

# 論文 計測データを用いた Compensation-Line 法の外部拘束係数と有効弾性係数の推定

潮田 和司<sup>\*1</sup>・西田 徳行<sup>\*2</sup>・松井 邦人<sup>\*3</sup>

**要旨：**マスコンクリートの温度応力解析において外部拘束係数および有効弾性係数を計測データから評価することは、より精度の高い予測解析を行うために重要である。本研究では、計測より得られる有効ひずみと Compensation-Line 法で計算されるひずみを用いて線形最小 2 乗法より外部拘束係数を推定している。有効弾性係数については、計測より得られる有効ひずみ、有効応力に有効材齢を考慮した有効弾性係数式を用い、この式中のパラメータを非線形最小 2 乗法より推定している。推定された外部拘束係数および有効弾性係数を用いて計算したひずみおよび応力は、実測値と比較的良好く一致した。

**キーワード：**温度応力、外部拘束係数、有効弾性係数、計測データ、最小 2 乗法

## 1. はじめに

コンクリートの温度応力は、セメントの水和反応に起因する熱によりコンクリート軸体内に生じる非線形な温度分布による内部拘束と、それに伴う膨張・収縮過程の地盤等の間に働く外部拘束により発生する。この温度応力は、コンクリート構造物にひび割れを発生させ悪影響を及ぼす。そのため事前の正確な温度・温度応力解析は、構造物のひび割れを制御あるいは対策を講ずる観点からも重要である。

温度応力解析手法は、有限要素法あるいは JCI マスコンクリート温度応力委員会が提案した Compensation-Line 法<sup>1)</sup>（以下、CL 法と略す）などがあり、設計・施工検討に供するレベルでは十分に開発されたといえる。しかし有限要素法あるいは CL 法の何れにおいても、温度応力を計算する際解析結果に大きく影響を及ぼすコンクリートのクリープやリラクセーションによる応力緩和の影響を便宜的に取り入れた有効弾性係数、あるいは地盤等の拘束体による外部拘束の程度など不明な点が多い。そのため、これらが温度応力解析の精度向上の障害となっている。

そこで本研究では、外部拘束係数やコンクリート硬化過程におけるクリープ等による応力緩和の影響を考慮した有効弾性係数を明らかにすることを目的に、実構造物内で計測される温度、有効ひずみおよび有効応力を用いて外部拘束係数および有効弾性係数を推定する方法を提示した。さらに提示した方法の検証として、実際に現場計測データを用いてこれらを推定し、計算値と実測値を比較検討した。

## 2. Compensation-Line 法の外部拘束係数の推定法

CL 法は、簡易的に温度応力を計算するためにしばしば用いられている。CL 法を用いて温度応力を計算する場合の外部拘束係数は、コンクリート標準示方書<sup>2)</sup>（以下、示方書と略す）などに示されるコンクリートの底面の長さと高さの比 (L/H) およびコンクリートと拘束体の弾性係数の

\* 1 西松建設(株)技術研究所技術部土木技術課、工修 (正会員)

\* 2 西松建設(株)技術研究所技術部土木技術課主任 (正会員)

\* 3 東京電機大学教授 理工学部建設工学科、Ph.D. (正会員)

(currently, Visiting Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, The University of Iowa)

比 ( $E_c/E_r$ ) の算定図から定めている。これらの算定図は、有限要素法による数値実験から得られたものであるが、リフト数が多い場合や拘束体が杭基礎や直接基礎の場合には十分な精度が得られないこと、また、外部拘束係数の算定図の  $L/H$ 、 $E_c/E_r$  の適用範囲が狭いことにより、十分に活用できているとは言い難い。そのため、実測値から外部拘束係数を推定することは、実構造物に働いている外部拘束を知る上でも、また数値実験から得られた外部拘束係数と比較検討すると言う観点からも必要である。そこで、コンクリート躯体に設置された計測器より測定される温度、有効ひずみから外部拘束係数を推定する方法を以下に示す。CL法における全ひずみは、材齢  $t_i$ 、位置  $x_j$  の関数として次式で表される。

