

論文 コンクリートの圧縮破壊性状に関する分岐理論的考察

石田仁*¹,丸山久一*²,池田清宏*³,長谷川正人*⁴

要旨：コンクリートの圧縮破壊性状の解明の第一段階として、コンクリートの応力-ひずみ曲線、圧縮強度に対する分岐理論の適合性について調べた。本実験の範囲では、コンクリート、モルタルの応力-ひずみ曲線が、粗骨材の粒度の如何を問わず初期不整感度則に対し非常に高い適合性を持ち、その圧縮性状が分岐現象に支配されているという興味深い結果を得ることができた。

キーワード：分岐理論、初期不整、応力-ひずみ曲線、圧縮強度、破壊性状

1.はじめに

近年、特に混和材料の進歩によってコンクリートの多様化が進み、高流動コンクリート、超高強度コンクリートといった新しいコンクリートが使用されるようになってきている。しかしながら、コンクリートの力学的性質には未解明な点が多く、その変形挙動や耐荷性状がどのような法則に支配されるのかということは明らかではない。このことがコンクリートの圧縮破壊が支配的な部材の耐荷性状の推定を困難なものにしており、この破壊性状の解明はコンクリートの多様化が進む中でさらに重要な課題となっている。

一方、粒状体の滑り線形成に関する広範な研究から、その破壊のメカニズムが分岐現象に支配されていることが明らかになっている。池田ら[1,2]は初期不整が十分小さい場合には初期不整の影響が分岐方程式により完全に記述できるとし、実験や解析結果に基づいてパラメータを求めることにより、応力ひずみ曲線を近似する漸近近似法を提案し、また、分岐現象に従う場合の強度の確率密度関数を導くことにより確率論的な検討を可能にしている[3]。

本研究は、池田ら[1]が誘導した初期不整感度則のコンクリートの一軸圧縮試験結果への適用性を検討することにより、コンクリートの破壊性状を明らかにすることを目的としている。

2.分岐理論

2.1.不安定分岐点と応力-ひずみ曲線

まず材料の力学的挙動(荷重-変位)が分岐現象に支配されている場合の例を図1に示す。分岐現象とは荷重-変位曲線で表される釣合い状態が移行する現象であり、分岐時の釣合い点を分岐点と呼ぶ。分岐は分岐経路の傾きによって安定分岐(傾きが正)と不安定分岐(傾きが負)に分けられ、図1は後者の例である。不安定分岐の場合、釣合い経路は極大点を持つ。材料の状態及び構造系が理想的であると、その荷重-変位曲線は図1の太線の様な完全系の経路を辿る。実際には材料には種々の不均質さ、欠陥等が存在するため、細線の様な釣合い経路(不完全系の経路)を辿る。不完全系の釣合い経路に対して、完全系からのずれを初期不整変数 ε と定義する。初期不整変数 ε は形状の狂い、材料の不均質さ、境界の不整等の種々の影響の重ね合わせを表す1次元量である。但し、この具体的な値を実際の供試体

*1 五洋建設(株) 工修(正会員)

*2 長岡技術科学大学教授 工学部建設系、Ph.D.(正会員)

*3 東北大学助教授 工学部土木工学科、Ph.D.

*4 長岡技術科学大学大学院 工学研究科、建設工学専攻

に対して定義することは、現時点では非常に困難である。図2に初期不整変数 ε が荷重-変位曲線に及ぼす影響を概念的に示す。図2に示す放物線 $\delta P = -g\delta u^2$ 上の完全系の分岐点からのひずみの変動量 $\delta u|_{\delta P = -g\delta u^2}$ とピーク応力の完全系の分岐点からの変動量 δP_c に対しては、それぞれ初期不整変数 ε との関係が導かれており[1]、両関係式から ε を消去することにより、初期不整変数自体が解明できなくともこの両変動量の関係に対する検討が可能である。

