より正確なコンクリート内部の温度予測を行うことを目的とする。

2. 拡張カルマンフィルタによる熱特性値の推定理論

有限差分法、有限要素法にみられるように、熱伝導方程式の離散化式による熱伝導解析手法は、

ほとんどの現場における熱伝導解析に適用できることから、本研究では、熱伝導方程式の離散化に着目し、Crank-Nicolson型差分、カルマンフィルタの応用等による熱特性値推定の理論展開を行った。

2.1 拡張カルマンフィルタ

カルマンフィルタは、次に示す観測方程式とシステム状態方程式より構成される。[1]

$$y_t = H_t x_t + v_t \quad (1)$$

$$x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t \quad (2)$$

ここで、

- x_t : 時刻 t における n 次元状態ベクトル
- y_t : 時刻 t における p 次元観測ベクトル
- w_t : m 次元システム雑音ベクトル
- v_t : p 次元観測雑音ベクトル
- F_t : $n \times n$ 状態遷移マトリクス
- G_t : $n \times m$ システム雑音マトリクス
- H_t : $p \times n$ 観測マトリクス

式(2)は状態ベクトルの時間的遷移、式(1)は状態ベクトルと観測ベクトルの関係を示している。ここで、 F 、 G 、 H の要素は時間 t のみの確定関数とする。また、雑音ベクトル w 、 v は平均値 0 のガウス白色雑音で、その共分散マトリクスは次のように仮定する。

$$E[w_t w_s^T] = Q_t \delta_{ts} \quad (3)$$

$$E[v_t v_s^T] = R_t \delta_{ts} \quad (4)$$

- ここで、
- Q_t : システムノイズ共分散マトリクス
 - R_t : 観測ノイズ共分散マトリクス
 - δ_{ts} : クロネッカのデルタ

カルマンフィルタは式(1)と式(2)に示したように線形観測方程式と線形システム状態方程式を基本としている。これに対し拡張カルマンフィルタは次式に示す非線形観測方程式と非線形システム状態方程式を基本としている。

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \quad (5)$$

$$x_{t+1} = f_t(x_t) + G_t w_t \quad (6)$$

この基本式に対するアルゴリズムでは、式(5)と式(6)を線形化するために h_t 、 f_t を状態量の推定値 x_{t+1}^* と x_t^* のまわりにテイラー展開し、2次以降を無視すると最終的に

$$y_t = H_t x_t + v_t + h_t(x_{t-1}^*) - H_t x_{t-1}^* \quad (7)$$

$$x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t + f_t(x_t^*) - F_t x_t^* \quad (8)$$

となる。式(7)、(8)を用いてシステムの最適推定値が求まる。拡張カルマンフィルタを用いた最適化のアルゴリズムは文献[1]に詳しく示されている。

2.2 有限要素法を用いた熱伝導率推定法の定式化

拡張カルマンフィルタに有限要素法を組み込み、温度の観測値から熱伝導率を推定するための

定式化を示す。

(a)観測方程式

一般に有限要素法により離散化された非定常熱伝導方程式は次のように表すことができる.[2]

$$[K]\{\phi\}+[C]\left\{\frac{\partial \phi}{\partial t}\right\}=\{f\} \quad (9)$$

ここに、 $[K], \{\phi\}, [C], \left\{\frac{\partial \phi}{\partial t}\right\}$ は、コンクリートの節点に関する熱伝導マトリクス、温度ベクトル、熱容量マトリクスおよび温度の時間変化率ベクトル、 $\{f\}$ は熱流束ベクトルである。

式(9)は空間的に離散化されているものの、時間に関しては未処理のままである。したがって温度 ϕ の他に、その時間微分 $\dot{\phi}$ が変数として残っている。そこでCrank-Nicolsonの方法によって、時間的な離散化を行っておく。この公式を適用するならば式(9)は最終的に次式のような形に表現される。

$$\left(\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{\phi(t+\Delta t)\}=\left(-\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{\phi(t)\}+\{f\} \quad (10)$$

ただし、 Δt は時間増分である。時刻 $t+\Delta t$ における温度 $\{\phi(t+\Delta t)\}$ は式(10)より次のように表される。

$$\{\phi(t+\Delta t)\}=\left(\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)^{-1}\left\{\left(-\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{\phi(t)\}+\{f\}\right\} \quad (11)$$

観測値 y は節点温度 $\{\phi(t+\Delta t)\}$ に観測雑音ベクトル v を加えたものとなるので、観測方程式は次のように定義できる。

$$y=\{\phi(t+\Delta t)\}+v=h(x)+v \quad (12)$$

また、式(9)の両辺を x で偏微分すると最終的に、

$$\left\{\frac{\partial \phi(t+\Delta t)}{\partial x}\right\}=\left(\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)^{-1}\left\{\left(-\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\left\{\frac{\partial \phi(t)}{\partial x}\right\}-\left[\frac{\partial K}{\partial x}\right]\left\{\phi\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)\right\}\right\} \quad (13)$$

