

[1226] 逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定

松井邦人^{*1}・西田徳行^{*2}・土橋吉輝^{*2}・潮田和司^{*2}

1. はじめに

セメントの水和反応によりマスコンクリート躯体内で温度が上昇し、その後降下する。この時躯体内に発生する非線形温度分布と、岩盤等の周辺との拘束により躯体にひび割れが起こる。このため、マスコンクリートの温度変化を予測することがしばしば行われてきた。このような予測は、室内実験で予め測定して求めた値あるいは示方書の値を参考にして熱特性値を定め、コンクリート躯体が均質で等方的な熱特性を有するものと仮定して伝熱方程式を解いて温度変化を予測している。また、これらの特性値の妥当性を確認するため、マスコンクリートの現場測定も行われてきている。しかし、現場測定データから効率的に熱特性を推定する方法は必ずしも確立していない。

このように、測定データからモデルのパラメータを推定することを逆解析と呼んでいる。近久等¹⁾は、シンプレックス法を用いて熱伝達係数を推定している。また、Murakami²⁾と星谷等³⁾は拡張カルマンフィルタを、松井等^{4)~6)}はガウス・ニュートン法を用いた構造パラメータの推定法を提案している。しかし、逆解析は本質的に不安定性が内在し、1) 対象とする問題の特性、2) 対象のモデル化、3) 測点数とそれ等の位置、4) 測定データの質、5) 逆解析アルゴリズム等の影響を受ける。そこで、本研究では現場測定を想定して数値シミュレーションにより、前述の1) と5) および3) の測点数について検討する。まずコンクリート躯体内温度を解析的に求め、それを測定データと見なし、Gauss-Newton法を用いてコンクリートの熱伝導率、熱容量、熱伝達率、発熱特性パラメータ Q_{∞} 、 γ の5個の熱特性のパラメータを推定している。熱特性推定問題が不安定性の顕著な問題であるかどうか、Gauss-Newton法で安定して熱特性を推定することができるかどうかを確認した。

2. コンクリート躯体の温度解析

岩盤上のマスコンクリートを図-1のようにモデル化する。セメントの水和熱はコンクリート躯体内を伝わり、周辺環境に伝達される。このような現象は一般に式(1)~(7)の数学モデルで表すことができる。

<コンクリート>

$$\text{熱伝導式: } K_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \dot{Q}(t) = \rho_c C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{初期条件: } T_c(x, 0) = T_{\infty} \quad (2)$$

$$\text{境界条件: } K_c \frac{\partial T_c}{\partial x} + \alpha_A (T_c - T_A) = 0 \quad (3)$$

$$\text{発熱特性: } \dot{Q}(t) = \rho_c C_c Q_{\infty} \gamma e^{-\gamma t} \quad (4)$$

<岩盤>

$$\text{熱伝導式: } K_R \frac{\partial^2 T_R}{\partial x^2} = \rho_R C_R \frac{\partial T_R}{\partial t} \quad (5)$$

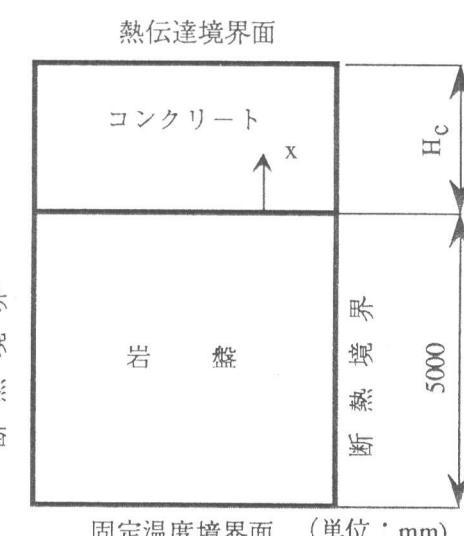


図-1 解析モデル

* 1 東京電機大学教授 理工学部建設工学科、Ph.D. (正会員)

* 2 西松建設(株)技術研究所技術部土木技術課 (正会員)

初期条件：

$$T_R(x, 0) = T_{R0} \quad (6)$$

境界条件：

$$T_R(x_0, t) = T_B \quad (7)$$

T_c ：コンクリート躯体の温度分布、 K_c ：コンクリートの熱伝導率、 C_c ：コンクリートの比熱、 ρ_c ：コンクリートの密度、 Q_∞, γ ：発熱特性パラメータ、 α_A ：コンクリート躯体から空気への熱伝達率、 T_A ：外気温、 T_{c0} ：コンクリート躯体の初期温度分布、 T_R ：岩盤温度分布、 K_R ：岩盤の熱伝導率、 C_R ：岩盤の比熱、 ρ_R ：岩盤の密度、 T_{R0} ：岩盤の初期温度分布、 T_B ：温度固定境界面における岩盤温度