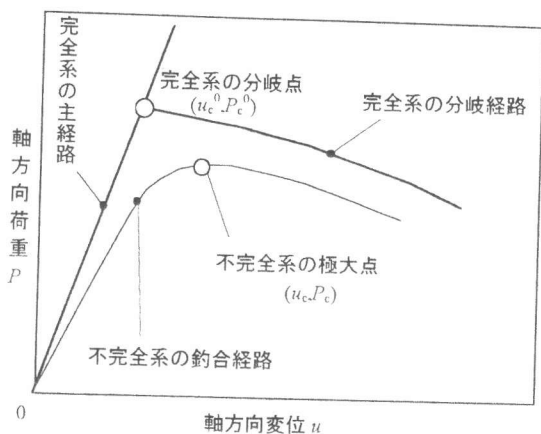


図1.分岐現象の例

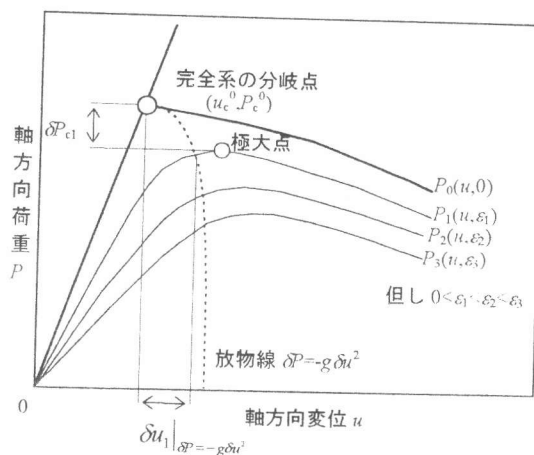


図2.初期不整と荷重-変位曲線

2.2. 初期不整感度則

分岐現象に支配される荷重-変位曲線(釣合い経路)は分岐方程式によって表される。池田ら[1]は構造系の非線形の釣合式から、分岐現象の釣合い経路を表す分岐方程式(1)を誘導している。

$$(\delta u - r\delta P - s\delta u^2)\delta P + p(\delta u - r\delta P - s\delta u^2)^3 + q\varepsilon + \text{高次項} = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\delta u \equiv u - u_c^0$ 、 $\delta P \equiv P - P_c^0$ 、 u は軸方向変位、 P は軸方向荷重、 ε は初期不整変数をそれぞれ表わす。また、 p 、 q 、 r 、 s はパラメータである。分岐方程式(1)を用いて、次の2つの関係式が導かれる[1]。

$$\delta P_c \equiv P_c - P_c^0 = -\left(\frac{27pq^2}{4}\right)^{1/3} \varepsilon^{2/3} + \text{高次項} \quad (2)$$

$$\delta u_c \equiv u_c - u_c^0 = \left(\frac{q}{2p}\right)^{1/3} \varepsilon^{1/3} + \text{高次項} \quad (3)$$

ここに δP_c は完全系の分岐荷重 P_c^0 と不完全系の極大点の荷重 P_c の差、 δu_c は完全系の分岐点 u_c^0 と不完全系の極大点の変位 u_c の差である。式(2)は δP が漸近的に ε の $2/3$ 乗に比例することを表す Koiter が発見した有名な法則である[4]。式(2)、(3)から ε を消去して得られる極大点の軌跡を表す放物線 $\delta P_c = -3p\delta u_c^2$ を一般化して $\delta P = -g\delta u^2$ と表す。ここに g はある定数である。この放物線と不完全系の径路との交点における変位 $\delta u|_{\delta P = -g\delta u^2}$ の関係は、

$$\delta u|_{\delta P = -g\delta u^2} = \left(\frac{q}{g-p}\right)^{1/3} \varepsilon^{1/3} + \text{高次項} \quad (4)$$

(2)、(4)式から ε を消去すると、(5)式の様な比例関係が得られる。コンクリートの応力-ひずみ曲線に

(5)式の関係が認められるか否かが本研究の主な検討項目である。

$$\delta u|_{\sigma = -g\delta \varepsilon} \propto (-\delta P_c)^{1/2} \quad (5)$$