$$\varepsilon(t_i, x_j) = \sum_{k=1}^i \Delta\varepsilon(t_k, x_j) \quad (1)$$

ここに、 $\Delta\varepsilon(t_k, x_j)$  は材齢  $t_k$  と  $t_{k-1}$  の間に生じる全ひずみの増分で次式で表される。

$$\Delta\varepsilon(t_k, x_j) = \alpha \Delta T(t_k, x_j) - \Delta\bar{\varepsilon}(t_k) - \Delta\phi(t_k)(x_j - H_c/2) + R_N \Delta\bar{\varepsilon}(t_k) + R_M \Delta\phi(t_k)(x_j - H_c/2) \quad (2)$$

ただし、

$$\Delta\bar{\varepsilon}(t_k) = \frac{1}{H_c} \int_0^{H_c} \alpha \Delta T(t_k, x) dx \quad (3) \quad \Delta\phi(t_k) = \frac{12}{H_c^3} \int_0^{H_c} (\alpha \Delta T(t_k, x) - \Delta\bar{\varepsilon}(t_k)) (x - H_c/2) dx \quad (4)$$

ここに、 $H_c$ ：コンクリート躯体高さ、 $\Delta T$ ：温度増分 (°C)、 $\alpha$ ：コンクリートの熱膨張係数 (1/°C)、 $R_N$ ：軸拘束係数、 $R_M$ ：曲げ拘束係数

CL法の計算において式 (2) の温度増分は、熱電対より得られる温度を用い、コンクリートの熱膨張係数は、無応力計より得られる熱膨張ひずみと温度より計算した値を用いる。ここで示方書においては  $R_M$  をコンクリート躯体内部の温度が最高温度に達する前 ( $R_{M1}$ ) と後 ( $R_{M2}$ ) で分けているため、ここでもそれに準ずる。そのため求める外部拘束係数は  $R_N$ 、 $R_{M1}$  (ピーク前)、 $R_{M2}$  (ピーク後) の 3 つとなり、これらは実測ひずみと解析ひずみが一致するように定めればよい。そこでコンクリート躯体内の  $N$  個の測点で時間ステップ  $L$  回のひずみが観測されているとし、それらを  $u(t_i, x_j)$  ( $i = 1, \dots, L$ ,  $j = 1, \dots, N$ ) と表す。今式 (5) のような評価関数  $f$  を考える。

$$f = u(t_i, x_j) - \varepsilon(t_i, x_j) = 0 \quad (5)$$

式 (5) に式 (1)、(2) を代入し外部拘束係数  $R_N$ 、 $R_{M1}$ 、 $R_{M2}$  について整理すると式 (6) のようになる。ただし温度が最高温度に達する時間ステップを  $L0$  とした。

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^i \Delta\bar{\varepsilon}(t_k) \cdot R_N + \sum_{k=1}^{i1} \Delta\phi(t_k)(x_j - H_c/2) \cdot R_{M1} + \sum_{k=L0}^{i2} \Delta\phi(t_k)(x_j - H_c/2) \cdot R_{M2} \\ &= u(t_i, x_j) - \sum_{k=1}^i \alpha \Delta T(t_k, x_j) + \sum_{k=1}^{i1} \Delta\bar{\varepsilon}(t_k) + \sum_{k=1}^{i2} \Delta\phi(t_k)(x_j - H_c/2) \\ & \quad (i = 1, \dots, L : i1 = 1, \dots, L0 : i2 = L0, \dots, L : j = 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) は、 $R_N$ 、 $R_{M1}$ 、 $R_{M2}$  に関し線形であるため線形最小 2 乗問題となる。よって式 (6) を解くことにより外部拘束係数を求めることができる。ここでは計算上の不安定性を配慮して特異値分解を用いて解いている。

