

論文 ビンガム流体から固体への遷移過程におけるコンクリートの構成則に関する研究

石川靖晃^{*1}・安藤直樹^{*2}・阿部博俊^{*3}・菊川浩治^{*4}

要旨：Bingham流体から固体相への遷移過程におけるコンクリートの構成則を提案し、定式化を行った。この構成則は、時間に依存しない成分として弾塑性成分と、時間に依存する成分として粘弾性成分および粘塑性成分を考慮した。特に、粘弾性成分については、Rate Typeの粘弾性式を導入し、通常増分解析を可能にしている。そして、既存の若材令コンクリートのクリープ実験を基に、若材令コンクリートの変形挙動について解析的に検討を行った。

キーワード：Rate Typeの粘弾性構成式、粘塑性

1. はじめに

打設直後のコンクリートいわゆるフレッシュコンクリートは一般的にはBingham流体としてみなされている。その後、水和反応が始まり、時間を経て硬化コンクリートに移行し、固体化する。言い換えれば、この間コンクリートはBingham流体と固体の間にあるといえる。また、この時期では、初期応力問題が生じ、硬化時の耐久性に大きく影響を及ぼす。そのため、この間の変形挙動を詳細にモデル化することが必要とされる。

従来、この間のコンクリートのモデル化は、粘弾性成分もしくは粘塑性成分のどちらか一方でしか考えられていなかった。しかし、それらのモデルでは、粘弾性成分だけの考慮では弾性域を越えたときの非回復性成分の表現ができず、また粘塑性成分だけの考慮では、低い応力レベルでクリープひずみが発生しないというような問題が生じ、挙動を十分にとらえることができなかった。

本研究では、弾塑性成分に粘弾性成分と粘塑性成分の両方の成分を加えたコンクリートの構成則を定式化することを試みた。またその際に、粘弾性ひずみを従来ではトータルなものとして表していたが、今回はそれを増分形で表すことを試みた。その理由は、弾性域を越えてからは剛性が変化するために、接線剛性を用いる必要があり、構成則は弾性域を含め一般に増分形で表される必要があるためである。

そして、構築したモデルを用いてコンクリートの変形挙動の数値シミュレーションを行った。

2. 遷移過程でのコンクリートの構成則の定式化

一般のコンクリートにおいて、粘性を考慮するならば、一軸状態における全ひずみ増分 $d\{\epsilon\}$ は次式で表される。

$$d\{\epsilon\} = d\{\epsilon^e\} + d\{\epsilon^p\} + d\{\epsilon^{ve}\} + d\{\epsilon^{vp}\} + d\{\epsilon^0\} \quad (1)$$

ここで、 $d\{\epsilon^e\}$ は弾性ひずみ増分、 $d\{\epsilon^p\}$ は塑性ひずみ増分、 $d\{\epsilon^{ve}\}$ は粘弾性成分、 $d\{\epsilon^{vp}\}$ は粘塑

^{*1} 名城大学助手 理工学部土木工学科、工修（正会員）

^{*2} 名古屋大学学生 工学部土木工学科（正会員）

^{*3} 電力中央研究所元コンクリート研究室長

^{*4} 名城大学教授 理工学部土木工学科、工博（正会員）

性ひずみ成分、 $d\{\epsilon^0\}$ は応力に依存しないひずみ増分である。

粘塑性ひずみ成分については、筆者らが提案した構成式[1]を用いる。それを用いると粘塑性ひずみ増分は次式で表される。

$$d\{\epsilon^{VP}\} = \gamma \cdot dt \cdot F(\sigma) \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2)$$

ここで、 γ は粘性係数、 $F(\sigma)$ は粘塑性ポテンシャル、 dt は時間増分である。粘塑性ポテンシャル $F(\sigma)$ は次式で提案されている[1]。

$$F(\sigma) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k, \quad \alpha = \frac{2 \sin \phi^*}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi^*)}, \quad k = \frac{6c^* \cos \phi^*}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi^*)} \quad (3)$$

