

論文

[2103] 段階的積分法によるクリープ解析を導入した斜材張力の最適化

正会員 ○ 石黒 如 (パシフィックコンサルタンツ)

今村 晃久 (ドーピー建設工業)

立神 久雄 (ドーピー建設工業)

1. まえがき

近年, 我が国の建設分野においても景観が重視されるようになり, これに伴ってPC斜張橋が飛躍的に増加してきた。PC斜張橋の設計では, 主桁PC鋼材によるプレストレスの操作に加え, 斜材張力の調整によっても構造各部を適切な応力状態に誘導することができる。しかし, コストの面から見れば斜材にかかる工費は主桁PC鋼材のそれに比べてかなり割高であり, 斜材鋼材量の抑制は建設コストの低減に大きく寄与する。そこで, 本論文では, 部材の断面性能と主桁PC鋼材配置を仮定した場合について, 架設時および完成時の各種許容値から定まる制約条件の下で斜材鋼材量が最小となるような斜材張力の組合せを最適値と考え, 単一目的線形計画法を用いて斜材張力の最適化を行う方法を提案した。

しかし一方で, PC斜張橋は, 従来のプレストレストコンクリート橋に比べてはるかに高次の不静定構造である上に, コンクリート製の主桁・主塔と鋼製の斜材から成る複合構造でもあるため, クリープおよび乾燥収縮による断面力の移行量が重要な問題となる。クリープ解析において考慮する必要のある要因としては, 次の事項が挙げられる。

- 1) 荷重の作用時刻による遅れ弾性歪み係数の違い。
- 2) コンクリート材令による弾性係数, フロー歪み係数, 乾燥収縮度の違い。
- 3) 鉄筋およびPC鋼材によるコンクリートの変形の拘束。
- 4) クリープ進行中に繰り返し起きる構造系の変化。

本論文では, これらの要因を総合的に評価するため, 斜材張力最適化の前提となるクリープ解析に鋼材の拘束とコンクリート弾性係数の変化を考慮した段階的積分法を導入した。そして最後に, 以上の計算方法を用いてPC斜張橋の斜材張力最適化を行った結果を示した。

2. クリープ解析

最初のコンクリート打設から移行量計算時刻 t までを n 個の小さな時間間隔 Δt に分割し, 各 Δt 間の断面力の増分を $\{\Delta F_c\}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) とするとき, 時刻 $t - \Delta t$ から t までに部材に生じるクリープ・乾燥収縮による変形を完全に拘束するのに必要な固定端力 $\{\Delta F_{c\phi a}\}_n$ は (1) 式で与えられる。但し, これはコンクリートの純断面に対する力であり, $[K_c]_n$ は時刻 t の材令におけるコンクリート純断面の部材剛性マトリックスを表わす。 $[E]$ は単位マトリックスを表わす。また, Δt 間の遅れ弾性歪み係数および $\Delta\phi_d$ フロー歪み係数 $\Delta\phi_r$ は 文献1) によるものとし, 時刻 t におけるコンクリート弾性係数の進行度 K_n は 文献2) によるものとする。

$$\{\Delta F_{c\phi a}\}_n = -K_n \sum_{i=0}^{n-1} \{\Delta F_c\}_i (\Delta\phi_d + \Delta\phi_r)_{i,n} - [K_c]_n [E] \{\Delta\delta_s\}_n \quad (1)$$

ここで, 部材両端の節点力 $\{F\}$ および変位 $\{\delta\}$ は図-1の向きを正とする。 Δt 間に

生じる乾燥収縮の増分 $\{\Delta\delta_s\}$ は(2)式に示す通り。但し、 Δt 間の乾燥収縮度 $\Delta\epsilon_s$ は文献1)によるものとする。

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} N_k \\ S_k \\ M_k \\ N_l \\ S_l \\ M_l \end{Bmatrix}, \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \\ r_k \\ u_l \\ v_l \\ r_l \end{Bmatrix}, \quad \{\Delta\delta_s\} = \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_s \ell / 2 \\ 0 \\ 0 \\ -\Delta\epsilon_s \ell / 2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

一方、換算断面(合成断面)に生じた変形を純断面に対する値に変換するためのマトリックスを

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & e_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & e_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