### 3. 有効弾性係数の推定法

若材齢硬化過程におけるコンクリートは、クリープあるいはリラクセーションによる応力緩和を受ける。コンクリートの温度応力解析は、クリープやリラクセーションを考慮して解析を行うことが必要であるが、これらを正確に解析に取り入れることは現状として難しい。したがって、クリープ等による剛性の低下を考慮した有効弾性係数が、便宜的に用いられている。しかし、この有効弾性係数は、不明な点が多く温度応力の予測計算において精度向上の阻害要因となっている。そのため、これまでコンクリートの有効弾性係数を推定しようとする試みは多くなされてきている。例えば、有効ひずみと有効応力のスケルトンカーブの時間間隔ごとの差分より有効弾性係数を求める方法<sup>3)</sup>、有効ひずみと有効応力の関係図より何本かの直線に近似し、それぞれの区間の平均的な有効弾性係数を求める方法<sup>4)</sup>あるいはHanning windowからデータの平滑化を行い有効弾性係数を求める方法<sup>5)</sup>などが挙げられる。

そこで本論では、これらとは別の方法で有効弾性係数を推定する方法を示す。有効弾性係数の近似式はいくつか提案されているが、これらの式は式中のパラメータに関し非線形関数となっていることが多い。これらの式の中には、式を変形することによりパラメータに関し線形関数となるものもあるが、本論では、有効弾性係数の近似式は式中のパラメータに関し非線形関数で与えられるものとする。よって本手法は、近似式中のパラメータを有効ひずみおよび有効応力を用いて非線形最小2乗法<sup>6)</sup>より求めることにより、有効弾性係数を推定する方法である。

まず、有効弾性係数式を  $M$  個の未知パラメータ  $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}^T$  と有効材齢  $t_e$  の関数で表す。この関数は、未知パラメータ  $\mathbf{X}$  に関し非線形とし  $E_e(\mathbf{X}, t_{e,i})$  とおく。有効応力および有効ひずみは、コンクリート軸体内数点で計測されているが、ここでは有効材齢を用いている関係上、ある任意の1点での計測位置  $x$  における有効応力と有効ひずみから有効弾性係数を推定する。そこで、有効弾性係数と有効ひずみ、有効応力の関係を次式で表す。

$$\Delta\sigma_e(t_i) = \Delta\varepsilon_e(t_i) \cdot E_e(\mathbf{X}, t_{e,i}) \quad (7) \quad t_{e,i} = \sum_{k=1}^i (T_{m,k} + 10) \cdot \Delta t_k / 30 \quad (8)$$

ただし、 $\Delta\sigma_e$ ：有効応力の増分、 $\Delta\varepsilon_e$ ：有効ひずみの増分、 $T_{m,k}$ ：コンクリート温度 (°C)、 $\Delta t_k$ ：時間間隔

未知パラメータ  $\mathbf{X}$  は、有効弾性係数および有効ひずみより計算される応力と計測で得られる有効応力が一致するように決定すればよい。そこで式(9)のような評価関数を考える。ただし、 $L$  は時間ステップ数である。

$$f(\mathbf{X}, t_i) = \sum_{k=1}^i \Delta\sigma_e(t_k) - \sum_{k=1}^i \Delta\varepsilon_e(t_k) \cdot E_e(\mathbf{X}, t_{e,k}) \quad (i = 1, \dots, L) \quad (9)$$

式(9)は、未知パラメータ  $\mathbf{X}$  に関し非線形であるため非線形最小2乗問題となる。そのため最小値を求めるためには繰り返し計算が必要となる。そこで、 $\mathbf{X}$  に関して次のような1次のTaylor展開を考える。

$$f(\mathbf{X} + \Delta\mathbf{X}, t_i) = f(\mathbf{X}, t_i) + \sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^i \Delta\varepsilon_e(t_k) \cdot \frac{\partial f(\mathbf{X}, t_i)}{\partial X_j} \right\} \cdot \Delta X_j \approx 0 \quad (j = 1, \dots, M) \quad (10)$$