2.2. 圧縮強度の確率密度関数

(5)式を実験結果に適用するためには、ケースごとに完全系の分岐荷重(圧縮強度) P_c^0 が得られていなければならない。この完全系の分岐荷重 P_c^0 を推定するために圧縮強度の確率密度関数を利用する。池田ら[3]は初期不整変数 ε が正規分布に従うと仮定したときの圧縮強度の確率密度関数 $f(P_c)$ を誘導している。

$$f(P_c) = \frac{3(P_c - P_c^0)^2}{2(C_0\sigma^{2/3})^3} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{P_c - P_c^0}{C_0\sigma^{2/3}}\right]^3\right) \quad (-\infty < P_c < P_c^0) \quad (6)$$

式(6)において、期待値 $E[P_c]$ 、分散 $\text{Var}[P_c]$ を求めると次のようになる[3]。

$$E[P_c] = P_c^0 - 113C_0\sigma^{2/3}, \text{Var}[P_c] = (0.409C_0\sigma^{2/3})^2 \quad (7)$$

この期待値 $E[P_c]$ 、分散 $\text{Var}[P_c]$ に対し、それぞれ実験結果から得られる圧縮強度の標本平均、標本分散を用いることにより圧縮強度の確率密度関数 $f(P_c)$ が計算できる。この確率密度関数の上限値として完全系の分岐荷重 P_c^0 を得ることができる。

3. 実験概要

3.1. 使用材料・配合

今回使用した材料・配合をそれぞれ表1、2に示す。本実験ではコンクリートに対する分岐理論の適合性、粗骨材が分岐現象に及ぼす影響を調べるため、比較的強度のコンクリートを対象とし、同一のモルタル分をもつ粗骨材粒度の異なる4種類のコンクリート、及びモルタルについて実験を行った。コンクリートについては粗骨材の容積を一定とすることに特に留意した。粗骨材はふるい分け後に改めて比重試験を行っており、その結果を表1に載せている。

粗骨材の最大寸法が15mmと小さいため、粗骨材の種類は5~10mm(M)、10~15mm(L)の2種類のみである。また、本実験では細かい粒度の極端なモデルとして2.5mm~5.0mmの骨材を粗骨材として使用した(S)。Nは5~10mm、10~

表1. 使用材料

セメント	普通ポルトランドセメント、比重 3.16		
細骨材	信濃川産川砂、比重 2.59、F.M.2.61		
粗骨材	信濃川産川砂利	寸法	比重
		5mm~15mm	2.74
		2.5mm~5.0mm	2.69
		5mm~10mm	2.72
		10mm~15mm	2.75
AE 剤	特殊アミン系界面活性剤、I類		

表2. 配合

名称	粗骨材 寸法 (mm)	air (%)	W/C (%)	s/a (%)	単用量(kg/m ³)				AE剤 (%-C)
					W	C	S	G	
N	5~15	5.9	65	42	168	259	756	1104	0.0987
S	2.5~5.0	5.9						1084	
M	5~10	5.6						1096	
L	10~15	5.7						1108	
モルタル	-	9.2						-	

15mmの粗骨材を重量比で1:1の割合で混合したものを用いている。

3.2. 圧縮試験

試験は1ケースにつきサンプル数を12～15程度とし、それぞれ荷重-変位曲線を測定した。試験に用いた供試体はφ10cm×20cmの円柱供試体である。

表 3. 圧縮試験結果

	平均圧縮強度 (kgf/cm ²)	標準偏差 (kgf/cm ²)	完全系の分岐点の 応力 P_c^0 (kgf/cm ²)
N(5-15mm)	193.6	13.21	230.1
S(2.5-5.0mm)	148.7	7.46	169.3
M(5-10mm)	184.8	17.46	233.0
L(10-15mm)	184.5	13.36	221.4
モルタル	222.1	11.46	253.7

4. 実験結果及び考察

4.1. 圧縮強度および分岐荷重(応力) P_c^0

圧縮試験から得られた圧縮強度の平均値、標準偏差、および平均値と標準偏差から式(6)、(7)を用いて計算した完全系の分岐点の応力 P_c^0 を表3に示す。完全系の分岐点の応力はケースN、M、Lでかなり近い値が得られた。ケースSの強度が他と比べて非常に低かったが、その理由は明確ではない。

