

論文

[2058] 鉄筋コンクリートはりの構造不安定と局所不安定に関する解析的研究

河村幸典*1・中村光*2・檜貝勇*3

1. はじめに

コンクリート構造物の、破壊点および各種の限界点を見だし、破壊時の挙動を理解することは、安全性を十分に考慮した合理的な設計を行うために大変有用である。RC構造物の破壊時の挙動を解析的に評価する試みとして、著者ら[1]は、RC構造物の破壊点をBifurcation Pointにより定義すれば、破壊点および破壊時の挙動が、統一的に取り扱える可能性を示している。

しかし、Bifurcation Pointは、構造物全体の不安定挙動を評価する点であり、構造物の内部の局所的な不安定挙動に対する情報を与えるものではなく、またBifurcation Pointがいかなる要因により発生するかについても現在まで明らかにされていない。

そこで本研究は鉄筋コンクリート要素に対し、局所挙動を検討するためのパラメータを導入し、要素内における不連続面の発生や破壊形式と構造物全体で捉えた破壊との関係を調べることにより、構造物内部の局所不安定が構造物全体の構造不安定に及ぼす影響について、解析的に検討した。

2. 局所不安定に関する理論的考察

局所的な不安定性を評価するために、この章では要素内での不連続面の発生条件、Snap Backの条件、および不連続面発生後の局所化領域の挙動について検討することができるパラメータの理論的考察を行う。

2.1 局所不安定に関する基礎方程式

図-1に示すように、x軸に対し角度 θ をなす n を法線ベクトルとする不連続面が生じている状態を考える。この時、Ortizら[2]によれば、不連続面におけるひずみのjump量は、次式で表すことができる。

$$\left[\left[\epsilon_{ij} \right] \right] = \frac{1}{2} \alpha (m_i n_j + m_j n_i) \quad (1)$$

ここで、 α はスカラーであり、不連続面と直交方向の n は単位ベクトル、 m は不連続面の挙動を表す単位ベクトルである。また、 n と m の方向を検討することで、不連続面の挙動を定

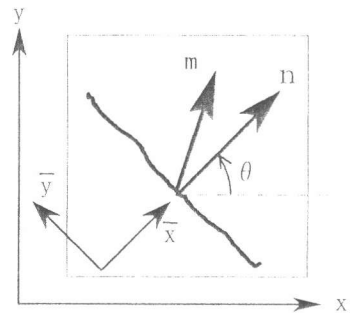


図-1 不連続面と法線

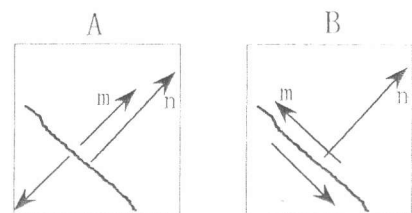


図-2 局所化領域の挙動

*1山梨大学大学院 土木環境工学専攻 (正会員)
 *2山梨大学講師 土木環境工学科 工博 (正会員)
 *3山梨大学教授 土木環境工学科 工博 (正会員)

義することも可能になる。一例として、図-2に不連続面の法線ベクトル n と、不連続面の挙動を表すベクトル m のなす角度を2つの場合について示した。 n と m が垂直になる場合は不連続面方向に滑りを生じて、不連続面は純せん断状態を示すことになる(Shear Mode)。また、 n と m が平行になるときは生じた不連続面の挙動は法線方向に依存する形態を示す(Splitting Mode)。このような端的な角度をなさない場合、破壊形態は Shear Mode と Splitting Mode が混合されたものになる。

今、図-1で、不連続方向と一致するように、 $\bar{x}-\bar{y}$ 座標系を仮定し、この座標系に対する不連続面挙動を考える[3]。この時、 $\bar{x}-\bar{y}$ 座標系に対するひずみの jump 量は次式によって示される。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_y \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix} = \alpha \begin{Bmatrix} \bar{m}_1 \\ 0 \\ \bar{m}_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、記号 $\bar{\quad}$ は、 $\bar{x}-\bar{y}$ 座標系における、ひずみおよび、ベクトル量と定義する。不連続面直交方向のひずみ分布の概念を図-3に示す。図中の h は要素の幅、 b が局所化する領域の幅である。 $\bar{\varepsilon}_L$ は局所化領域のひずみ、 $\bar{\varepsilon}_p$ は非局所化領域のひずみを表し、 $\bar{\varepsilon}_0$ は要素内の平均化したひずみである。またそれぞれの領域のひずみの強度を $\bar{\alpha}_p, \bar{\alpha}_L$ としている。図-3に従えば、局所化領域のひずみおよび、非局所化領域のひずみは次式のように表される。

