

論文

[2033] 鉄筋コンクリートコーベルの耐力算定式について

正会員○上田真稔 (竹中工務店技術研究所)

竹内則雄 (明星大学土木工学科)

正会員 上林厚志 (竹中工務店技術研究所)

樋口晴紀 (安部工業所技術部)

1. はじめに

鉄筋コンクリートコーベルは柱前面より荷重作用位置までの距離と梁の高さの比が1以下の片持ち梁で、せん断の影響が曲げモーメントに比べて大きく、ディープビームに類する。

このような問題に対し、Jensen[1][2]は曲げ破壊を前提として耐力算定式を誘導している。しかし、この式はコンクリートの引張強度については一切触れられておらず、残留強度的な耐力式となっている。また、常に曲げ破壊が発生するとは限らず、せん断破壊やそれらが混合した形式で破壊することも予想される[3]。特に、柱前面より荷重作用位置までの距離が小さい場合はその傾向が顕著に現れる。さらに、同じ荷重作用位置であったとしても、鉄筋量の相違によって破壊形式は異なるであろう。

一方、原ら[3][4]はせん断破壊を前提として、鉄筋コンクリートコーベルの耐力算定式を展開している。この方法は変位の不連続場を用いた極限解析に基づく方法で、鉄筋量およびせん断スパンと高さの比をパラメータとした耐力式となっている。しかし、この耐力式よると、鉄筋量の増加に伴い耐荷力に負勾配が見られ理論的に不都合が生ずる。この主な原因は外力の成す仕事の評価方法にあるものと思われる。

そこで、本論文では上記の二つの破壊要因に対し、曲げ破壊ではコンクリートの引っ張り強度を考慮した耐力式を誘導し、せん断破壊の場合には外力による仕事を変位ベクトルと外力の内積から求め、耐力算定式を求めた。また、これら二つの式より、せん断スパンと高さの比、ならびに鉄筋量をパラメータとして適切な破壊機構と耐荷力を推定する方法を提案する。

2. せん断耐力算定式

せん断耐力式を誘導するにあたり、コーベルに作用する荷重は、図-1に示すよう、鉛直下向きに作用するものとし、水平力は無視するものとする。また、破壊機構は、荷重作用位置とコーベル下方を結ぶ線上で斜めひび割れが発生し、破壊線より任意の角度 α の方向に変位 V が生ずるものとした。このとき、上界定理によれば、耐荷力は外力の成す仕事とコンクリートおよび鉄筋の内部塑性仕事より求めることができる。

原らは破壊面に沿った方向の外力成分を用い、式(1)のように外力による仕事を定義している。

$$W_E = \frac{P}{\sin \theta} \cdot V \cdot \cos \alpha \tag{1}$$

本論文では式(2)のように全荷重ベクトル(P)と変位ベクトル(V)との内積をとり仕事を評価した。

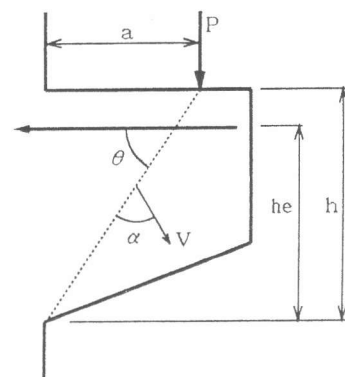


図-1 せん断破壊機構

$$W_E = P \cdot V \cdot \sin(\alpha + \theta) \quad (2)$$

一方、鉄筋の内部塑性仕事は、鉄筋が降伏しているという前提のもとに、変位ベクトルの水平成分と鉄筋の引張力 (T) の内積より式 (3) のように求めることができる。

$$W_{IR} = -T \cdot V \cdot \cos(\alpha + \theta) = -A_s \cdot \sigma_{sy} \cdot V \cdot \cos(\alpha + \theta) \quad (3)$$

ここで、 A_s は主鉄筋量を、 σ_{sy} は鉄筋の降伏強度を表しているものとする。また、コンクリートの内部塑性仕事は有効係数 ν を考慮し、原とまったく同様、式 (4) のように求めることができる。

$$W_{IC} = V \left(\frac{1 - \sin \alpha}{2} \cdot \nu \cdot \sigma_c + \frac{\sin \alpha - \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \nu \cdot \sigma_t \right) \frac{b \cdot h}{\sin \theta} \quad (4)$$

