

論文

[1160] 信頼性解析によるコンクリートの劣化予測の検討

桜井 宏*1・鮎田耕一*2・佐伯 昇*3・阿部 誠*4

1.はじめに

コンクリート構造物の耐用年数予測評価は、コンクリート構造物の維持管理や耐久性設計に必要不可欠であり、この時の中心的な検討内容には劣化予測がある。本研究では劣化予測を信頼性理論により、一例として寒冷地海洋環境下の曝露実験による表面剥離深さの測定データを用いて、理論的に検討を行う。

2.検討方法

2.1.検討方法

2.1.1.検討手順

検討方法のフローを図-1に示す。検討方法として劣化の定義、限界値とそれに達する前の段階の設定値を仮定する。理論式の導入を行う。2.2での述べる測定より得た解析データのインプットを行う。重回帰分析などにより劣化の主要な要因を抽出する。適切な確率密度関数を求め、その主要因を共変量として設定値に達したものを故障(hazard)と仮定して信頼性解析(解析プログラム:SAS.LIFEREG)により確率密度関数を求め、それを積分して信頼度関数を求める。また、適切な確率密度関数と信頼度関数の選定を行う。さらに信頼度関数の共変量を変動させて信頼度関数の形状を検討し、信頼度の経年変化を考察する。

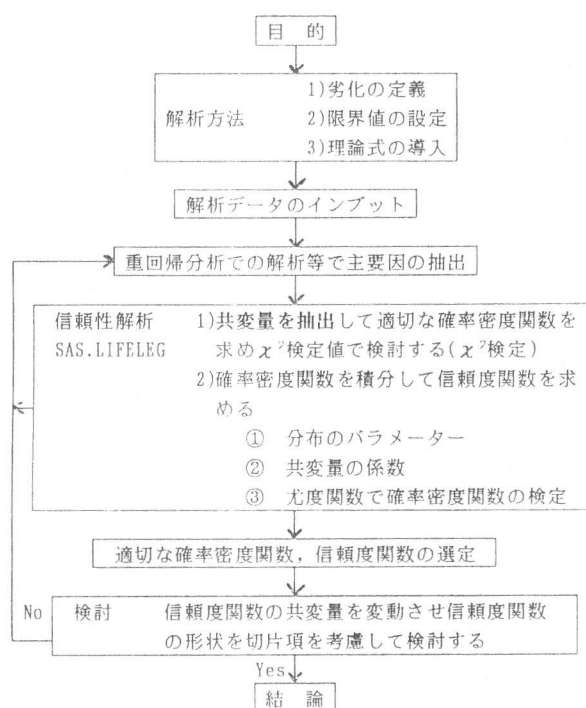


図-1 検討方法のフロー

2.1.2劣化限界値の設定

曝露供試体のかぶりを80mmと仮定し、許容される限界の剥離深さ(剥離深さの劣化限界)を20mmと仮定した。剥離深さの格段階の設定値(hazardと仮定)を1/1、1/10、1/20とすると、各値は表-1のようになる。なお、本解析では設定値の水準を1/10、1/20、の各々2mmと1mmとした。

表-1 劣化限界の設定値

劣化限界に対する 設定値の水準	1/1	1/10	1/20
剥離深さ	20mm	2mm	1mm

*1北見工業大学助教授 工学部土木開発工学科、工博(正会員)

*2北見工業大学教授 工学部土木開発工学科、工博(正会員)

*3北海道大学教授 工学部土木工学科、工博(正会員)

*4北見工業大学大学院修士課程

2.1.3信頼性解析のための理論式

主な確率密度関数には次に述べる型がある。

(1)指数分布

事象の発生をポアソン仮定と見なせるとき、事象がはじめて発生するまでの時間t(反応変数)は指数分布に従い次式で与えられる。

$$\text{確率密度関数: } f(t) = \alpha \exp(-\alpha t) \dots\dots\dots \text{式(1)}$$

ここで、 $\alpha = \exp(-\mu)$ 、なお μ は後述する式(9)の共変量ベクトルとその未知パラメータベクトルの積である。

(2)対数正規分布

反応変数tがあり、log(t)が正規分布に従うとき、tの分布を対数正規分布といい次式で与えられる。

$$\text{確率密度関数: } f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma t} \exp\left\{-\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \dots\dots\dots \text{式(2)}$$