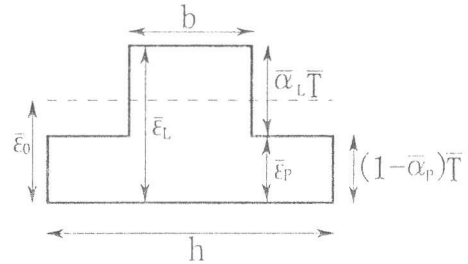


図-3 不連続面直交方向における局所化領域の定義

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}_L = \bar{\varepsilon}_0 - \bar{\alpha}_p \cdot \bar{T} + \bar{\alpha}_L \cdot \bar{T} \\ \bar{\varepsilon}_p = \bar{\varepsilon}_0 - \bar{\alpha}_p \cdot \bar{T} \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\bar{T} = [\bar{m}_1 \quad 0 \quad \bar{m}_2]^T$ と置いて単位ベクトルとする。平均化したひずみは、 B を形状マトリクス、 Δd を節点変位ベクトル、 $[T_e]$ をひずみの座標変換マトリクスとすれば、 $\bar{\varepsilon}_0 = [T_e]^{-1} B \Delta d$ となる。さらに、 $\bar{\alpha}_L = c \bar{\alpha}_p$ となる c を仮定し、局所化領域での応力-ひずみマトリクスを $[\bar{D}_L]$ 、非局所化領域での応力-ひずみマトリクスを $[\bar{D}_p]$ と定義して、 $\bar{x}-\bar{y}$ 方向の力の釣合いを考えれば、最終的に以下の式が導かれる。

$$\{[\bar{D}_L] - [\bar{D}_p]\} [T_e]^{-1} B \Delta d + \{(c-1)[\bar{D}_L] + [\bar{D}_p]\} \bar{\alpha}_p \{ \bar{T} \}^T [T_e]^{-1} B \Delta d \{ \bar{T} \} = [\bar{\sigma}] \quad (4)$$

左辺は不連続面での応力の差であり、不連続面直交方向の直応力とせん断応力は釣り合っているため、 $[\bar{\sigma}] = \{0 \quad \bar{\sigma}_y \quad 0\}^T$ である。さらに、(5)式のように、

$$\begin{cases} \{g\} = \{[\bar{D}_L] - [\bar{D}_P]\} [T_\epsilon]^{-1} B_\Delta d \\ [A] = (c-1)[\bar{D}_L] + [\bar{D}_P] \\ \beta = \alpha_p (\{\bar{T}\}^T [T_\epsilon]^{-1} B_\Delta d) \end{cases} \quad (5)$$

とおけば、(4)式は以下のように書き換えられる。

$$\{g\} + [A] \cdot \beta \{\bar{T}\} = [\bar{\sigma}] \quad (6)$$

(6)式は Belytschkoら[3]が導いた不連続面の挙動を定義する式であるが、諸条件を与えることによって、先に述べた、不連続面の発生条件、Snap Backの条件および、不連続面発生後の局所化領域の挙動を調べる事が可能となる。