ここで、 c^* は変動粘着力、 ϕ^* は変動内部摩擦角である。 c^* 、 ϕ^* は次式のような損傷パラメータ ω の関数として表される。

$$c^* = c \cdot \exp[-(a\omega)^2], \quad \phi^* = \begin{cases} \phi \sqrt{2\omega - \omega^2} & \omega \leq 1 \\ \phi & \omega > 1 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 c は初期粘着力、 ϕ は終局時の内部摩擦角であり、 a は材料定数である。 c 、 ϕ は材令によって変化する。

一方、粘弾性ひずみ増分に関しては、通常のクリープ関数 $J(t, t')$ を用いて次式で表される。

$$\{\epsilon^{ve}\} = \int_0^t J(t, t') d\sigma(t') \quad (5)$$

ここで t 、 t' はそれぞれ、材令および载荷材令である。ところが式(5)は一般的には第2種Volterraの積分方程式と呼ばれるものであり、ある時間経過での全ひずみを与える。ところが、増分解析ではある微小時間の間の増分ひずみを求める必要があり、(5)式を用いると一般には全ての過去の応力経路と、それまでのひずみ履歴を記憶しておく必要がある。それは多くの計算アルゴリズムを必要とし、複雑な問題には一般的適用性がないと考える。そこで、このような積分方程式をRate Type型の方程式に変換することを考え、一般的に使用されるDirichlet級数による変換を使用する。

その手順を以下に述べる。式(5)のような積分方程式の中には核と呼ばれる項が存在するが、その核が分離核であると仮定すると、 $J(t, t')$ は次式で表現される。

$$J(t, t') = \sum_{\mu=1}^N [1/C_{\mu}(t')] - \sum_{\mu=1}^N [B_{\mu}(t)/B_{\mu}(t')] C_{\mu}(t') \quad (6)$$

$y_{\mu}(t) = -\ln B_{\mu}(t)$ とおくと、式(6)は

$$J(t, t') = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_{\mu}(t')} \{1 - \exp[y_{\mu}(t') - y_{\mu}(t)]\} \quad (7)$$

となる。そして、 $y_\mu(t) = t/\tau_\mu$ という特別な場合を考える。すると式(7)は

$$J(t, t') = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_\mu(t')} \{1 - \exp[-(t-t')/\tau_\mu]\} \quad (8)$$

に変換される。ここで、 τ_μ は遅延時間である。式(8)のような級数は一般的にDirichlet級数と呼ばれる。式(8)を式(5)に代入すると

$$\{\varepsilon^{ve}\} = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_\mu(t) \quad (9)$$

ここで

$$\varepsilon_\mu(t) = \int_0^t \frac{d\sigma(t')}{C_\mu(t')} - \gamma_\mu(t), \quad \gamma_\mu(t) = \exp[-y_\mu(t)] \int_0^t \exp[y_\mu(t')] \frac{d\sigma(t')}{dy_\mu(t')} \frac{dy_\mu(t')}{C_\mu(t')} \quad (10)$$

(10)式を差分化するとひずみ増分 $\Delta\varepsilon_\mu$ がつぎのように求まる。

$$\Delta\varepsilon_\mu = -(\gamma_{\mu(r+1)} - \gamma_{\mu(r)}) + \frac{\Delta\sigma}{C_{\mu(r+1/2)}} \quad (11)$$

$$\gamma_{\mu(r+1)} = \gamma_{\mu(r)} \exp(-\Delta y_\mu) + \frac{\lambda_\mu}{C_{\mu(r+1/2)}} \Delta\sigma, \quad \lambda_\mu = \frac{1 - \exp[-\Delta y_\mu]}{\Delta y_\mu} \quad (12)$$

ただし、 $\Delta y_\mu = y_\mu(t_{r+1}) - y_\mu(t_r)$ であり、 $C_{\mu(r+1/2)} = C_{\mu(r)} = C_{\mu(r+1)}$ である。最終的に(5)式に基づく増分形式が次のように求まる。

$$d\{\varepsilon^{ve}\} = \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'', \quad \frac{1}{E''} = \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_\mu}{C_{\mu(r+1/2)}}, \quad \Delta\varepsilon'' = \sum_{\mu=1}^N [1 - \exp(-\Delta y_\mu)] \gamma_{\mu(r)} \quad (13)$$