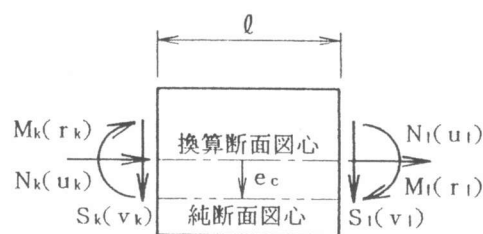


図-1 部材諸元

とすれば、拘束の解放によって換算断面に作用する等価節点力 $\{\Delta F_{\varphi 0}\}_n$ は次式で与えられる。

$$\{\Delta F_{\varphi 0}\}_n = K_n \sum_{i=0}^{n-1} [D]_n^T \{\Delta F_c\}_i (\Delta\varphi_d + \Delta\varphi_f)_{i,n} + [D]_n^T [K_c]_n [E] \{\Delta\delta_s\}_n \quad (4)$$

この等価節点力を全体構造系に作用させて変形法で解けば、移行量の不静定分 $\{\Delta F_{\varphi 1}\}_n$ が得られる。さらに、各 Δt 間の弾性変形による換算断面に対する断面力の増分を $\{\Delta F_c\}_i$ で表わせば、 $t \geq 0$ に対して(5)式が成り立つ。但し、 $t=0$ (即ち $i=0$)のとき $\{\Delta F_{c\varphi 0}\}_i = \{\Delta F_{\varphi 0}\}_i = \{\Delta F_{\varphi 1}\}_i = 0$ となる。

$$\{\Delta F_c\}_i = \{\Delta F_{c\varphi 0}\}_i + [A]_i (\{\Delta F_c\}_i + \{\Delta F_{\varphi 0}\}_i + \{\Delta F_{\varphi 1}\}_i) \quad (5)$$

以上の算式を用いて数値積分を行えば、クリープおよび乾燥収縮による断面力移行量が求められる。但し、図-2のように部材断面に鋼材をm段配置したときの分配マトリックス $[A]$ は(6)式で与えられる。

$$[A] = \begin{bmatrix} \alpha_c & 0 & \beta_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_c & 0 & \beta_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c \end{bmatrix}$$

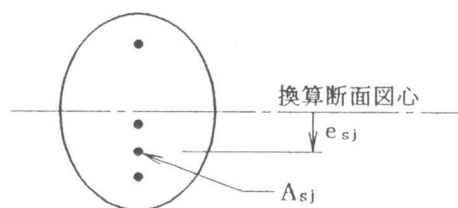


図-2 部材断面

$$\begin{aligned} \alpha_c &= A_c / A, \quad \beta_c = A_c e_c / I, \quad \gamma_c = I_c / I, \quad \alpha_s = \sum_{j=1}^m n_j A_{s_j} / A, \\ A &= A_c + \sum_{j=1}^m n_j A_{s_j}, \quad I = I_c + A_c e_c + \sum_{j=1}^m n_j (I_{s_j} + A_{s_j} e_{s_j}), \\ n_j &= E_{s_j} / E_c \end{aligned} \quad (6)$$

3. 斜材張力の最適化

前述のクリーブ解析において、弾性変形による断面力としてただ一回の斜材調整を考え、その単位調整量 $\{P^*\}$ によって生じる断面力を $\{F^*\}$ とすれば、 $t=0$ (即ち $i=0$) のとき $\{\Delta F_e\} = \{F^*\}$, $\{\Delta F_{c\varphi_a}\}_0 = \{\Delta F_{\varphi_0}\}_0 = \{\Delta F_{\varphi_1}\}_0 = 0$ だから、 $\{\Delta F_c\}_0 = [A]_0 \{F^*\}$ となる。また、 $t>0$ (即ち $i=1, 2, \dots, n$) のときには $\{\Delta F_e\}_i = 0$ であり、 $\{\Delta F_{\varphi_0}\}_i$ から $\{\Delta F_{\varphi_1}\}_i$ を計算できるから、一般に