いま、コンクリートの引張強度、圧縮強度、内部摩擦角をそれぞれ σ_t 、 σ_c 、 ϕ とし奥行きを b とする。

以上の関係に上界定理を適用すれば、($W_E = W_{IR} + W_{IC}$) より、式 (5) を求めることができる。

$$P \sin(\alpha + \theta) = \left(\frac{1 - \sin \alpha}{2} \nu \cdot \sigma_c + \frac{\sin \alpha - \sin \phi}{1 - \sin \phi} \nu \cdot \sigma_t \right) \frac{b \cdot h}{\sin \theta} - A_s \cdot \sigma_{sy} \cdot \cos(\alpha + \theta) \quad (5)$$

$\tau = P/(bh)$ 、 $\beta_y = (A_s \sigma_{sy})/(bh \sigma_c)$ 、 $\kappa = \sigma_t / \sigma_c$ とすれば、式 (5) は次のように整理することができる。

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{\nu}{2 \sin \theta} \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta)} + \frac{\nu \kappa}{(1 - \sin \phi) \sin \theta} \cdot \frac{\sin \alpha - \sin \phi}{\sin(\alpha + \theta)} - \beta_y \frac{\cos(\alpha + \theta)}{\sin(\alpha + \theta)} \quad (6)$$

式 (6) において α は未定であるが、文献 [2] に従い条件分けを行うことで、 β_y の領域を考慮したせん断耐力式を誘導することができる。

1) $\alpha > \phi$ の場合

式 (6) において、最小の耐力を与える角度 α は、 $d\tau/d\alpha = 0$ より、次のように求められる。

$$\cos(\alpha + \theta) = \left\{ -1 + \frac{2(\beta_y + \nu\kappa)(1 - \sin \phi)}{\nu(1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi)} \right\} \sin \theta \quad (7)$$

この結果を式 (6) に代入すれば、 $\lambda = a/h$ として、耐力は以下のようになる。

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = (\beta_y + \nu\kappa) \sqrt{-1 + \frac{\nu(1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi)}{(\beta_y + \nu\kappa)(1 - \sin \phi)} + \left\{ \frac{\lambda\nu(1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi)}{2(\beta_y + \nu\kappa)(1 - \sin \phi)} \right\}^2 - \frac{\lambda}{2} \left\{ \frac{\nu(1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi)}{1 - \sin \phi} - 2\nu\kappa \right\}} \quad (8)$$

$$\beta_y < \frac{\nu}{2}(1 - \sin \phi + \lambda \cos \phi) \frac{1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi}{1 - \sin \phi} - \nu\kappa \quad (9)$$

2) $\alpha = \phi$ の場合

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\sigma_c} &= \frac{\nu}{2 \sin \theta} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{\sin(\phi + \theta)} - \beta_y \frac{\cos(\phi + \theta)}{\sin(\phi + \theta)} \\ &= \frac{\nu(1 - \sin \phi)(1 + \lambda^2) - 2\beta_y(\lambda \cos \phi - \sin \phi)}{2(\lambda \sin \phi + \cos \phi)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\nu}{2}(1 - \sin \phi + \lambda \cos \phi) \frac{1 - \sin \phi - 2\kappa \sin \phi}{1 - \sin \phi} - \nu\kappa \leq \beta_y < \frac{\nu}{2}(1 - \sin \phi + \lambda \cos \phi) \quad (11)$$

3) $\pi/2 - \theta < \alpha < \phi$ の場合

(1) の場合と同様、 α に関する微分より、次のような関係が得られる。

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{\nu}{2 \sin \theta} \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta)} - \beta_y \frac{\cos(\alpha + \theta)}{\sin(\alpha + \theta)} \quad (12)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \left(-1 + \frac{2}{\nu}\beta_y\right) \sin \theta \quad (13)$$

したがって、耐力式は次のようになる。

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \sqrt{\beta_y(\nu - \beta_y) + \left(\frac{\nu}{2}\lambda\right)^2} - \frac{\nu}{2}\lambda \quad (14)$$

$$\frac{\nu}{2}(1 - \sin \phi + \lambda \cos \phi) \leq \beta_y < \frac{\nu}{2} \quad (15)$$