ここでは上式を、空間軸（x 軸）に関してFEM で離散化し、時間軸に関する 1 次の連立微分方程式と

して表し、固有値解析を用いて解析的に解いている。なお、FEM解析には 2 次のアイソパラメトリック要素を用い、コンクリート躯体部は15要素、岩盤部には20要素でモデル化している。

3. 逆解析法

コンクリート躯体内の温度は熱特性 \mathbf{X} の関数であるから、時刻 t における i 点の温度を $T_i(\mathbf{X}, t)$ と表す。 \mathbf{X} はコンクリート躯体の熱伝導率、コンクリートから大気への熱伝達率、コンクリートの密度と比熱の積、発熱特性の Q_∞, γ の 5 個の値を未知パラメータ、その他の特性値は既知のパラメータと考えている。したがって \mathbf{X} は 5×1 のベクトルとなるうち $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}^T$ を意味し、 \mathbf{X} の 5 個の要素はそれぞれ熱特性に対応している。5 個の未知パラメータは、観測温度と解析温度が一致するように定めれば良い。躯体内の N 個の測点で温度が観測されているとして、それらを $u_i(t), (i = 1, \dots, N)$ で表す。今、式(8) のような評価関数 f を考える。

$$f = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ u_i(t) - T_i(\mathbf{X}, t) \right\}^2 dt \quad (8)$$

ここに、 t_0, t_1 は逆解析に使用する時間領域の下限と上限であり、後における計算例では $t_0=0$ 日、 $t_1=30$ 日としている。未知パラメータ \mathbf{X} は、式(8) が最小になるように \mathbf{X} を定めれば良い。これは非線形最小自乗問題である。式(8)は \mathbf{X} の陰関数となりとなり、最小値を求めるには繰り返し計算が必要となる。そこで、 \mathbf{X} に関して次のような 1 次の Taylor 展開を考える、

$$T_i(\mathbf{X} + \Delta\mathbf{X}, t) = T_i(\mathbf{X}, t) + \sum_{j=1}^5 \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \quad (9)$$

式(9)を式(8)に代入して、 \mathbf{X} を既知として評価関数が最小となるような $\Delta\mathbf{X}_j$ を求めたい。必要条件は、

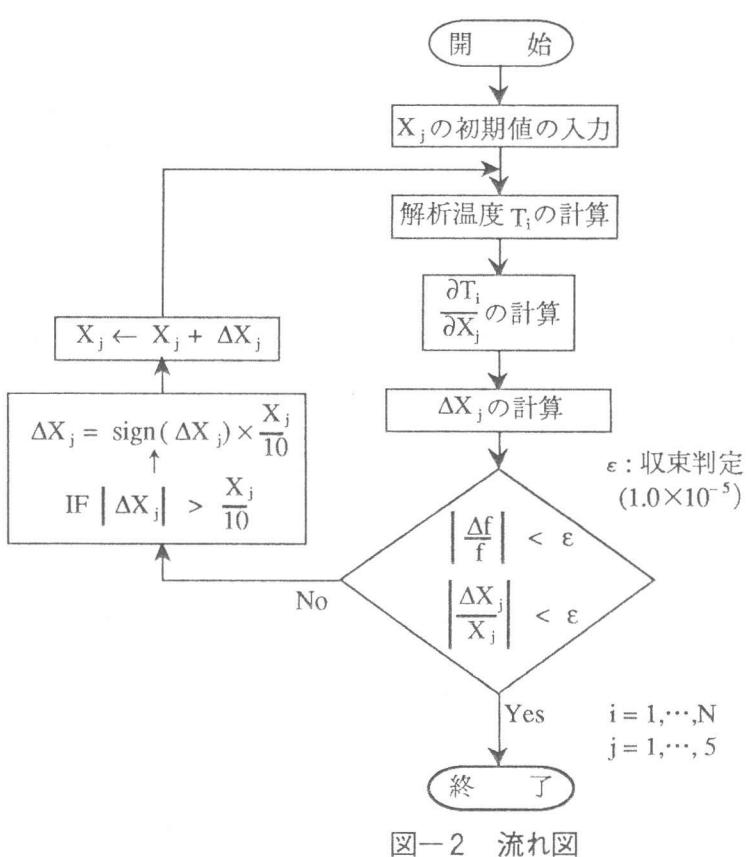


図-2 流れ図

$$\sum_{j=1}^5 \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \right\} \Delta X_j = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ u_i(t) - T_i(\mathbf{X}, t) \right\} \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \quad (10)$$