$$\begin{aligned} \{\Delta F_{c\varphi_a}\}_k &= -K_k \sum_{i=0}^{k-1} \{\Delta F_c\}_i (\Delta\varphi_d + \Delta\varphi_f)_{ik} \\ \{\Delta F_{\varphi_0}\}_k &= K_k \sum_{i=0}^{k-1} [D]_k^i \{\Delta F_c\}_i (\Delta\varphi_d + \Delta\varphi_f)_{ik} \\ \{\Delta F_c\}_k &= \{\Delta F_{c\varphi_a}\}_k + [A]_k (\{\Delta F_{\varphi_0}\}_k + \{\Delta F_{\varphi_1}\}_k) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで、時刻 t における斜材調整による断面力とその移行量の合計は(8)式で与えられるから、 $\{F_c\}_n$ は $\{F^*\}$ および $\{P^*\}$ に対して線形である。

$$\{F_c\}_n = \sum_{k=0}^n \{\Delta F_c\}_k \quad (8)$$

さらに、斜材調整を N 回行うものとして前式の $\{F_c\}_n$ を $\{F_c\}_{n_j}$ ($j=1, 2, \dots, N$) とおき、斜材調整以外の荷重および乾燥収縮による断面力とそれらの移行量を $\{F_w\}_n$ とすれば、断面力の合計は

$$\{F\}_n = \sum_{j=1}^N \{F_c\}_{n_j} + \{F_w\}_n \quad (9)$$

となる。従って、斜材調整量を $\{P\}_j = \{P^*\}_j \cdot x_j$ とおくと、断面力の合計 $\{F\}_n$ がその許容値 $\{F_a\}$ を満足するためには、

$$\sum_{j=1}^N \{F_c\}_{n_j} \cdot x_j \leq \{F_a\} - \{F_w\}_n \quad (10)$$

となるような x_j の組合せを計算すればよい。

文献3)によれば、変位 $\{\delta\}$ に対しても(9)式と同様の関係が成り立つ。また、(10)式の関係は断面力と変位、或いは異なる n が混在しても成り立つから、次のように一般化できる。

$$[I_v] \{X\} \leq \{V_a\} - \{V_w\} \quad (11)$$

ここで、 $[I_v]$ は斜材調整量の各種設計変数に対する影響値、 $\{V_a\}$ は各種設計変数の許容値、 $\{V_w\}$ 斜材調整以外の荷重および乾燥収縮による各種設計変数の値を表わす。また、 $\{X\}$ は

単位調整量に対する倍率を表わす決定変数であり，斜材調整量は次式で与えられる。

$$\{ P \} = \{ X \}^T \{ P^* \} \quad (12)$$

一方，(9)式は斜材張力に対しても成り立つから，斜材調整量の各斜材張力に対する影響値を $[I_c]$ ，斜材調整以外の荷重および乾燥収縮による各斜材張力を $\{ T_w \}$ とすれば，各斜材の合計張力 $\{ T \}$ は(13)式で表わされる。

$$\{ T \} = [I_c] \{ X \} + \{ T_w \} \quad (13)$$

従って，各斜材の単位張力に対する必要鋼材量を $\{ L^* \}$ とすれば，斜材鋼材量の合計 Z^* は次式で与えられる。

$$Z^* = \{ L^* \}^T ([I_c] \{ X \} + \{ T_w \}) \quad (14)$$

さらに，斜材に使用する鋼材が一種類ならば単位張力に対する各斜材の必要断面積が等しいことと $\{ T_w \}$ が定数項であることに着目すれば，制約条件(11)の下で(15)式に示す目的関数 Z を最小にする $\{ X \}$ を求めることにより，(12)式から斜材鋼材量が最小となる最適斜材調整量を決定できる。但し， $\{ L \}$ は各斜材の長さを表わす。

$$Z = \{ L \}^T [I_c] \{ X \} \quad (15)$$

これは単一目的線形計画の問題であり，決定変数 $\{ X \}$ の最適解はシンプレックス法を用いて計算することができる。

4. 計算例

図-3のようなPC斜張橋について，本論文の方法を用いた斜材張力の最適化を行う。計算に使用する施工順序および日数は後掲の図-4に示す通りであり，斜材調整については各斜材毎に張出し施工時の一次調整と橋体完成後の二次調整の二回ずつ行うこととする。