式(9)を式(10)に代入し、 $\mathbf{X}$ を既知として評価関数が最小となるような  $\Delta\mathbf{X}$  を求めたい。必要条件は、次式で与えられる。

$$\sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_e(t_k) \cdot \frac{\partial f(\mathbf{X}, t_i)}{\partial X_j} \right\} \cdot \Delta X_j = \sum_{k=1}^i \Delta \sigma_e(t_k) - \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_e(t_k) \cdot E_e(\mathbf{X}, t_{e,k}) \quad (j = 1, \dots, M) \quad (11)$$

式(11)は、 $\Delta \mathbf{X}$ に関する線形連立方程式となる。ここではCL法の外部拘束係数の推定法と同様に、 $\Delta \mathbf{X}$ は、特異値分解による最小2乗法を用いて求めている。未知パラメータは、 $\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}$ として収束するまで計算を繰り返し、 $\Delta \mathbf{X}$ の変化量が十分小さくなかった時の $\mathbf{X}$ が解となる。

#### 4. 計算例

##### 4.1 計測概要<sup>7)</sup>

計測対象構造物は、図-1に示すブロック長20mのU型擁壁で、コンクリート部材厚さは、スラブ1.0m、壁1.0mである。スラブは5月中旬に、その17日後に壁を打設した。施工場所は、GL-5mの位置にあり、周辺地盤は砂礫土である。コンクリート配合は、W/C=56.0%, s/a=42.8%, スランプ8cm, C=284kg/m<sup>3</sup>であり、セメントは普通ポルトランドセメントを使用した。

計測項目は、(1)コンクリート温度(熱電対)、(2)ひずみ(埋込み型ひずみ計)、(3)有効応力(有効応力計)、(4)熱膨張ひずみ(無応力計)で、計器設置位置は、図-1に示すブロック中央部とし、設置方向はU型擁壁の軸方向とした。

##### 4.2 外部拘束係数の推定結果

対象構造物における外部拘束係数は、 $L/H=20$ ,  $E_c/E_r > 40$ となり示方書で提案されている外部拘束係数を求める算定図の適用外となる。そこで、この構造物と拘束体における外部拘束係数を実測値から推定するために、2.で示した方法を適用した。推定された外部拘束係数の値は、 $R_N=0.17$ ,  $R_M=0.52$ (ピーク前),  $R_{M2}=0.92$ (ピーク後)となった。さらにこの推定された外部拘束係数と計測された温度を用いて式(1)より計算したひずみと、計測された有効ひずみを比較したものを図-2に示す。図-2より、計算ひずみと有効ひずみは、中央部、上部においては比較的良く一致している。しかし下部においては、あまり良く一致していない。最小2乗法を用いて外部拘束係数を推定しているため、計算値と実測値の不一致度は下部、中央部、上部において同じ程度になると考えられる。 $R_N$ ,  $R_M$ ,  $R_{M2}$ は、コンクリートの弾性係数が材齢により変化するため時間依存性を持つものと