4.2. 応力-ひずみ曲線

図3.1～3.5に圧縮試験から得られた応力-ひずみ曲線を示す。また、用いた粗骨材と推定した完全系の分岐点のひずみとの関係を図4に示す。

完全系の分岐点の位置(u_c^0, P_c^0)を決めるにあたり P_c^0 は表3から求めた。また、 u_c^0 と g の値を種々に変えて式(5)の比例関係を最も満たす様な u_c^0 を求め、これをそのケースの完全系の分岐点のひずみ u_c^0 とした。

図4に示すように、完全系の分岐点のひずみ u_c^0 は粗骨材の粒度が粗いほど小さい傾向がある。これは構造系(供試体)の剛性、強度に関係していると考えられるが、分岐理論からどの様に説明され得るかということは今後の検討課題である。

図3.1のモルタルと図3.2～3.5のコンクリートの結果を比較すると、今回の例では粗骨材が構造系(供試体)の剛性を引き上げると同時に、骨材の存在が強度を低下させていることがはっきりと分かる。強度低下は骨材の界面が欠陥として作用するためと考えられる。

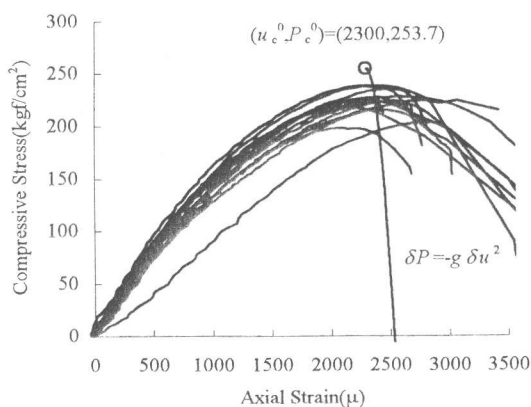


図3.1. 応力-ひずみ曲線
(Mortar)

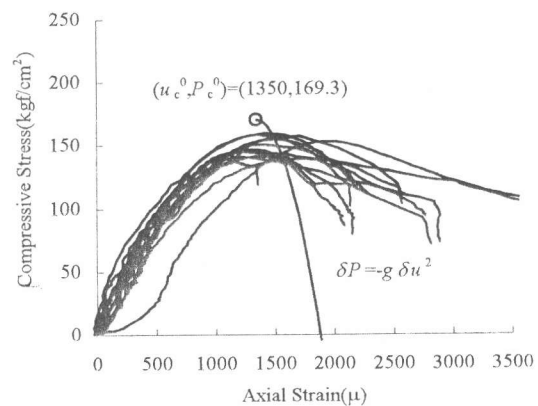


図3.2. 応力-ひずみ曲線
(S 粗骨材粒度2.5-5.0mm)

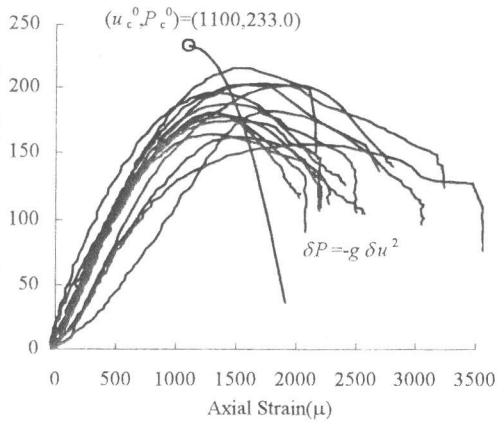


図3.3. 応力-ひずみ曲線
(M 粗骨材粒度5-10mm)

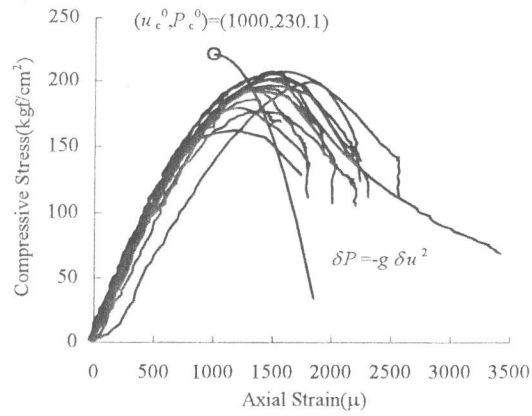


図3.4. 応力-ひずみ曲線
(N 粗骨材粒度5-15mm)