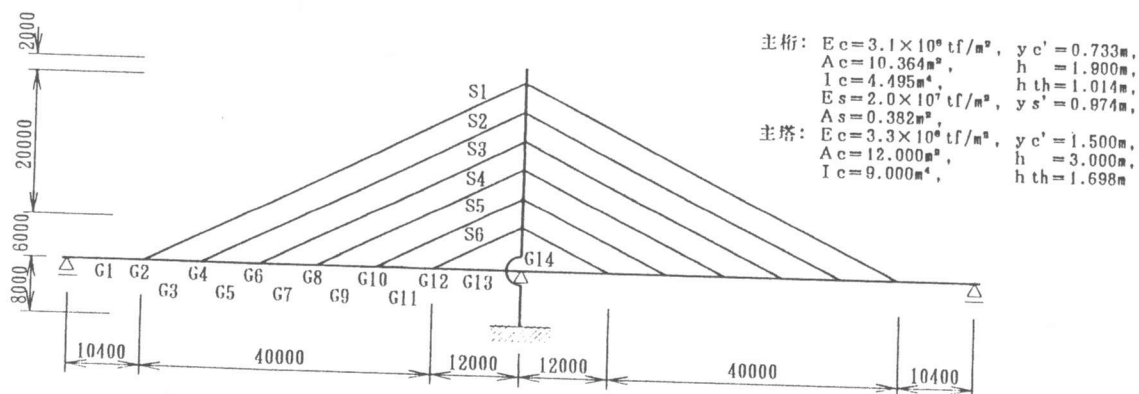


図-3 計算用モデル

以上の通り最適解 { X } が求まり、最適斜材調整量 { P } および最適斜材張力 { T } として満足できる値が得られた。また、次のような点に留意する必要があることがわかった。

- 1) 表-2に示したS1斜材の最適斜材張力の値が、表-1で設定した設計荷重時の斜材張力に対する下限の許容値 -500tfを下回っている。これは計算機の有効桁数の不足による誤差である。このことから最適化計算では有効桁数を大きくとる必要があることがわかる。
- 2) 表-2に示したS3斜材の最適斜材張力の値が他の斜材に比べて突出した値となっている。これは制約条件の選び方や許容値の余裕によって生じたものである。このようなバラツキをなくすために、斜材張力の最適化では制約条件を厳しく設定する必要がある。制約条件の幅が十分に狭まれば、何を目的関数とするかはあまり重要でなくなることも考えられる。
- 3) 2)のバラツキが生じたもう一つの理由として、同一構造系の同一設計変数(この計算例では斜材張力)に対して上限と下限の許容値を同時に設定できないことが挙げられる。

5. まとめ

これまでにも、PC斜張橋における斜材張力の最適化についての論文および報告が発表されているが、最適化の前提となるクリープ解析については具体的な説明が省略されているか、或いは近似式を用いていた。本論文は、斜材張力の最適化計算に鋼材の拘束とコンクリート弾性係数の変化を考慮した段階的積分法を導入する方法を具体的に示した点に意義があると考えられる。また、段階的積分法の各計算ステップにおける各種設計変数の途中経過を用いれば、架設時の制約条件と完成時の制約条件を混在させた最適化も可能であり、実用性にも優れている。さらに、本論文でその値を仮定することとした部材の断面性能および主桁PC鋼材配置を変化させて検討すれば、PC斜張橋としての総合的な最適設計を行うことができる。

計算例では、制約条件として架設時および完成時の曲げモーメント、軸力、鉛直変位、コンクリート応力度が混在する場合を示したが、最適値として満足できる結果が得られた。

6. 参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説(I)(III), 日本道路協会, 1990
- 2) コンクリート道路橋設計便覧, 日本道路協会, 1985
- 3) 石黒 如: 鋼材の拘束を考慮した段階的積分法によるPC斜張橋のクリープ解析, コンクリート工学年次論文報告集, vol.13, No.2, pp.121-126, 1991
- 4) 藤井 学・宮本 文穂・小深田 祥法: PC斜張橋の斜材張力および主桁プレストレスの最適化に関する研究, 土木学会論文集, vol.408, V-11, Aug.1989
- 5) 新井 英雄・春日 昭夫・熊谷 紳一郎・角谷 務・古川 浩平: 最適化手法を用いたPC斜張橋の斜材張力決定法, 橋梁と基礎, Dec.1990
- 6) 石村 玄二・江口 孝・池庄司 和臣: PC斜張橋のクリープによる不静定力を考慮した斜材設置時導入張力の設定に関する一提案, プレストレストコンクリート, vol.33, No.1, Jan.1991