(k = 1, ..., 5)

式(10)は ΔX_j に関する線形連立方程式となる。 $(\partial T_i / \partial X_j)$ は、例えば差分法を用いて計算することも可能である。係数マトリックスは正規マトリックスとも呼ばれ、その性質は特異マトリックスに近い。そのため、計算上の不安定性を配慮してここでは特異値分解⁷⁾を用いて解いている。また、計算の流れ図は図-2のようになる。式(9)においてTaylor展開の1次近似を用いており、 $|\Delta X_j|$ の値が大きくなりすぎると計算上問題が生じる可能性があるため、図-2の流れ図のようにその変動が10%を超えないようにムーブリミットを設定した。

4. 計算例

前節で述べた逆解析アルゴリズムをここで数値シミュレーションで検討する。このような逆解析では、計算結果は1)実構造物と解析モデルの違い、2)測定値の精度、3)逆解析アルゴリズムの影響を受け、繰り返し計算が収束しなかったり、収束しても正しい値とかけ離れたものとなる可能性がある。ここでは、マスコンクリートの温度解析に必要な熱特性が表-1のように分かっているものとする。そして外気温を与えると、コンクリート躯体の温度を解析することができる。

図-3に示す5点での解析温度をここでは測定値と仮定して、表-1の内コンクリートの熱特性(K_c , $\rho_c C_c$, Q_∞ , γ , α_A)の5個のパラメータを未知と考え、前節のアルゴリズムを用いて逆にこれらを求めるにすることにする。

外気温として、1)15°C、2) $\{15 + 5\sin \pi (t/12-2/3)\}$ °Cの2種類を考える。図-3の5点における温度変化を図-4に示す。この図は外気温をsin関数で与えたものであるが、外気温15°Cとした場合も、測定点④、⑤の温度変化が滑らかになるだけで、sin関数の結果とほぼ同様である。

4.1 収束過程

未知パラメータ K_c , $\rho_c C_c$, Q_∞ , γ , α_A の初期値をそれぞれ2.21(kcal/mh°C), 414(kcal/m³°C), 86.1(°C), 1.184(1/day), 15.73(kcal/m²h°C)として逆解析を行った。その時の評価関数および熱特性の収束過程の一例を図-5に示した。この例は、外気温にsin関数を用い、図-3に示した5点で温度データを用いて逆解析を行ったものである。どれも10回以内の繰り返し計算で正しい値に収束していることが分かる。

表-1 热特性値

項 目		基準値
K_c	コンクリートの熱伝導率 (kcal/mh°C)	2.3
C_c	コンクリートの比熱 (kcal/kg°C)	0.28
Q_∞	断熱温度上昇実験定数	46.0
γ		1.10
α_A	コンクリートと空気との熱伝達率(kcal/m²h°C)	11.0
K_R	岩盤の熱伝導率(kcal/mh°C)	2.0
C_R	岩盤の比熱 (kcal/kg°C)	0.19
T_A	外気温 (°C)	※
T_B	固定温度境界面の岩盤温度 (°C)	15.0
T_{co}	コンクリートの初期温度 (°C)	20.0
T_{R0}	岩盤の初期温度 (°C)	15.0
ρ_c	コンクリートの密度 (kg/m³)	2300
ρ_R	岩盤の密度(kg/m³)	2600