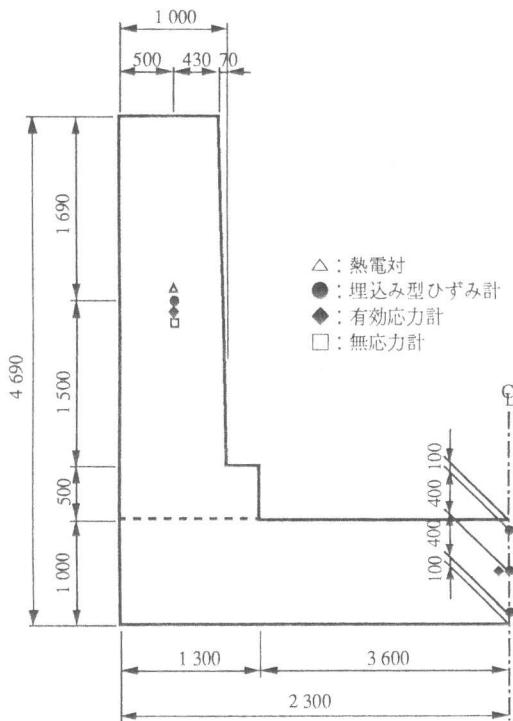


図-1 構造物の形状寸法および測定位置

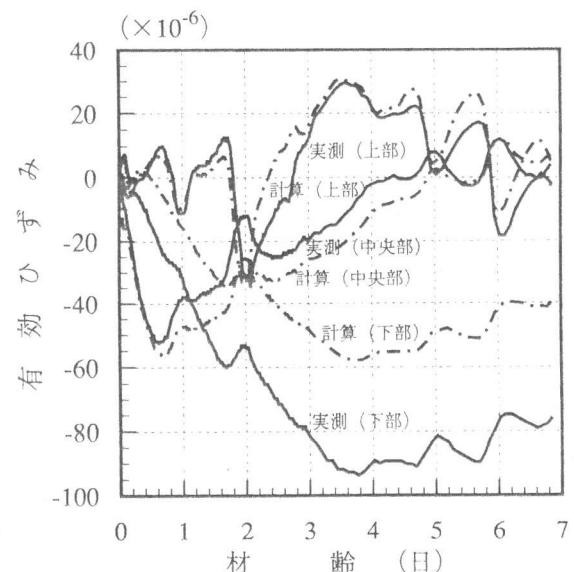


図-2 実測ひずみと計算ひずみの比較

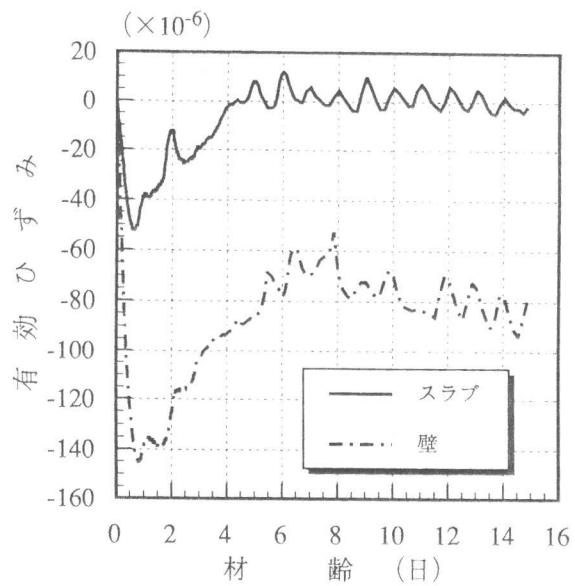


図-3 有効ひずみの計測結果

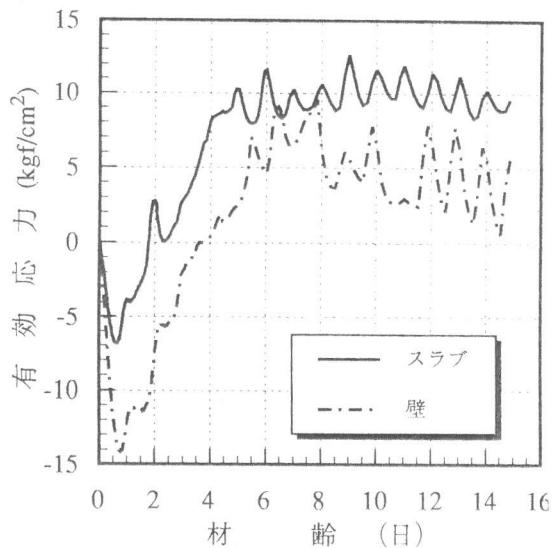


図-4 有効応力の計測結果

表-1 パラメータの推定値

	a	b	$E_0$	$\alpha$
スラブ	$1.50 \times 10^{-6}$	$2.70 \times 10^{-6}$	$3.25 \times 10^5$	1.760
壁	$3.73 \times 10^{-6}$	$3.05 \times 10^{-6}$	$2.77 \times 10^5$	0.835