ここで σ は後述する尺度母数である。

(3)ワイブル分布 [1]

故障する(hazardが発生する)時間を表す反応変数をtとして、工学的によく用いられかつ分布形状を的確に表すことのできるワイブル分布を確率密度関数と仮定し共変量を考慮し、信頼度関数を求めた。以下にその式を表す。

信頼度関数と確率密度関数の母数と共変量の関係式

$$\text{信頼度関数: } R(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \dots\dots\dots \text{式(3)}$$

ここで $\alpha = 1/\sigma$ 、 σ は尺度母数である。また不信頼度関数は $R(t) = 1 - F(t)$ である。

$$\text{確率密度関数: } f(t) = [F(t)]' = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \dots\dots\dots \text{式(4)}$$

$$\beta = \exp(\mu) \dots\dots\dots \text{式(5)}$$

なお、確率密度関数と信頼度関数の関係を図-2に示す。信頼度関数の形状とパラメータ σ または b の関係は図-3のように $t/\beta \geq 1$ 、 σ または $b > 0$ の時、 σ または b が大きくなると $R(t)$ は大きくなる。

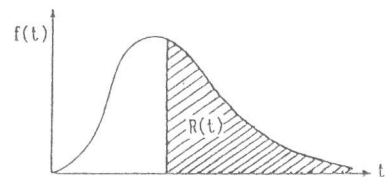


図-2 確率密度関数f(t)と信頼度関数R(t)の関係

LIFEREGを用いて信頼性解析を行い、コンクリート構造物の経年変化に対する剥離深さの設定値の超過の確率を予測する。LIFEREGの故障時間を剥離深さが設定値を超過するまでの年数 T_0 とみなし、材料、成分あるいは環境からくる劣化要因をX、それに係わる係数をb、またこれらの劣化要因が0の場合個体が持っている故障時間(個体の剥離深さが設定値を超過するまでの年数)を t_0 、これに係わる係数を尺度母数 σ とする。また反応変数を式(8)に示す t_0 の対数tとする。剥離深さが設定値を超過するものの年数 T_0 の対数Tを式(7)のようにする。これらのモデル式を式(6)とする。

$$T = \mu + \sigma t \dots\dots\dots \text{式(6)}$$

なお、これらの変数は以下の型で表しベクトルとする。

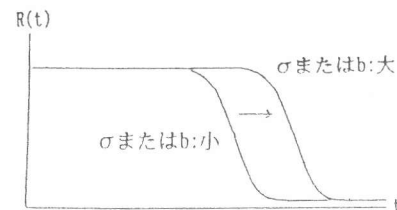


図-3 信頼度関数R(t)の形状とパラメータ σ の関係

$$T = \log T_0 \dots \dots \text{式(7)}$$

$$t = \log t_0 \dots \dots \text{式(8)}$$

ここでlogは自然対数である。

なお、 x は共変量のベクトル、 b は未知パラメータベクトルで次のように表す。

$$\mu = b_0 + \sum x b \dots \dots \text{式(9)}$$

共変量ベクトル x を重回帰分析などで主要因となる相関性の高いものを k 個選定し、それに係わる未知のパラメータを b_1, \dots, b_k とし、共変量ベクトル x に n 組のデータがあると式(9)より

$$\mu_i = b_0 + \sum_{j=1}^k x_{ij} b_j \dots \dots \text{式(10)}$$

であり、式(6)より n 組のうち i 番目に対応する t_i は下式のようになる。

$$t_i = (T_i - \mu_i) / \sigma \dots \dots \text{式(11)}$$

$t_1, \dots, t_i, \dots, t_n$ が同時に起こる確率は一般に下式となる。

$$f(t_1) \times \dots \times f(t_i) \times \dots \times f(t_n) \dots \dots \text{式(12)}$$