※ 1) 15°C 2) $\{15 + 5\sin \pi (t/12-2/3)\}$

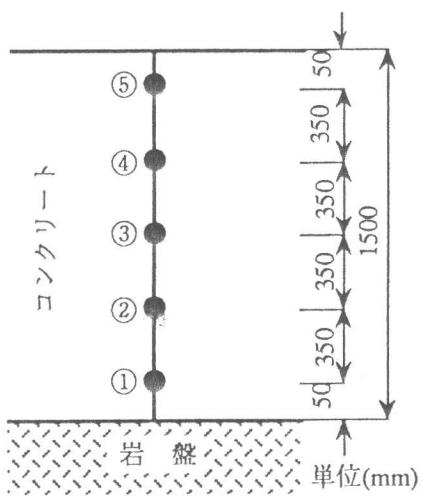


図-3 測定位置

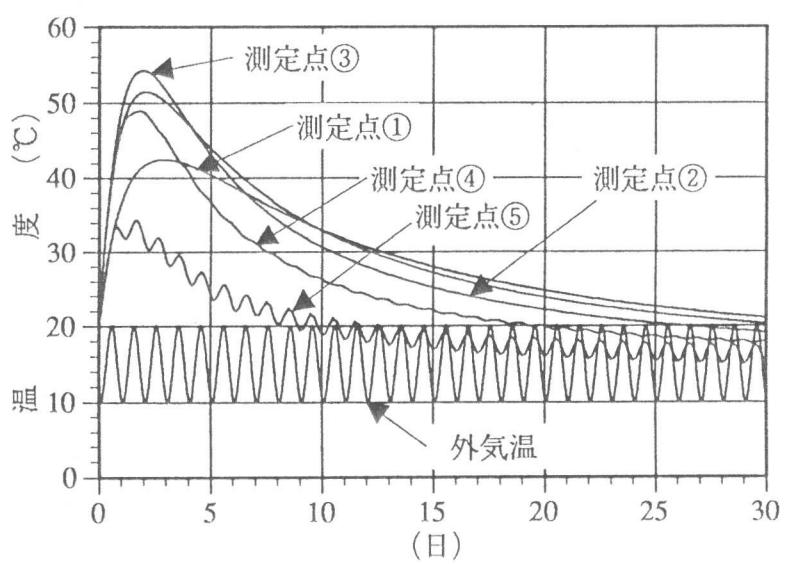
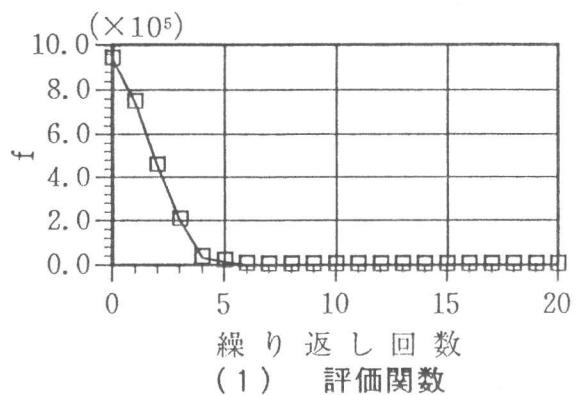
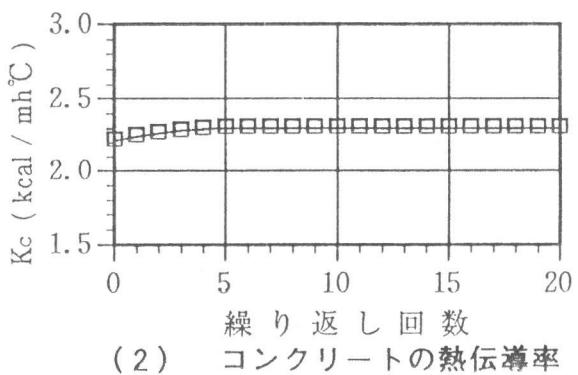