となる。

式(12)は式(5)の観測方程式に対応し、式(13)は式(7)の偏微分係数 H_t に対応している。

(b)システム状態方程式

時刻ごとの観測データが読み込まれたならば、時刻ごとの熱特性値(ここでは熱伝導率)である状態量 x は変化しないので状態遷移マトリクス F_t を単位マトリクスとして、また、このようなシステムではノイズの混入は無いものと考え、式(6)あるいは式(8)によるシステム状態方程式は、次のようになる。

$$x_{t+1/t}=I x_{t/t} \quad (14)$$

3. 実験結果と解析結果の比較

3.1 実験概要

本解析手法の妥当性を検討するため、実供試体において温度計測を行い、熱伝導率の推定を行うとともに推定された熱伝導率を用いて温度解析を行った。供試体は、図-1に示すように、普通コンクリートと軽量コンクリートの2種類の異なるコンクリートを用いた2層構造である。供試体内部には、銅製のパイプが埋め込まれており、このパイプに温水を流すことにより周囲のコンクリートに熱を供給している。コンクリート温度の計測には、熱電対（銅-コンスタンタ型、φ6.5mm）を使用し、供試体内に15点配置した。図-2に、熱電対の埋設位置を示す。また、パイプに通す温水の温度はパイプの入口と出口につなげたホース内に取り付けた熱電対によって計測し、入水温が35℃となるよう制御した。なお、測定期間は温水の流しはじめから24時間後までとし、温水は銅管内で流れが乱流となるように毎分1.2ℓ流した。また、測定は室温20℃の恒温室で行った。熱電対によりデータロガーに取り込まれた温度の測定データはGPIBインターフェースを介してパソコンに送られ7000データに記録されデータ処理される。

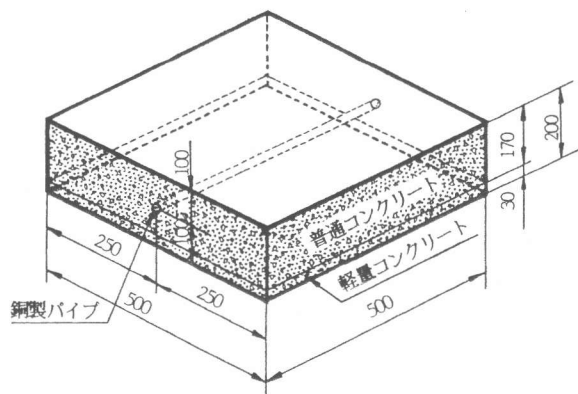


図-1 実験供試体

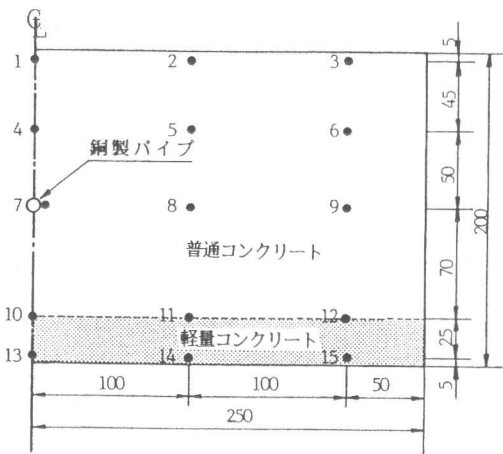


図-2 熱電対埋設位置 (15箇所)

コンクリートの配合は、表-1に示すとおりである。また、同配

表-1 コンクリートの配合

	粗骨材の最大寸法 (mm)	水セメント比 W/C (%)	細骨材率 s/a (%)	単位量(kg/m ³)				
				水 W	セメント C	細骨材 S	粗骨材 G	AE剤 E
普通コンクリート	20	58	40	198	341	693	1104	—
軽量コンクリート	20	47	40	160	340	751	596	0.68

合のもので供試体作製とは別に行った熱伝導率試験（JIS A 1412「保温材の熱伝導率測定方法」）の試験結果を表-2に示す。

表-2 熱伝導率試験 (kcal/mh℃)