ここで対数尤度は最適なパラメータベクトルを直接誘導するため未知パラメータ σ と、 b 関数としての $f(t_i)$ の、対数尤度として以下のように定義する。

$$L = \sum_{i=1}^n \log \{ f(t_i) / \sigma \} \dots \dots \text{式(13)}$$

剥離深さが設定値を超過しないデータも用いるために生存関数 $S(t)$ を用いる。 $S(t)$ と $f(t)$ との関係は下式となる。

$$f(t) = - \frac{\partial S(t)}{\partial t} \dots \dots \text{式(14)}$$

これを考慮した対数尤度は同様に

$$L = \sum_{i=1}^n [\delta_i \log \{ f(t_i) / \sigma \} + (1 - \delta_i) \log \{ S(t_i) \}] \dots \dots \text{式(15)}$$

ここで δ_i は剥離深さの設定値を超過したデータであれば1、また剥離深さの設定値を超過していないデータであれば0となる。未知数は、 b_0, b_1, \dots, b_k および σ の $k+2$ 個である。

$$\frac{\partial L}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \frac{f'(t_i)}{f(t_i)} - (1 - \delta_i) \frac{f(t_i)}{S(t_i)} \right] \frac{1}{\sigma} = 0 \dots \dots \text{式(16)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_i} = - \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \frac{f'(t_i)}{f(t_i)} - (1 - \delta_i) \frac{f(t_i)}{S(t_i)} \right] \frac{x_{ij}}{\sigma} = 0 \dots \dots \text{式(17)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = - \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \frac{f'(t_i)}{f(t_i)} - (1 - \delta_i) \frac{f(t_i)}{S(t_i)} \right] \frac{t_i}{\sigma} - \frac{m}{\sigma} = 0 \dots \dots \text{式(18)}$$

ここで m は剥離深さが設定値を超過していたデータ数である。なお、Newton-Raphson法などによって b_0, b_1, \dots, b_k および σ が求まる。

2.1.4. 共変量の検定方法

共変量の係数 b の推定値の有意性は χ^2 分布を用いて行った。なお、このとき有意水準は5%、1%で判断した [2]。

2.2. 実験方法

2.2.1. 供試体の種類

表-2に供試体の種類を示す。表-3にセメントの性質、及び成分等を示す、セメントは普通ポルトランドセメント(N)、フライアッシュセメントA,B,C種(FA,FB,FC)及び高炉セメントB種(BB)を使用した。また表-4に示方配合及び練り上がり時の性質を示す。Cはセメントの種類、W/Cは水セメント比、CCは養生条件、CDは養生日数で、打ち込み後、まったく養生をしない(F0)、淡水散水養生5日(F5)、淡水散水養生14日(F14)とし、海水散水養生5日(S5)とした [3]。

表-2 Kind of specimens

No.	C-W/C-CC-CD	No.	C-W/C-CC-CD	No.	C-W/C-CC-CD
1	N 55 F* 0	8	FB 55 F 0	15	BB 55 F 0
2	N 55 F 5**	9	FB 55 F 5	16	BB 55 F 5
3	N 55 F 14	10	FB 55 F 14	17	BB 55 F 14
4	N 55 S* 5	11	FB 55 S 5	18	BB 55 S 5
5	N 45 F 5	12	FB 45 F 5	19	BB 45 F 5
6	N 45 F 14	13	FB 45 F 14	20	BB 45 F 14
7	FA 55 F 5	14	FC 55 F 5		

*: Fresh water curing, S: Sea water curing

** : Specimen measuring temperature is the same mix proportion as N55F5 Specimen

Note: C:cement, W/C:water cement ratio, CC:curing condition, CD: number of curing days N:Normal portland cement, FB:Fly-ash cement type B, BB:Blast furnace cement type B

表-3 Mix proportion of concrete

Case	Type of cement	Specified mix					Property of fresh concrete			Compressive Strength				
		W/C (%)	W (kg)	C (kg)	S (kg)	G (kg)	Slump (cm)	Air content (%)	Temperature (°C)	Standard curing (kgf/cm ²)	In site curing (kgf/cm ²)			
N55	N	55	136	248	770	1166	6.6	5.6	27	280	198	238	240	270
N45	N	45	135	300	718	1177	3.9	4.5	28	372	—	340	—	316
FA55	FA	55	123	224	790	1194	4.3	6.5	22	298	—	259	—	—
FB55	FB	55	122	222	790	1194	8.5	4.3	22	254	207	250	247	268
FB45	FB	45	123	274	790	1205	8.0	5.0	24	325	—	263	—	288
FC55	FC	55	121	220	790	1194	6.5	4.3	21	231	—	222	—	—
BB55	BB	55	128	233	780	1182	2.9	4.0	25	258	192	225	196	211
BB45	BB	45	130	289	722	1186	6.0	3.0	23	338	—	285	—	311