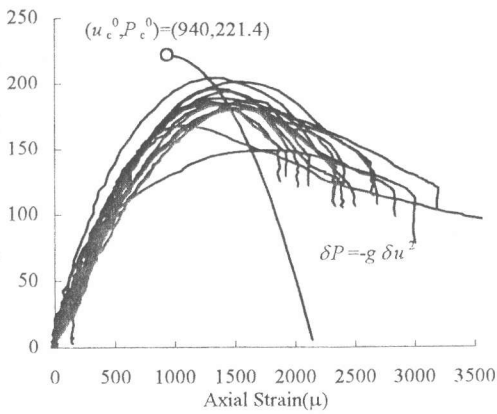


図3.5. 応力-ひずみ曲線
(L 粗骨材粒度10-15mm)

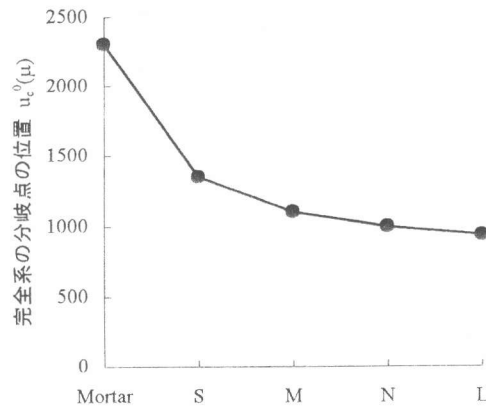


図4. 粗骨材と完全系の分岐点の位置

初期不整感度則に対する適用

(5)は圧縮強度の完全系の分岐荷重(分岐応力)からの変動量 δP_c と図3.1~3.5に示す完全系の分岐点 (u_c^0, P_c^0) からおろした放物線 $\delta P = -g\delta u^2$ と応力-ひずみ曲線との交点におけるひずみ $\delta u|_{\delta P = -g\delta u^2}$ との関係式である。本実験により得た応力-ひずみ曲線を式(5)の係数に適用した結果を図5.1~5.5に示す。それぞれ点を通る直線によく乗っていることが分かる。図6に初期不整感度則の適合性(R^2)について各ケー比較を示す。ここに、 R^2 は式(5)の比例係数に実験値を適用した際の相関係数 R の2乗である。図6、本研究の範囲において粗骨材の存在や粒度が「細かい・粗い」といった違いは分岐理論との適合は殆ど影響を及ぼしていないものと考えられる。

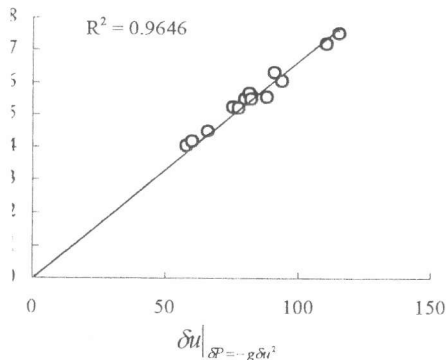


図5.1. 初期不整感度則の適合性
(Mortar)

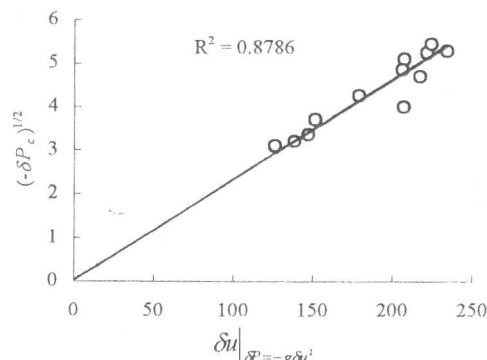


図5.2. 初期不整感度則の適合性
(S 粗骨材粒度2.5-5.0mm)