考えられるが、これらは、一般的には計算上の簡便性を考慮して  $E_c$  を一定として扱い算定図より与えられている。そのため下部だけが実測値と異なったのではないかと思われる。

#### 4.3 有効弾性係数の推定結果

対象構造物における有効弾性係数は、以下に示す2つの有効弾性係数式を用いて3.に示した方法を適用し推定した。

$$E_e(t) = t_e / (a + b t_e) \quad (12)$$

$$E_e(t) = E_0 \left( 1 - e^{-\alpha t_e} \right) \quad (13)$$

ただし  $a$ 、 $b$ 、 $E_0$ 、 $\alpha$  は定数、 $t_e$  は有効材齢である。

計測データは、図-1に示すスラブおよび壁に設置された計測器から得られる有効ひずみと有効応力を使用した。スラブおよび壁の有効ひずみと有効応力の計測結果をそれぞれ図-3、4に示す。さらにスラブおよび壁において式(12)、(13)中のパラメータを推定した結果を表-1に示す。そこでこれらの値を用いて式(12)、(13)の有効弾性係数を計算した結果を図-5に示す。図-5には、参考までに標準供試体の強度試験から得られた静弾性係数も示した。また式(12)、(13)の有効弾性係数と計測より得られた有効ひずみを用いて計算した有効応力と、計測より得られた有効応力を比較したものをスラブについては図-6に、壁については図-7に示す。図-6、7より、計算値と実測値はよく一致しており、推定された有効弾性係数はこの構造物の有効弾性係数をよく表しており、4.で示した方法は有効であるといえる。