2. 2 不連続面の発生条件

不連続面発生前において、任意の局所位置での応力-ひずみ挙動は唯一定義される。したがって、不連続面の発生条件は、(6)式における局所化領域および、非局所化領域の応力-ひずみマトリクスが等しくなると仮定することで求めることができる。

$$[\bar{D}_L] = [\bar{D}_P] \quad (7)$$

(7)式を(5)式に代入すれば、 $\{g\} = 0$ となり、また、 c および β はスカラーであるため、(4)式は以下のように変形される。

$$[[T_\sigma]^{-1} [D_L] [T_\epsilon]] \begin{Bmatrix} \bar{m}_1 \\ 0 \\ \bar{m}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{\sigma}_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 $[D_L]$ は $x-y$ 座標系で定義した応力-ひずみマトリクス、 $[T_\sigma]$ は応力の座標変換マトリクスである。(8)式において、 \bar{m}_1, \bar{m}_2 が唯一解を持つための条件は、左辺の(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)成分で構成される行列の行列式が零になることである。この行列式は θ のみの関数になるため、任意の θ について式を解けば、不連続面の法線ベクトル n が求められ、不連続面の方向が決定できる。さらに、不連続面の挙動を判別するベクトル \bar{m}_1, \bar{m}_2 も導出される。

2. 3 Snap Back の条件

Snap Back が発生する条件としては、要素の平均化したひずみが零になることで示すことができる。すなわち、

$$\begin{cases} \{\bar{\epsilon}_0\} = [T_\epsilon]^{-1} B_\Delta d = 0 \\ \{g\} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式が成立すればよい。したがって、(9) 式を(6) 式に代入すれば、結局のところ[A] の行列式が零になることが、Snap Back の条件として生じる。したがって、次式が導かれる。

$$\det \left[[T_\sigma]^{-1} \{ (c-1)[D_L] + [D_p] \} [T_\epsilon] \right] = 0 \quad (10)$$

また、(10) 式で $c = \frac{h}{b}$ と仮定すれば、この式は Bazant が導いた不安定条件の式と同様となる。

2. 4 不連続面発生後の局所化領域の挙動

ひとたび不連続面が発生すれば、(6) 式を解くことによって不連続面発生後の不連続面の挙動を調べることが可能になる。すなわち、2. 2 節で示した不連続面発生条件から求まる n を(6) 式に代入することで、要素幅に対する局所化領域の大きさに依存した、局所化領域、非局所化領域のひずみの大きさ、および不連続面の挙動が示されることになる。

3. RC はりの構造不安定と局所不安定に関する考察

鉄筋コンクリートはりを対象にして、構造不安定と局所不安定の関係を検討する。特に今回の解析では、2. 2 節で示した不連続面の発生条件を取り上げ、不連続面の発生（すなわち局所不安定の発生）が Bifurcation Point の発生（すなわち構造不安定の発生）とどのような関係を有しているのかを調べた。

3. 1 材料モデル

コンクリートの応力-ひずみ関係を図-4 に示す。図のように、圧縮応力下では応力とひずみの関係は2次式で、また、その後終局ひずみに到るまで、応力は直線的に低下すると仮定した。一方、引張応力下では応力とひずみは比例し、その後、応力は零に漸近していくモデルである。なお、鉄筋の応力-ひずみ関係はバイ・リニア型とした。

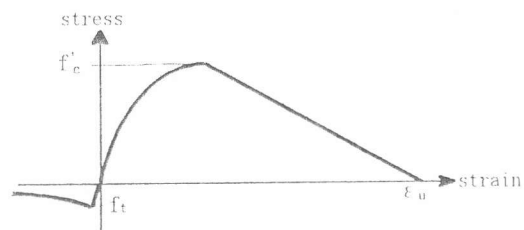


図-4 コンクリートの応力-ひずみ関係

3. 2 構造不安定と局所不安定の関係

3. 2. 1 単鉄筋ディープビーム

解析に用いたモデルの概要を図-5 に示す。せん断補強鉄筋がなく、せん断スパン比が 1.3 のディープビームを単純支持し、1 点集中載荷することを想定した。

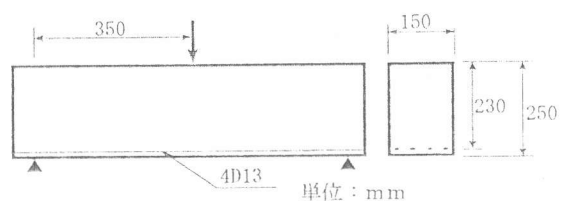


図-5 供試体の概要

解析より得られた荷重変位関係を図-6に示す。解析において、図中の黒丸で Bifurcation Point が発生した。図-7に Bifurcation Point 発生前(図-7(a))と、Bifurcation Point 発生後(図-7(b))の変位増分を示す。Bifurcation Point 発生後、構造物の変位増分は大きく変化し、Shear bandが発生していることがわかる。また、このときのひび割れを図-8に示す。図中、斜線はひび割れ