表-4 Type, property and chemical compound of cement

Case	Type of cement	Specific gravity	Admixture	Strength of cement (kgf/cm ²)	Chemical compound of cement (%)							
					ig. loss	insol	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃
N	Normal portland cement	3.17	0	443	0.6	0.0	22.1	5.4	3.1	64.8	1.5	1.9
FA	Fly-ash cement Type A	3.09	8	—	0.3	4.6	21.8	5.2	2.9	61.5	1.4	1.4
FB	Fly-ash cement Type B	2.91	15	344	0.6	12.0	20.0	5.2	2.9	55.5	1.3	1.7
FC	Fly-ash cement Type C	2.49	22	—	0.6	14.0	16.6	5.7	2.4	47.4	1.3	1.8
BB	Blast-furnance slag cement	3.05	40*	368	0.6	0.1	25.0	9.1	1.8	55.8	3.4	2.6

Note: chemical compound according to report in CAJ 1974.

*: approximately from maker.

2.2.2. 曝露条件

供試体は、現在汀線から約40mの位置にあり、曝露地点の年平均凍結融解回数は約57回である。

2.2.3. 測定方法

図-4に紋別大型供試体の形状を示す。測定は、各供試体ごとに天頂・上段・中段・下段の高さ別、さらに東西南北の方向別に分けて行った。剥離深さの測定方法は剥離をスケーリングによる剥離とポップアウトによる剥離とに分けて行った。スケーリングによる剥離については、最大35箇所、ポップアウトによる剥離については最大12箇所を選んで測定した。また、剥離深さの経年変化を正確に追うために、各年度で測定した剥離部分の座標に合わせて、剥離深さを測定した [3]。

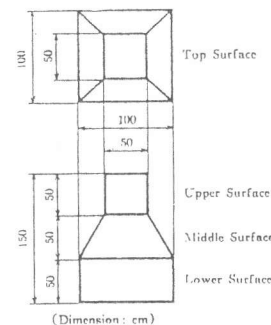


図-4 紋別大型供試体の形状

3. 解析結果及び考察

3.1. 解析結果

3.1.1. 共変量とする要因

重回帰等で相関が比較的高い、水セメント比、材令28日現場養生圧縮強度、セメント中の成分のCaO、SiO₂、Al₂O₃、Fe₂O₃、MgO、及び測定面の地面の高さなどを抽出して共変量として信頼性解析を行った。共変量の係数の有意水準が5%以内に入っているものを共変量にとった。表-5に指数分布、表-6に対数正規分布、表-7にワイブル分布に設定値:2mmの信頼性解析結果を示す。その結果、共変量として水セメント比、酸化第二鉄が抽出された。各々の共変量の係数は水セメント比が負、酸化第二鉄が正であった。それぞれが有意水準1%以内に入っている。すなわち、水セメント比が大になると耐久性が低下するのと一致する。また、酸化第二鉄が多くなり鉄率(Al₂O₃/Fe₂O₃)の低いセメントはC₄AFの生産量が多く、海水に対する化学抵抗性が良好であるとされている [4] ことと一致している。

表-5 指数分布の設定値:
剥離深さ2mmの信頼性解析結果

設定値2mm	推定値	PR>CHI
切片 (μ)	3.8238	0.0001
共変量 酸化第二鉄	0.3438	0.0030
の係数水セメント比	-0.0481	0.0014
尺度母数(δ)	1.0000
最大化対数尤度	-332.3259

表-6 対数正規分布の設定値:
剥離深さ2mmの信頼性解析結果

設定値2mm	推定値	PR>CHI
切片 (μ)	3.4600	0.0001
共変量 酸化第二鉄	0.3348	0.0001
の係数水セメント比	-0.0456	0.0001
尺度母数(δ)	0.6990
最大化対数尤度	-287.0354