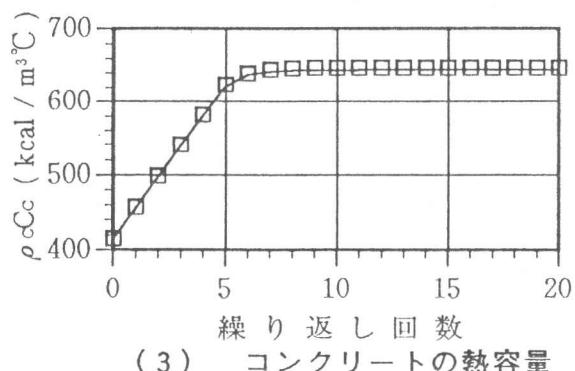
図-4 温度変化



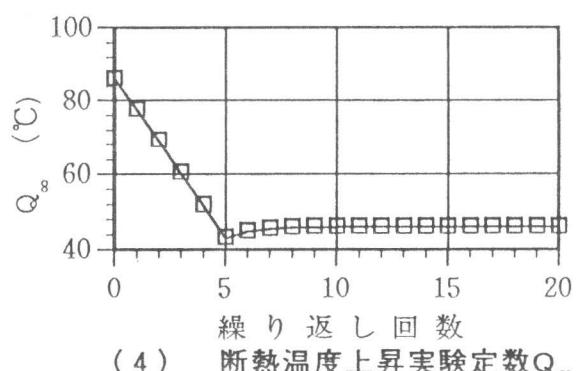
(1) 評価関数



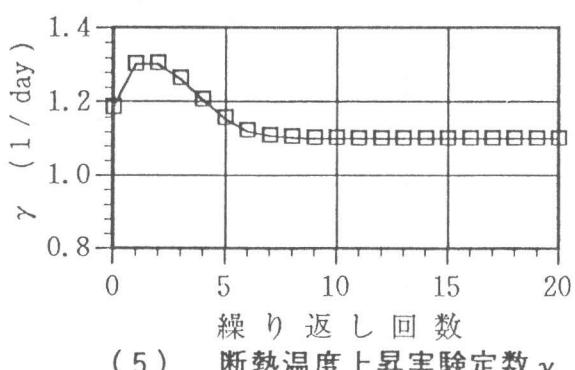
(2) コンクリートの熱伝導率



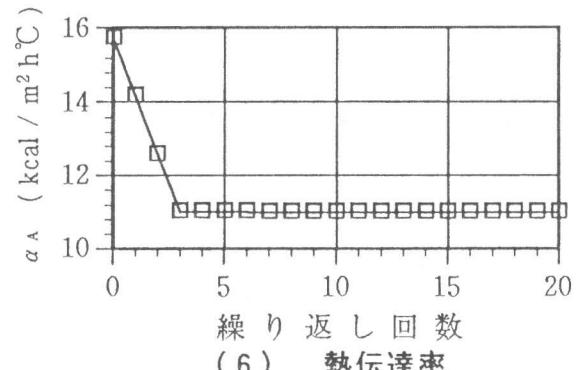
(3) コンクリートの熱容量



(4) 断熱温度上昇実験定数 Q_g



(5) 断熱温度上昇実験定数 γ



(6) 热伝達率

図-5 収束過程

4.2 初期値と温度測点数の影響

逆解析問題では、問題の不安定性が強いほど初期値の選択により未知パラメータの収束値が異なったり、あるいは発散することが多くなる。選択した初期値の組み合わせが、アルゴリズムの収束性に影響するのかどうか、また同じ結果に収束するかどうかを以下のように確認した。実験データやこれまでの経験で熱特性の初期値はかなり精度よく推定できるものと考えられる。ここでは、表-1の K_c 、 $\rho_c C_c$ 、 Q_∞ 、 γ 、 α_A の値を基準値として、それ等の50%～200%の範囲で50組の一様乱数を発生させ、50組の初期値を作成した。また、測点数の影響を調べるために、図-3に示す5点すべてのデータを用いたとき、 $i = 1, 3, 5$ の3点を用いたとき、 $i = 2, 4$ の2点を用いたとき、 $i = 3$ の1点のみを用いたときについて2種類の外気温と50組の初期値を用いて逆解析を行った。その結果を表-2に示した。この表より、測点3の温度データのみを用いて逆解析したとき、50組の初期値のうち41組の初期値で収束し、9組は発散している。しかし2点以上のデータを用いた場合には、すべての初期値で収束した。

4.3 既知パラメータの誤差の影響

逆解析を行うとき、5個の未知パラメータ以外は既知で、それらの値は正しいとしている。しかしそれらに誤差が含まれているとき、逆解析の繰り返し計算は収束しないか、収束したとしてもその誤差の影響を受けたものとなる。そこで、ここでは岩盤の固定温度、熱容量、熱伝導率に誤差が含まれるとして、個々の影響を調べるためにこれらの内一つのパラメータに表-1の基準値より10%大きな値を用いて逆解析し、それらが未知パラメータ K_c 、 $\rho_c C_c$ 、 Q_∞ 、 γ 、 α_A の推定値に及ぼす影響を調べた。逆解析で得られた結果とそれらの真値（基準値）と共に表-3に示す。10%ほどの誤差ではほとんど影響なく、岩盤の熱伝導率と熱容量が K_c 、 $\rho_c C_c$ の値に約5%影響する程度であることがわかる。