式(13)および式(2)を式(1)に代入すると、次式のような最終的な一軸状態での構成関係が得られる。

$$d\{\varepsilon\} = d\{\varepsilon^e\} + d\{\varepsilon^p\} + \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'' + \gamma \cdot dt \cdot F(\sigma) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + d\{\varepsilon^0\} \quad (14)$$

ただし、(5)式における $J(t, t')$ は一般にクリープ関数と呼ばれ、実験的に求められており、若材令コンクリートについても $J(t, t')$ がいくつか求められている。

3. 電研における若材令クリープデータの適用

3.1 諸パラメーターの決定

以上に述べた解析理論の下で、実際に数値解析を行うためには、(8)式における $C_\mu(t')$ および τ_μ な

どのパラメータを、実験的に得られた $J(t, t')$ から適宜決定する必要がある。ここでBazantらが提案するDouble Power則によるクリープ関数表示を用いる[2]。Double Power則によれば、クリープ関数は(15)式で表される。この場合の(8)式の $C_\mu(t')$ 、 τ_μ は(16)式および(17)式で表されることがわかっている。

$$J(t, t') = [1 + \Psi(t')(t - t')^n] / E_0, \quad \Psi(t') = \Psi_0(t'^{-m} + \alpha) \quad (15)$$

$$\tau_\mu = \tau_2 \cdot 10^{\mu-2}, \quad \mu \geq 2 \quad (16)$$

$$\frac{1}{C_\mu(t')} = \begin{cases} \frac{1}{E_0} + a(n) \left(\frac{\tau_1}{0.002} \right)^n \Psi(t') & \mu = 1 \\ b(n) \left(\frac{\tau_1}{0.002} \right)^n 10^{n(\mu-1)} \Psi(t') & 1 < \mu < N \\ 1.2b(n) \left(\frac{\tau_1}{0.002} \right)^n 10^{n(N-1)} \Psi(t') & \mu = N \end{cases} \quad (17)$$

ここで、 $a(n)$ 、 $b(n)$ の値は表-1に示す通りである[2]。

表-1 $a(n)$ 、 $b(n)$ の値

n	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
$a(n)$	0.6700	0.4465	0.2929	0.1885	0.1154	0.0611	0.0156
$b(n)$	0.0819	0.1161	0.1229	0.1152	0.1007	0.8042	0.0681

本研究では、まず任意に与えられるクリープ関数を式(15)の形で近似し、それから式(17)を用いて、 $C_\mu(t')$ を決定することにする。

粘塑性に関するパラメータに関しては、内部摩擦角に関しては文献[1]に示した値 ($\phi=27^\circ$) を用いる。しかし、粘着力は一軸圧縮強度の1/3とした。

また、全ての載荷材令に対して $\gamma=5.0 \times 10^{-2} \text{ 1/(kgf/cm}^2\text{)/Days}$ とした。

3.2 一般のクリープ関数を用いての数値的検討

本研究では若材令コンクリートのクリープ関数として、電力中央研究所で行われたクリープ試験[3]で求められたものを用いる。クリープ試験に用いたコンクリートの配合は、W/C=49%、s/a=40%であり、単位セメント量、単位水量、単位細骨材量および単位粗骨材量はそれぞれ339, 166, 730および1063kg/m³である。この配合で、 $\phi=15\text{cm} \times 30\text{cm}$ の円柱供試体を作製した。5時間後に脱型し、銅缶に入れ、直ちに蓋を半田で取り付けた。材令0.69, 1.0および3.0日後に、それぞれ、10, 20および25kgf/cm²の応力レベルに達するまで載荷した。それぞれの一軸圧縮強度に対する比はそれぞれ45, 38および22%である。それぞれの載荷材令に対する実験式は[3]によれば次式の通りである。

$$\varepsilon(t - 0.69) = \left\{ 13.35 + 4.523 \left[\ln \left(\frac{t}{0.69} \right) \right]^{2.1825} \right\} \sigma \times 10^{-6} \quad (18)$$

$$\varepsilon(t - 1.00) = \left\{ 11.55 + 3.8886 \left[\ln \left(\frac{t}{1.00} \right) \right]^{1.9600} \right\} \sigma \times 10^{-6} \quad (19)$$

$$\varepsilon(t - 3.00) = \left\{ 7.62 + 3.589 \left[\ln \left(\frac{t}{3.00} \right) \right]^{1.653} \right\} \sigma \times 10^{-6} \quad (20)$$