	常温域(17℃)	高温域(35℃)
普通コンクリート	1.22	1.28
軽量コンクリート	0.85	0.87

3.2 解析条件

表-3に、解析で用いたコンクリートの熱的性質を示す。コンクリート表面における熱伝達率は、式(15)に示すJurgesの実験式[6]によって求めた。

表-3 温度解析条件

	普通コンクリート	軽量コンクリート
比熱(kcal/kg℃)	0.21	0.41
密度(kg/m ³)	2350	1750

$$\alpha_s = 4.8 + 3.4w \quad (15)$$

ここに、 α_s ：風による熱伝達率(kcal/m²・h・℃)、 w ：風速(m/s)である。

従って恒温室の環境を考慮して無風状態 $w=0$ とした。解析は供試体中央断面を想定し、2次元で行い、有限要素メッシュは、供試体断面が対称であること、熱電対での温度測定位置に節点がくること等を考慮し決めた。また、熱源の取扱いとしては、銅製パイプの位置に対応する節点を温度固定境界（固定温度35℃）とした。図-3に有限要素メッシュ、境界条件を示す。

3.3 実測値と解析との比較

実供試体のコンクリート温度の経時変化ならびにカルマンフィルタを用いて推定した熱伝導率を用いた解析温度（以下解析温度A）、別に行った熱伝導率試験

より求めた熱伝導率を用いた解析温度（以下解析温度B）、さらに、文献[7]で用いられている一般的な熱伝導率（普通コンクリート2.0kcal/mh℃、軽量コンクリート0.6kcal/mh℃）を用いた解析温度（以下温度解析C）を図-4, 5, 6, 7に示す。温度履歴は図-2に示す熱電対のうち5, 8, 11, 14の位置におけるものを示した。なお、熱伝導率推定の過程で用いた観測データは供試体内全体の温度分布が把握できるように熱電対の1, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15の位置のものを用いた。