表-7 ワイブル分布の設定値:
剥離深さ2mmの信頼性解析結果

設定値2mm	推定値	PR>CHI
切片 (μ)	3.3448	0.0001
共変量 酸化第二鉄	0.2665	0.0001
の係数水セメント比	-0.0344	0.0001
尺度母数(δ)	0.5445
最大化対数尤度	-284.0681

3.1.2.適切な確率密度関数

図-5に剥離深さの度数分布、図-6に指数分布、対数正規分布、ワイブル分布の確率密度関数を示す。これらを比較すると図-5では10年目では度数が高く、図-6ではワイブル分布が10年でピークを示していることから、ワイブル分布がよく適合していることが認められる。

3.2.考察

3.2.1.信頼性解析結果による劣化予測

表-8に設定値:剥離深さ1mmの信頼性解析結果を示す。設定値:剥離深さ1mmにおいて共変量の係数で酸化第二鉄、水セメント比のものが有意水準1%以内に入っている。また曝露供試体の剥離深さに対する信頼度に影響を与えている劣化要因の一つは、3.1.1.から水セメント比であるため、共変量の水セメント比に着目し劣化予測をする。設定値:剥離深さ1mm、2mm(表-5)についてN45F5、N55F5の確率密度関数を図-7と図-8、信頼度関数を図-9と図-10に示す。

図-7の設定値:剥離深さ1mmの確率密度関数のN45F5は3.5年で、N55F5は2.5年でピークを示している。図-8の設定値:剥離深さ2mmの確率密度関数のN45F5は10年で、N55F5は6年でピークを示している。従って、剥離深さ1mmの設定値を超過する確率のピークが2mmに比べて早いことが分かる。

水セメント比が低くなると信頼度が高くなる傾向がみられ、図-9の設定値:剥離深さ1mmでは5年でN45F5の信頼度は45%、N55F5に信頼度は25%である。同様に図-10の設定値:剥離深さ2mmでは5年でN45F5の信頼度は85%、N55F5の信頼度は35%である。

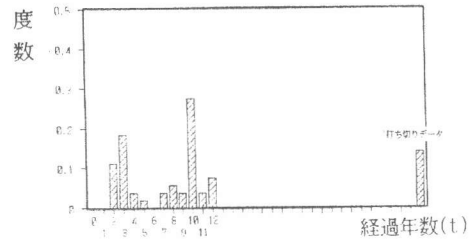


図-5 設定値2mmを上回る剥離深さの度数分布

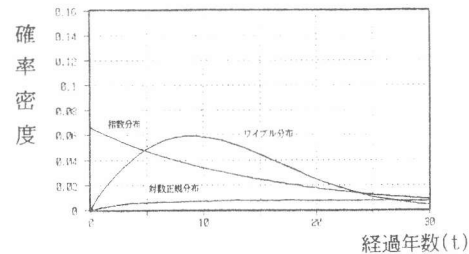


図-6 指数分布、対数正規分布、ワイブル分布の確率密度関数

表-8 設定値:剥離深さ1mmの信頼性解析結果

設定値1mm	推定値	PR>CHI
切片 (μ)	2.5938	0.0001
共変量 酸化第二鉄	0.2276	0.0004
の係数水セメント比	-0.0351	0.0001
尺度母数(δ)	0.5941
最大化対数尤度	-261.5004