ここで、 σ は荷重応力である。式(18)～式(20)すなわち電中研におけるクリープ実験式に式(15)で与えられるクリープ式をマッチングさせた結果を図-1に、式(15)のクリープ式と式(8)で与えられるDirichlet級数型のクリープ式即ち本研究で用いたクリープ式を比較させた結果を図-2に示す。また、その時用いた材料パラメータを表-2に示す。

τ_1 、 τ_2 はDirichlet級数の第1項、第2項の遅延時間であるが、これを適切にとらないと精度良いクリープ関数の表現が不可能である。また、いくつまで級数をとるかということも問題である。ここでは、Try and Errorによって、 τ_1 、 τ_2 を定め、級数を10項で打ち切った。

表-2 解析に用いた材料パラメータ

τ_1 (Days)	τ_2 (Days)	μ	E_0 (kgf/cm ²)	n	m	ϕ_0	α
1.0×10^{-60}	1.0×10^{-6}	10	2.0×10^5	0.10	0.66	1.9	0.05

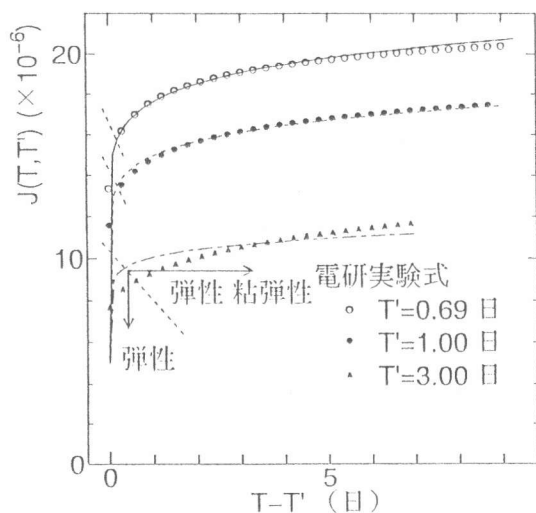


図-1 電中研の実験式と式(15)とのマッチング

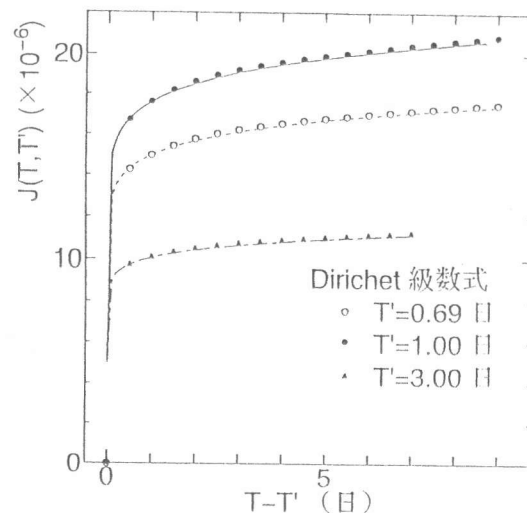


図-2 式(15)と式(8)との比較

図-2において式(15)のようなDouble Power則のようなクリープ関数は式(8)のDirichlet級数型のクリープ関数で精度良く近似できることが判明した。

式(15)から計算したひずみと本定式化から計算したひずみとの一番重要な相違は、式(15)によるものはひずみをトータルなものとして計算していることに対し、一方、本定式化によるものはひずみ増分で計算しそれを統合しているところにある。

2通りの計算結果とも非常に似かよっており、本研究で提案した解析手法の妥当性を示していると思われる。

また、材令0.69日のコンクリートというのはまだ完全に硬化しておらず、押せば中から水がでてくるような状態であるが、材令3.0日になるとほぼ硬化した状態になる。今回提案した式というのは、このような全く違う状態のものを一つの式で表さなければならないのであるが、図-2からわかるように非常に良く表している。