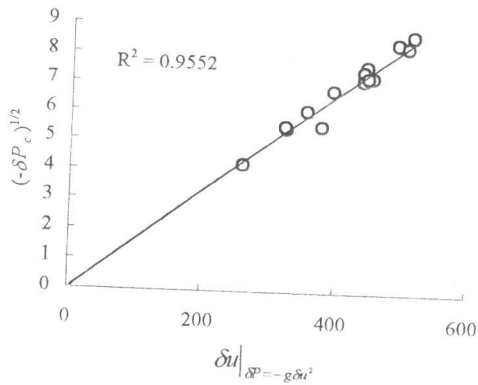


図5.3.初期不整感度則の適合性
(M 粗骨材粒度5-10mm)

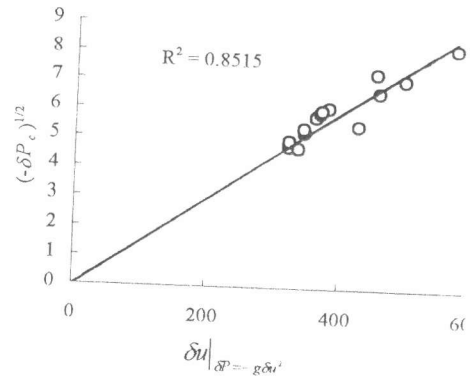


図5.4.初期不整感度則の適合性
(N 粗骨材粒度5-15mm)

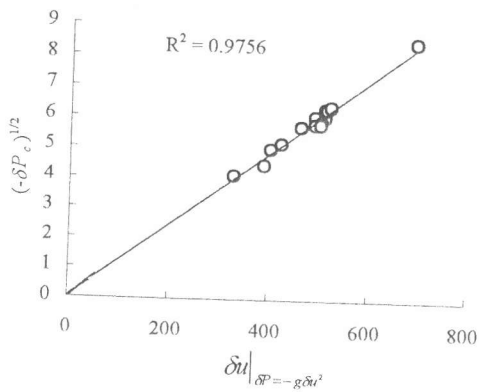


図5.5.初期不整感度則の適合性
(L 粗骨材粒度10-15mm)

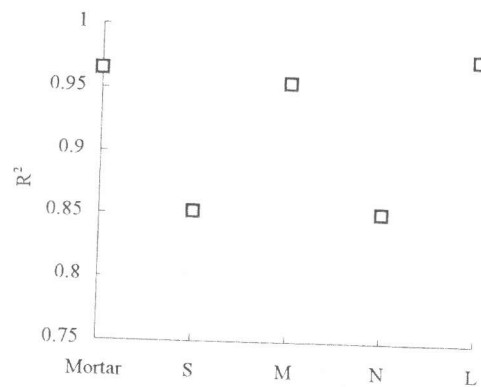


図6.粗骨材と初期不整感度則の適合性

5.まとめ

本研究の結果を以下にまとめる。

- (1)初期不整感度則は、今回の実験結果のどのケースにおいても適合性が良い。このことから、コンクリートの圧縮性状に対して分岐理論を適用することの妥当性とその可能性を示せた。
- (2)本研究の範囲では初期不整感度則の適合性は、粗骨材の有無、粗骨材の粒度の影響を受けていない。
- (3)本研究の範囲では粗骨材の有無、粗骨材の粒度によって分岐点の位置が影響を受けており、コンクリートの分岐理論的な特性を調べる際にはこれらは重要な要因の一つであると考えられる。

【謝辞】

本研究は文部省科学研究費補助金(一般研究C、課題番号06805038)の助成を受けて行ったものである。ここに記して感謝の意を表します。

【参考文献】

- [1] 池田清宏、岩熊哲夫、中沢正利、後藤聡、堀宗朗：初期不整感度則による分岐特性の漸近近似法、構造工学論文集 Vol.39A、1993
- [2] Ikeda, K. and Goto, S. : IMPERFECTION SENSITIVITY FOR SIZE EFFECT OF GRANULAR MATERIALS, SOILS AND FOUNDATIONS Vol. 33, No.2, 1993
- [3] 池田清宏、室田一雄、丸山久一、柳澤栄司：材料の強度変動の統計理論、構造工学論文集 Vol. 41A、1995
- [4] Koiter, W.T. (1945) : On the stability of elastic equilibrium. Dissertation. Delft, Holland. (English translation: NASA Tech. Trans. F10, 1967).