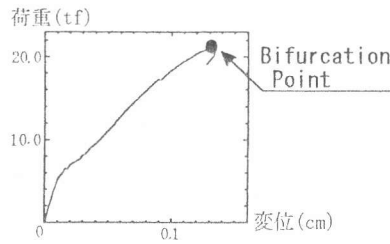
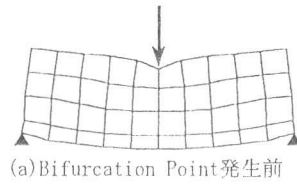
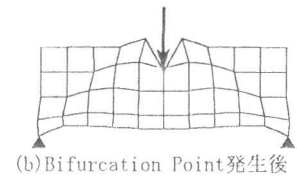


図-6 荷重-変位関係

の方向を示し、その太さは解析より得られた主引張ひずみの大きさを示している。この図より、斜め方向にひび割れが卓越しているのがわかる。以上のことから、このはりは、最終的にせん断モードで破壊するものと考えられる。



(a) Bifurcation Point 発生前



(b) Bifurcation Point 発生後

図-7 変位増分

ひび割れ発生状況を図-8に示す。図中、斜線はひび割れの方向を示し、その太さは解析より得られた主引張ひずみの大きさを示している。この図より、斜め方向にひび割れが卓越しているのがわかる。以上のことから、このはりは、最終的にせん断モードで破壊するものと考えられる。

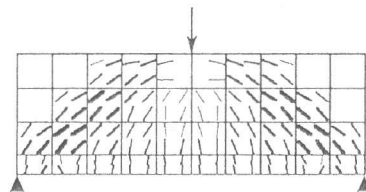
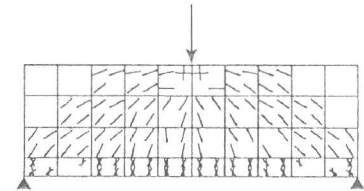
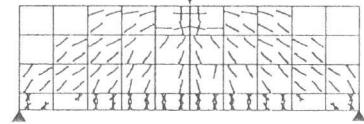


図-8 ひび割れ発生状況

次に、2.2節で示した方法により、Bifurcation Point 発生前と発生時の不連続面の発生状況を調べた。図-9に Bifurcation Point 発生直前(図-9(a))、Bifurcation Point 発生時(図-9(b))の不連続面の発生状況を示す。多くの不連続面の方向はひび割れの方向とほぼ一致している。



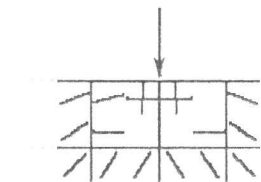
(a) Bifurcation Point 発生前



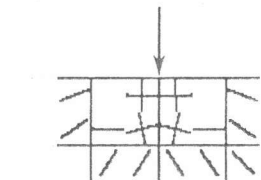
(b) Bifurcation Point 発生時

図-9 不連続面の発生状態

また、ひび割れ位置に生じる不連続面は全て、Splitting modeであることが明らかになった。さらに、(a)と(b)を比較すると、荷点付近に発生する不連続面に大きな相違がみられた。そこで、荷点付近に着目した不連続面の拡大図を、図-10に示す。図-10(b)で Bifurcation Point 発生とともに生じる不連続面は、ひび割れに一致するものではなく、また、その性状は、Shear mode に近く、滑りを生じる形態を示していることがわかった。このことから、今回対象とした RC はりがせん断モードで破壊する場合は、荷点下端部にすべりが卓越する(Shear mode)不連続面が生じ、すでに発生しているひび割れ位置での不連続面とつながることが、Bifurcation Point (構造不安定) 発生の要因となったと考えられる。



(a) Bifurcation Point 発生前



(b) bifurcation Point 発生時

図-10 荷点付近の不連続面

3.2.2 曲げ破壊するはり

解析に用いたはりの形状および、配筋状況を図-11に示す。せん断スパン比は前節で示したはりと同じである。図-12に解析より得られた荷重-変位関係を示す。図中、黒点は解析中生