これまで扱ってきた電力中央研究所のデータでは、応力レベルが小さいために変形挙動に粘塑性の影響がはいってこない。

そこで、解析パラメータを以上の解析で用いたものと全く同じにして、一軸圧縮試験のシミュレーションを行った。

一般の硬化後のコンクリートの一軸圧縮試験には、クリープの影響を考慮する必要がないが、若材令コンクリートではその影響が大きいと言われている。従って、その構成則には当然時間依存の項が含まれてくることになり、今回の報告もそれらの検討結果を示している。その結果を図-3に示す。

図-3の結果は1分あたり、 3.5kgf/cm^2 の応力速度で載荷しており、載荷期間は載荷材令より29分である。

各材令において、載荷後しばらくは弾性および粘弾性の影響で直線的に変化するが、弾性域を越えた後では粘塑性成分の影響が急激に現れるようになる。また、この解析結果では粘塑性成分はおよそ 10μ で、ほとんど解析解に影響を及ぼさなかった。

田辺、石川らの粘塑性に関する研究[1]では、粘着力を一軸圧縮強度の $1/9$ としていた。これは小さな載荷応力レベルから粘塑性によるクリープ流れを生じさせるためであり、仮に、粘着力を一軸圧縮強度の $1/2\sim 1/4$ 程度で与えた場合、クリープ流れが生じないという結果となっていた。しかし、今回の解析では、粘着力を一軸圧縮強度の $1/3$ として、より妥当な破壊則として実際の挙動が得られている。

以上の議論から、 γ を載荷材令の関数としたり、また、応力制御をひずみ制御で行うことができれば、遷移過程のコンクリートの応力ひずみ構成則として統一的に用いることができると思われる。もちろん、それが今後の検討課題の一つである。また、現在までの構成則は一次元であるため、構成則の3次元への拡張も今後行っていくつもりである。

4. 結論

以上、遷移過程のコンクリートの構成則を粘塑性および粘弾性の影響を考慮に入れて定式化した。そして、電中研で行われたクリープ試験をもとに数値的検討をおこなった。その結果、解析理論などまだまだ不十分さはあるものの、統一的に変形挙動を捉えることが可能と思われる。

参考文献

- 1) 石川靖晃、大下英吉、田辺忠顕:粘塑性飽和透水材料としての若材令コンクリートの変形挙動, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 16, No. 1, pp. 603~608, 1994.
- 2) Z. P. Bazant and F. H. Wittmann: Creep and Shrinkage in Concrete Structures, John Wiley & Sons Ltd., pp. 163~256, 1982.
- 3) 原口、河角、田辺、岡沢:黒田ダム嵩上げ工事におけるコンクリート打設計画の検討(その1)-コンクリートの力学的、熱的性質の実験検討-, 電力中央研究所報告, No. 3775561, July, 1976.

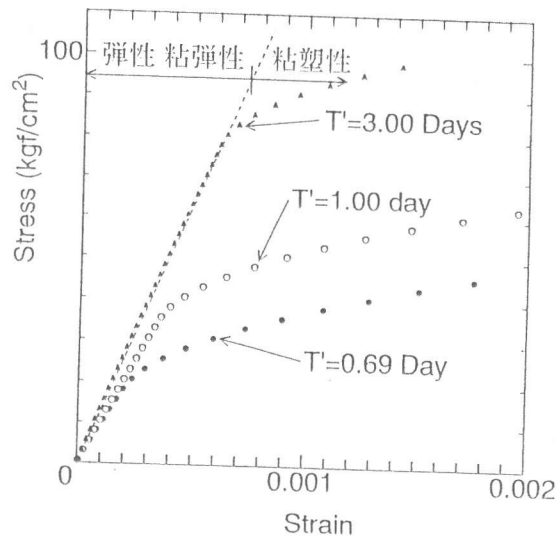


図-3 一軸圧縮試験シミュレーション