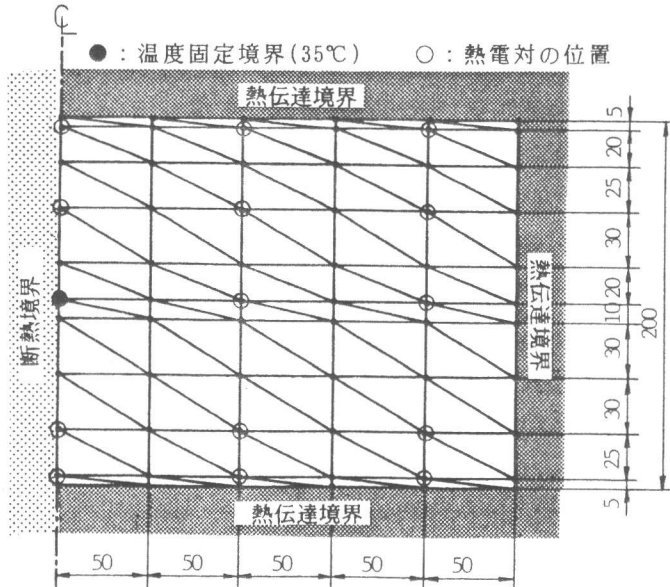


図-3 有限要素メッシュ、境界条件

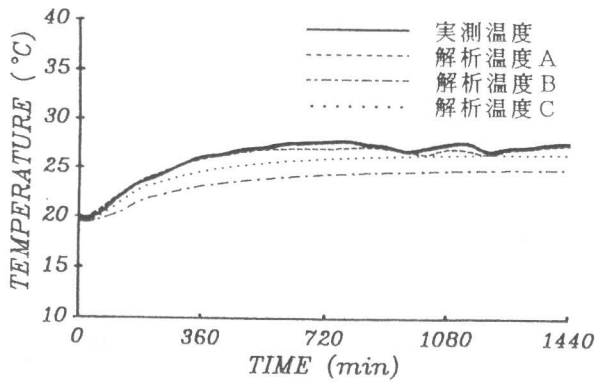


図-4 温度履歴（熱電対5）

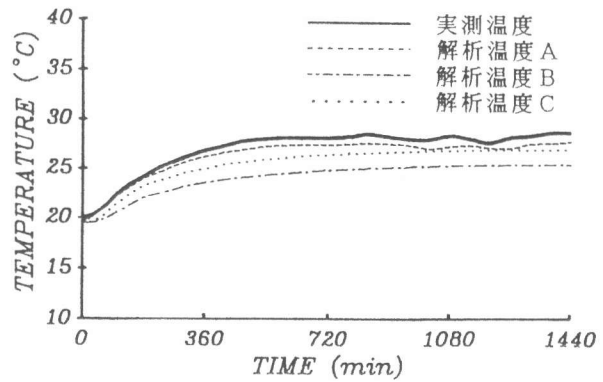


図-5 温度履歴（熱電対8）

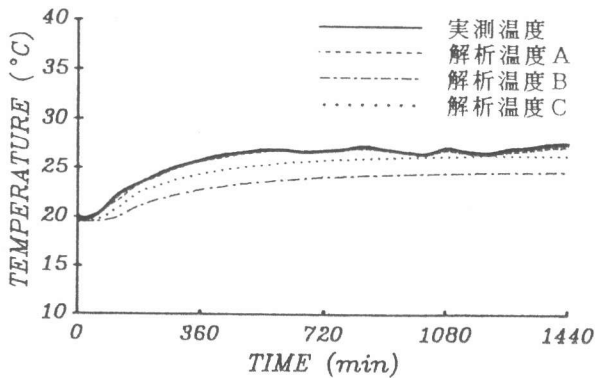


図-6 温度履歴（熱電対11）

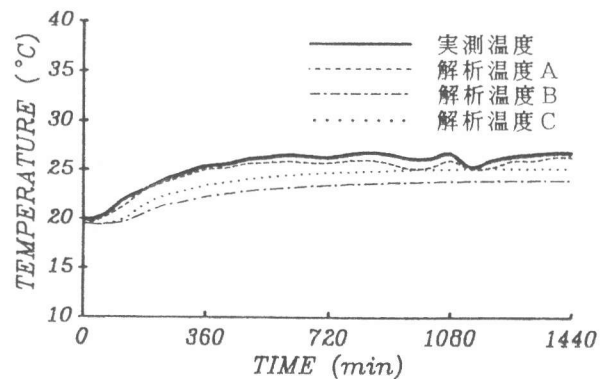


図-7 温度履歴（熱電対14）

どの図も実測温度と解析温度Aは良く一致している。解析温度Bは実験室内で行った熱伝導率試験で求められた熱伝導率を用いた解析結果であるが実測温度とは多少差が生じている。解析温度Cは割合実測温度と似ているが解析温度Aほど一致していない。また、時刻1000min以降で入水温度が変動したために実測温度が上下しているが、解析温度Aではこのような温度変化に対してもある程度追従できる。図-8にカルマンフィルタを用いて推定した熱伝導率を示す。図中▲印は軽量コンクリートで、●印は普通コンクリートである。

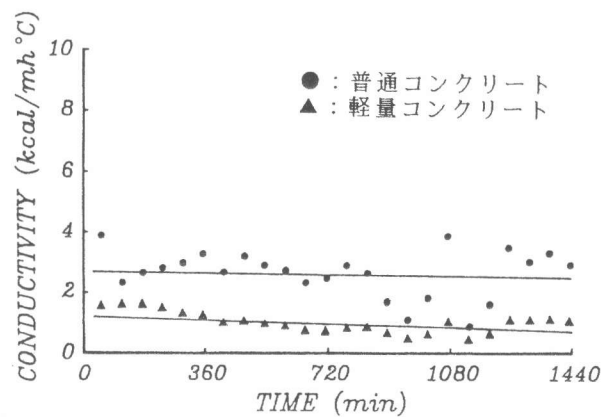


図-8 推定熱伝導率

普通コンクリートの熱伝導率は平均2.6kcal/mh°C程度、軽量コンクリートでは平均1.0kcal/mh°Cである。時刻1000min付近で普通コンクリート、軽量コンクリートともに推定された熱伝導率がばらついているが、これは入水温度が変動したため、解析では入水温度の変化を考慮していないためこのような結果となった。実験室内での熱伝導率試験の結果では、普通コンクリート1.22kcal/mh°C、軽量コンクリート0.85kcal/mh°Cであり、カルマンフィルタで推定された熱伝導率は少し大きめの値となっている。文献[7]で示されている熱伝導率の一般的な値は、普通コンクリートでは、1.3~3.1kcal/mh°C、軽量コンクリートで0.54~0.68kcal/mh°Cであり、これもカルマンフィルタで推定された熱伝導率は少し大きめの値を示している。推定された熱伝導率を用いた解析では、コンクリートの内部温度をかなり正確に求めることができる。

4. 結論

本研究では、拡張カルマンフィルタを用い、現場での温度計測結果からコンクリートの熱伝導率を推定した。推定された熱伝導率は一般的な値よりも少し大きめの値を示しているが、推定された熱伝導率を用いた温度解析では、解析温度は実験値と良く一致した。今後は、最適な観測点配置、有限要素モデル等を検討するとともに、さらに多くの実験計測を行いデータの蓄積を行うつもりである。

【参考文献】

- 1)片山 徹：応用カルマンフィルタ、朝倉書店、1983
- 2)矢川元基：流れと熱伝導の有限要素法入門、培風館、1983
- 3)村上 章、長谷川高士：Kalmanフィルタ有限要素法による逆解析と観測点配置、土木学会論文集第388号Ⅲ-8、1987、pp.227~235
- 4)鈴木 誠、石井 清：拡張カルマンフィルタによる土質定数の空間分布推定、土木学会論文集第406号Ⅲ-11、1989、pp.71~78
- 5)須藤敦史、星谷 勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案、土木学会論文報告集437号Ⅰ-17、1991、pp.203~211
- 6)建築学体系8、彰国社、1957
- 7)日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひびわれ制御指針、1986