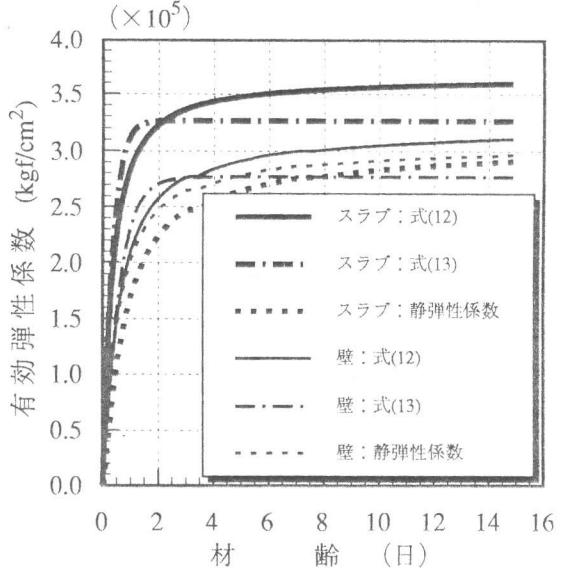


図-5 推定された有効弾性係数

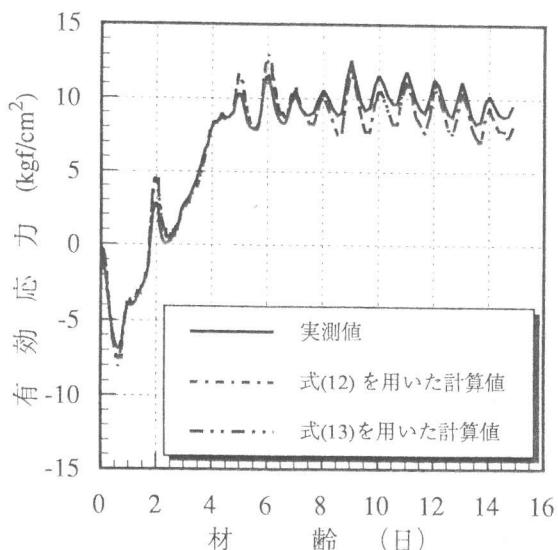


図-6 スラブにおける実測応力と計算応力

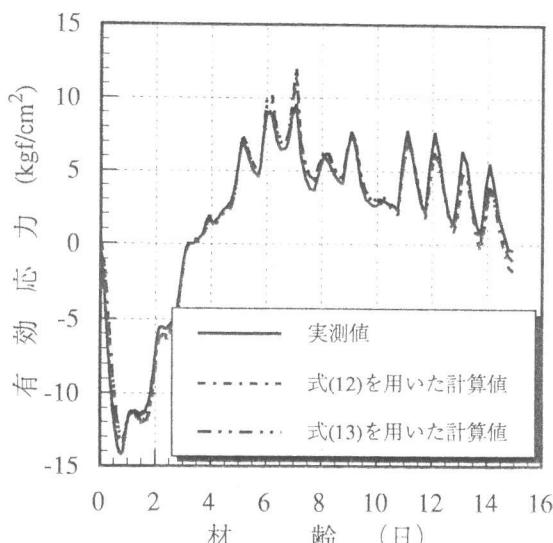


図-7 壁における実測応力と計算応力

## 5. 結論

コンクリート躯体に設置された熱電対、埋込み型ひずみ計、有効応力計および無応力計から得られる温度、有効ひずみ、有効応力および熱膨張ひずみを用いてCL法における外部拘束係数およびコンクリートの硬化過程におけるクリープ等の影響を考慮した有効弾性係数を推定する方法を示した。さらにこの方法を実証するために、現場計測データを用いて外部拘束係数および有効弾性係数を推定した。以上の結果から次のような結論が得られた。

- 1) 有効ひずみを用いた外部拘束係数の推定方法は、拘束体と被拘束体の間に働く外部拘束を推定するのに有効である。
- 2) 本論で示した有効弾性係数式を用いて計算した有効弾性係数は、かなり精度良く実構造物におけるコンクリートの有効弾性係数を推定していると言える。したがって、クリープ等の影響が考慮された有効弾性係数式のパラメータを非線形最小2乗法から推定する本手法は、有効弾性係数推定に有効であるといえる。

本論では、Compensation-Plane法の外部拘束係数は推定していないが、同様の方法で推定することは可能であり、今後、これについて検討する予定である。

## 【参考文献】

- 1) マスコンクリートの温度応力研究委員会：外部拘束係数の同定とそれに基づく温度応力計算方法の提案（その1），コンクリート工学，Vol.23, No.8, pp4~14, 1985年9月。
- 2) 土木学会：コンクリート標準示方書【平成3年度版】・施工編, 1991年3月。
- 3) 竹下治之・浅沼潔・横田季彦：コンクリートの硬化時の有効弾性係数に関する一考察, 土木学会第41回年次学術講演会講演概要集V, pp381~382, 1986年11月。
- 4) 青景平昌・伊藤祐二・渡辺直樹：コンクリートの有効弾性係数に関する実験的研究, 第8回コンクリート工学年次講演会論文集, pp9~11, 1986年6月。
- 5) 西田徳行・土橋吉輝・依田眞・柳瀬辰彦：現場計測による若材齢時コンクリートの有効弾性係数設定, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集V, pp1108~1109, 1994年9月。
- 6) 松井邦人・西田徳行・土橋吉輝・潮田和司：逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定, コンクリート工学年次論文報告集, pp1347~1352, Vol.16, No.1, 1994。
- 7) 西田徳行・他4名：U型擁壁の温度応力に関する研究, 西松建設技報, Vol.12, pp16~25, 1989年。