4) $\alpha = \pi/2 - \theta$ の場合

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{\nu}{2} \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \theta \cdot \sin(\alpha + \theta)} - \beta_y \frac{\cos(\alpha + \theta)}{\sin(\alpha + \theta)} = \frac{\nu}{2}(\sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda) \quad (16)$$

$$\beta_y \geq \frac{\nu}{2} \quad (17)$$

但し、(16)は鉄筋量、鉄筋の降伏強度に依存せず、コンクリートの圧壊による耐力を示している。

以上、せん断破壊が発生した場合の耐力式を誘導した。 β_y の連続条件を考慮すれば、本式の適用範囲は、 $0 \leq \lambda \leq \tan \phi$ となる。縦軸を外力に比例する無次元量 (τ/σ_c)、横軸を鉄筋量に関する無次元量 (β_y) とし、 $\lambda=0, 0.5, 0.75$ について整理した結果を図-2に示す。ただし、 $\nu=2/3$ とした。図からも理解できるように、本耐力式では、鉄筋量の増加に伴う耐力の低下は見られない。

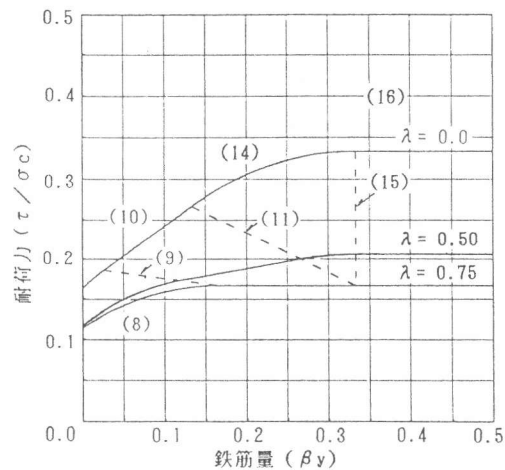


図-2 せん断破壊における耐力の関係

3. 曲げ耐力式

Jensenによる曲げ破壊機構は、図-3に示すよう、AC間に引張亀裂が発生し、その後、AB間が圧壊して破壊に至るものと仮定している。このとき、耐荷力算定式は、点Aにおける回転角 α を利用し、次のような仕事から求めている。

$$W_E = P(a + X)\alpha \quad (18)$$

$$W_{IR} = A_s \sigma_{sy} (h_e - Y)\alpha \quad (19)$$

$$W_{IC} = \frac{1}{2} \nu \sigma_c (X^2 + Y^2) \alpha b \quad (20)$$

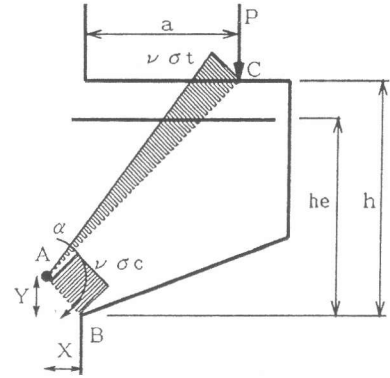


図-3 曲げ破壊機構

これは、AC間が引っ張りクラックの発生によりすでに開いているという前提の基に導かれた式であり、AB間の圧壊と鉄筋の降伏による仕事だけが評価の対象となっている。しかし、鉄筋量が少ない場合には、コンクリートの引張強度も耐荷力に影響を与えているものと思われる。そこで、本論文ではコンクリートの引張強度による仕事を評価するため、図のような三角形に分布した応力状態を仮定した。ただし、これは鉄筋によるテンションスティフニング効果がほとんど生じていない場合である。引張強度は圧縮強度の1/10として式(20)を次のように修正した。

$$W_{IC} = \frac{\nu}{30} \sigma_c \{ (X + a)^2 + (h - Y)^2 + 15(X^2 + Y^2) \} \alpha b \quad (21)$$

この結果、外部仕事と内部仕事の釣り合いより、次の式が得られる。

$$\frac{P}{\sigma_c} = \frac{\nu \{ (X + a)^2 + (h - Y)^2 + 15(X^2 + Y^2) \} + 30 \beta_y h (h_e - Y)}{30(X + a)} \cdot b \quad (22)$$

上界値を与えるXおよびYは、式(22)を、それぞれ、XとYで微分し、 $dP/dX = dP/dY = 0$ と置くことにより次のように求めることができる。

$$X = -a + \sqrt{\frac{15}{8} \left\{ \frac{a^2}{2} + \frac{\beta_y h}{\nu} (h_e - Kh - \frac{h}{16}) + \frac{h^2}{30} (16K^2 + \frac{15}{16}) \right\}} \quad Y = h \left(K + \frac{1}{16} \right) \quad (23)$$