表-2 初期値と温度測定点の影響 表-3 既知パラメータに誤差が含まれるときの収束値

外気温 測点数	15°C一定	sin波
case1	50 / 50	50 / 50
case2	50 / 50	50 / 50
case3	50 / 50	50 / 50
case4	41 / 50	41 / 50

注) case1: 測定点 $i = 1 \sim 5$ のデータ
 case2: 測定点 $i = 1, 3, 5$ のデータ
 case3: 測定点 $i = 2, 4$ のデータ
 case4: 測定点 $i = 3$ のデータ

	K_c	$\rho_c C_c$	Q_∞	γ	α_A
真 值	2.30	644.0	46.00	1.100	11.00
I	2.41	675.7	46.00	1.100	11.54
II	2.41	675.2	46.00	1.100	11.53
III	2.29	631.4	46.36	1.086	10.86

注) I : 岩盤の熱伝導率に10%の誤差
 II : 岩盤の熱容量に10%の誤差
 III : 岩盤の固定温度に10%の誤差

4.4 測定点数と収束性の関係

測定点数と収束性との関係を調べるために、初期値を図-5と同じ値に選び測定点の数を変えて逆解析を行った。その結果の一部としてコンクリートの熱伝導率収束過程を図-6に示す。他のパラメータも同様に測定点数が異なっていてもそれぞれ真値に収束している。また、測定点が5点と3点ではほとんど差がないが、2点と1点の場合には、収束過程に少し不安定な兆しがうがえる。このように繰り返し計算が比較的安定した収束性を示しているのは、外気温、温度にノイズを考慮していないためでもある。一般に測定点の数が多いと観測ノイズの影響も軽減する傾向があるので、計測に要する費用を無視できるならば、測定点の数が多いことが望ましい。

5. 結論

コンクリート躯体内の温度が測定されていることを想定して、Gauss-Newton法を用いてその躯体の熱伝導率 K_c 、熱容量 $\rho_c C_c$ 、熱伝達率 α_A 、発熱特性 Q_∞ 、 γ の5個の熱特性パラメータを推定する逆解析アルゴリズムを開発した。あらかじめ、熱特性パラメータの値を仮定して非定常温度解析を行い、この解析温度を測定温度の代わりに用い、温度解析に用いた5個のパラメータを未知として、この逆解析アルゴリズムで未知パラメータを推定している。以上の結果から次のような結論を得た。

- 1) Gauss-Newton法に基づく逆解析は、熱特性パラメータの推定に有効である。
- 2) 検討した範囲では、初期値の選択の如何にかかわらず、安定した収束性がある。
- 3) 热特性パラメータは、既知として与えた岩盤の熱伝導率、熱容量、固定温度の値が正しい値と少し異なったものでも、その影響は比較的小さい。

実測データでは外気温やコンクリート躯体の測定温度にも誤差が混入している。また、躯体の温度特性に関する均質性・等質性の仮定も、実構造を単純化したモデルであり、これらの影響を受け、シミュレーションほど良い結果は期待できない。しかし熱特性値推定問題は、他の逆問題と比較して良好な性質があると判断できる。安定した収束性から、少なくとも深さ方向に3点（上から5cm、中央部、下から5cm）で温度変化が測定できれば、本アルゴリズムで効率的に逆解析が可能である。温度測定の精度に注意すれば、実測データへの適用も十分に期待できる。

謝辞：東京電機大学建設工学科亀谷英樹君には、本論文のためのプログラム作成と多くの計算作業で協力を戴いたことを記し、ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 近久博志・津崎淳一・荒井孝雄・桜井春輔：逆解析手法によるマスコンクリートの熱伝達係数の評価、土木学会論文集 No.451 / V-17 , pp.39~47 , 1992.8.
- 2) Murakami, A. : Studies on the Application of Kalman Filtering to Some Geomechanical Problemes, Ph.D. Dissertation, Kyoto University, 1991.
- 3) 星谷勝・斎藤悦朗：データ解析と応用、鹿島出版、1991.
- 4) 松井邦人・栗田哲史：加速度応答波を用いた構造特性の同定、構造工学論文集 Vol.35A , pp689~698, 1989.3.
- 5) 松島学・松井邦人・大滝晋：実測データに基づく基礎地盤系構造物の振動特性の同定、土木学会論文集 No.465 / I-23 , pp.127~136 , 1993.4.
- 6) 松井邦人・井上武美・三瓶辰之：舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する手法、土木学会論文集 第420号 / V-13 , 1990.8.
- 7) 久保司郎：逆問題、培風館、1992.