じたBifurcation Point 位置を示している。図-13にBifurcation Point 発生時のひび割れ状況を示す。ひび割れは供試体中央下部に発達しており、最終的には曲げ破壊することが認められる。

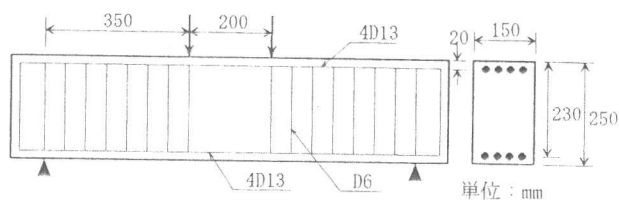


図-11 供試体の概要

次に、図-14(a)にBifurcation Point 発生前の不連続面の状況を、図-14(b)に発生時の不連続面の状況を示す。この図より、Bifurcation Point 直前および発生時の不連続面

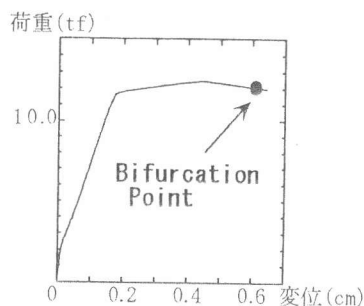


図-12 荷重-変位関係

を検討したが、先に示したせん断モードのはりのようにBifurcation Point 発生時に、新たな不連続面の発生は認められなかった。このことから、RCはりが曲げ破壊する場合には、不連続面の発生の有無だけでは、構造不安定と局所不安定の関係は検討できず、2.3節で示した方法により、不連続面発生後の挙動を含めた詳細な検討を行う必要があると思われる。

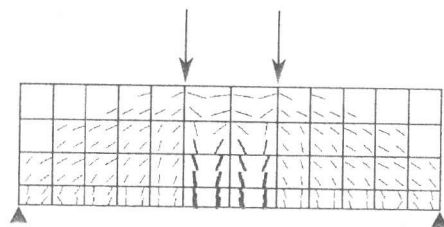
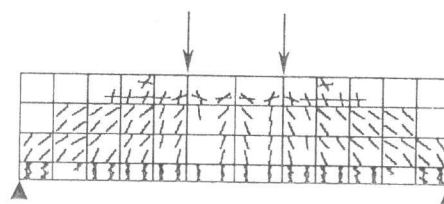
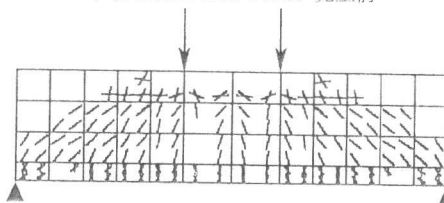


図-13 ひび割れ発生状況



(a)Bifurcation Point 発生前



(b)Bifurcation Point発生時

図-14 不連続面の発生状態

4. 結論

本研究により得られた結論を以下に示す。

- (1) 鉄筋コンクリート要素に対し、局所挙動を検討するためのパラメータを導入し、構造物内部の局所不安定が構造物全体の構造不安定に及ぼす影響について解析的に検討した。
- (2) RCはりがせん断破壊する場合は、載荷点下端部に Shear mode の不連続面が生じ、すでに発生している不連続面とつながることが、構造不安定の要因となったと考えられる。
- (3) RCはりが曲げ破壊する場合は、Bifurcation Point 発生前と発生時において、不連続面の顕著な変化は見られず、不連続面発生後の挙動を含めた詳細な検討を行う必要があると思われる。

参考文献

- [1]中村光：コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究，名古屋大学学位論文，(1992)
- [2]M. Ortiz, Y. Leroy and A. Needleman: A Finite Element Method for Localization Failure Analysis, Comp. Meth. Appl. Mech. Engr. . Vol. 61(1987), pp. 189-224
- [3]Ted Belytschko, Jacob Fish and Bruce E. Engelman: A Finite Element with Embedded Localization Zones, Comp. Meth. Appl. Mech. Engr. , Vol. 70(1988), pp. 59-89