ここで、 $K = (15 \beta_y) / (16)$ である。式(23)を式(22)に代入し、 $\tau = P / (bh)$ とすれば、それぞれの条件に応じて次のような耐力式を誘導することができる。

1) $h_e - Y > 0$ の場合

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{16\nu}{15} \sqrt{\frac{15}{8} \left\{ \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\beta_y}{\nu} \left(\frac{h_e}{h} - K - \frac{1}{16} \right) + \frac{1}{30} (16K^2 + \frac{15}{16}) \right\}} - \lambda \nu \quad (24)$$

$$\beta_y < \frac{16\nu}{15} \left(\frac{h_e}{h} - \frac{1}{16} \right) \quad (25)$$

2) $h_e - Y = 0$ の場合

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{16\nu}{15} \sqrt{\frac{15}{8} \left[\frac{\lambda^2}{2} + \frac{1}{30} \left\{ \left(1 - \frac{h_e}{h}\right)^2 + 15 \left(\frac{h_e}{h}\right)^2 \right\} \right]} - \lambda\nu \quad (26)$$

$$\beta_y \geq \frac{16\nu}{15} \left(\frac{h_e}{h} - \frac{1}{16} \right) \quad (27)$$

以上の結果を、縦軸に (τ/σ_c) をとり、横軸に (β_y) をとって整理したものが図-4 に示されている。当然ながら、本耐力式において引張強度を無視すればJensenの結果と同じになる。図-5 はJensenの耐力式による結果を示した図である。本来のJensenの式では、鉄筋量が0の場合、耐荷力も0となる。これは先に述べた通り、コンクリートの引張強度を無視していることに起因する。そこで、図-5 では無筋状態においてコンクリートの引張強度を考慮した結果を水平にカットし、Jensenの式との交点を求め、その値を耐力として図の左端の水平部分をプロットしている。

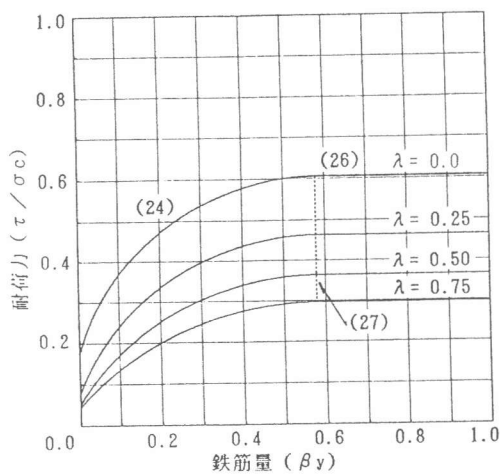


図-4 曲げ耐力式

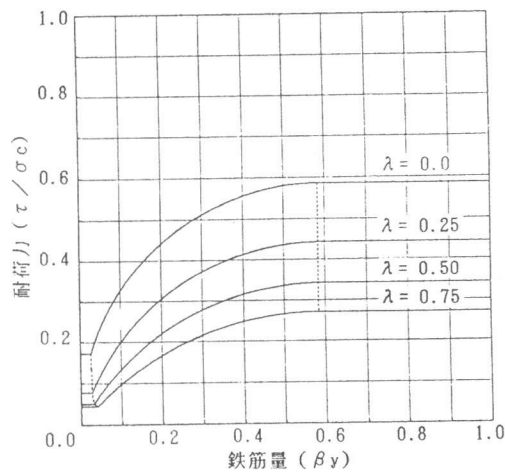


図-5 Jensenの曲げ耐力式

4. 耐力と適用範囲

鉄筋コンクリートコーベルの破壊耐力はせん断モデルによる式(6)と曲げモデルによる式(22)の2つの破壊モデルにより β_y 、 λ をパラメータとして求めることができる。図-2、図-4を重ね合わせた結果が図-6に示されている。この図より、鉄筋量が少ない場合、曲げ破壊により耐力が決まり、鉄筋量が増加するとせん断破壊領域になることが理解できる。ただし、 λ が0の場合は、鉄筋量の大小にかかわらず、曲げ破壊は発生しない。