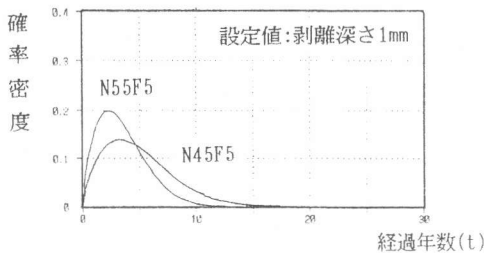


図-7 設定値:剥離深さ1mmの信頼度関数

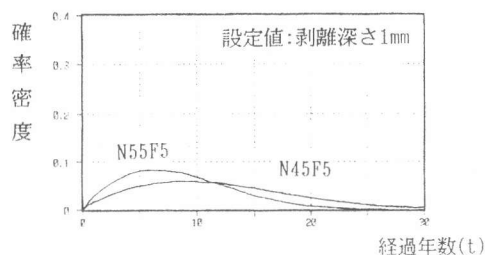


図-8 設定値:剥離深さ2mmの信頼度関数

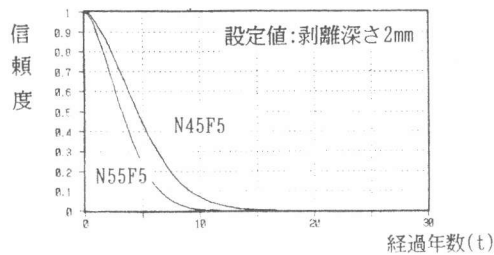


図-9 設定値:剥離深さ1mmの確率密度関数

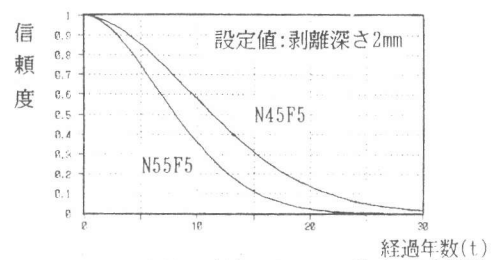


図-10 設定値:剥離深さ2mmの確率密度関数

3.2.2.信頼度関数と剥離深さの経年変化の関係

図-11にN45F5、N55F5の剥離深さの平均値の経年変化を示す。図-11と図-10を比較すると、N45F5で見ると図-10で経年変化の剥離深さの平均値が10.5年で2mmに達し、図-10の設定値:剥離深さ2mmの信頼度関数が11年で信頼度が50%であるので、剥離深さの平均値2mmと、設定値:剥離深さ2mmの信頼度50%が、ほぼ同じ年数で一致していることがわかる。このことから剥離深さの平均値と、平均値と等しい剥離深さの設定値の信頼度関数の信頼度50%が、ほぼ等しい年数で適合しており信頼性解析の妥当性が確認できた。

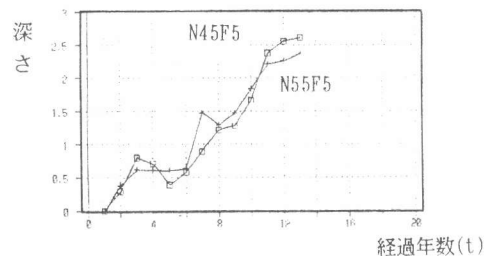


図-11 剥離深さの平均値の経年変化

4.まとめ

信頼性理論によるコンクリートの劣化予測の一例として、寒冷地海洋環境下の曝露実験による表面剥離深さの測定データを用いた検討結果を以下に示す。

- ①設定値を上回る剥離深さの度数分布に対しワイブル分布の確率密度関数が良く適合した。
- ②信頼度関数の共変量として水セメント比、酸化第二鉄をとりそれぞれが有意水準1%以内で抽出され、各々の共変量の係数は水セメント比が負で、酸化第二鉄が正であった。
- ③剥離深さの平均値の経年変化と、平均値と等しい剥離深さの設定値の信頼度関数の信頼度50%が、ほぼ等しい年数で適合しており信頼性解析の精度が高いことが確認できた。

【謝辞】本研究に対し北見工業大学岡田技官、猪狩技官、北見工業大学大学院の荒井氏、同卒論生の岩井、田中各氏の御協力を得た。解析には北大及び東大大型計算機センターの御協力を受けHITACを使用した。ここに感謝する。

【参考文献】

- [1] 桜井 宏、鮎田 耕一、佐伯 昇、鈴木 明人、藤田 嘉夫:Concrete Durability Assessment For scaling by Reliability Theory、北見工業大学研究報告、第23巻第2号、1992、pp.123~131
- [2] 伊藤 学、亀田 弘行:土木・建築のための確率・統計の基礎、丸善、1977.6、pp.270~271
- [3] 佐伯 昇、桜井 宏:寒冷地及び海洋環境下のコンクリート構造物の経年変化、自然環境とコンクリート性能に関するシンポジウム論文集、1993.5、pp.105~108
- [4] 日本コンクリート工学協会:コンクリート便覧、技報堂、1976.2、pp.171