図-7は λ が0.4の場合の鉄筋量と耐荷力の関係を示したものである。点線で示された耐力式1は本論文で提案したコンクリートの引張強度を考慮した

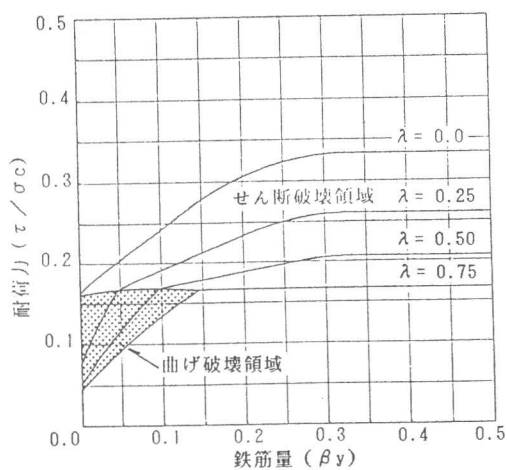
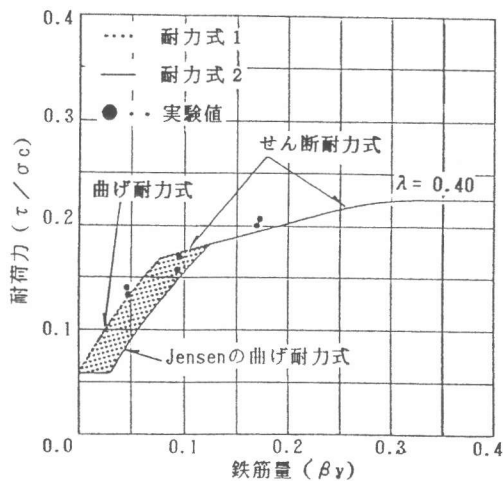
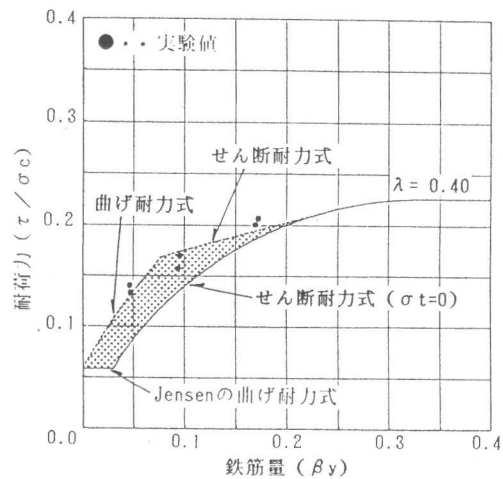


図-6 破壊領域



図一七 鉄筋量と耐力の関係1



図一八 鉄筋量と耐力の関係2

曲げ耐方式による結果とせん断耐方式による結果を示している。一方、実線で示された耐方式2は図一5に示したJensenの式と本論文で提案したせん断耐方式から求めた関係を表している。網かけの部分が両者の相違で、厳密にはこの間に正しい解があるものと思われる。黒丸印は原らによる実験結果を表している。

図一8には図一7に示した耐方式1をそのまま点線で、また、耐方式2におけるせん断破壊に対して、コンクリートの引張強度を無視した場合を実線で表した結果が示されている。実線部分はカット部を除き、すべてせん断破壊により耐力が決定している。鉄筋量が増加するとせん断破壊によって耐力が決まるが、このとき、コンクリートの引張強度を考慮した結果と無視した結果は同じ値になる。図一7と同様、黒丸印は原らによる実験結果である。

5. むすび

鉄筋コンクリートコーベルの耐方式を曲げおよびせん断破壊の両者の立場から誘導した。これらの関係から、次のような結論を得た。

- 1) せん断耐方式において、鉄筋量増加にともない、原らのような耐力の低下は見られない。
- 2) 曲げ耐方式の場合、Jensenの式では無筋状態で耐力が0となるが、コンクリートの引張強度を考慮することで、このような不自然な現象を防ぐことができた。
- 3) 鉄筋量 (βy) ならびにせん断スパンと高さの比 ($\lambda = a/h$) をパラメータとして、簡易的に破壊機構と耐力の推定が行なえるようになったものと思われる。

本論文を作成するにあたり、高野令男君（明星大学学生）の協力を得ました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- [1]Jensen,B.C: "Reinforced Concrete Corbel-Some Exact Solutions", IABSE Colloquium 1979, Final Rep., p293-p300
- [2]W.F.Chen: "コンクリート構造物の塑性解析", 丸善出版, p311-p331
- [3]原・大塚, 第1回RC構造物のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文, 1982-6, p49-p54
- [4]原・大塚, 第2回RC構造物のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集, 1983-10, p105-p110