

論文 既知パラメータのばらつきがマスコンクリートの熱特性値同定 におよぼす影響

潮田 和司*1・西田 德行*2・土橋 吉輝*3・松井 邦人*4

要旨：本研究は、コンクリートの熱特性を同定するとき、既知パラメータの誤差が同定パラメータに与える影響と同定パラメータ間の相関をモンテカルロシミュレーションを用いて評価している。その結果、既知パラメータの誤差の大きさを全て等しいと仮定したとき、同定パラメータに与える影響が最も大きな既知パラメータは、外気温であった。また、既知パラメータの誤差の影響を最も受ける同定パラメータは、コンクリート表面と外気との熱伝達率であった。さらに、コンクリートの熱伝導率と熱容量の同定結果の間には強い正の相関が見られた。

キーワード：マスコンクリート、パラメータ同定、モンテカルロ法、モデル誤差、熱特性

1. はじめに

近年マスコンクリートの分野でも、室内試験あるいは現場計測データからマスコンクリートの熱特性を同定しようとする試みがなされている。例えば近久等 [1] は、室内試験およびダム現場の温度計測データからシンプレックス法を用いて熱伝達係数を同定している。また著者等も、現場計測データから Gauss-Newton 法を用いてマスコンクリートの 5 個の熱特性を同定している [2]。しかし同定結果は、種々の誤差の影響を反映した結果となっている。例えば、同定パラメータ以外の既知パラメータは一般に標準的な値を用いているが、この値はあくまでも概略値であって正確な値ではない。このように逆解析を行うときモデルには誤差が含まれる（モデル誤差）。

そこで本研究は、マスコンクリートの熱特性を同定するとき、既知パラメータの誤差が同定パラメータに与える影響と同定パラメータ間の相関をモンテカルロシミュレーションを用いて評価している。言い換えると、逆解析結果の信頼度を評価するものである。なお逆解析手法は、ここでも Gauss-Newton 法を用いている。

2. 温度解析および逆解析手法

本研究では、図-1 に示すように、半無限に広がる地盤の上に打設される躯体高さ 1.5m のスラブ状構造物を対象とした。解析モデルは 1 次元モデルとし、温度解析は図-1 に示す境界条件のもと 2 階偏微分方程式である非定常熱伝導方程式を 1 階微分方程式に変形し、固有値解析を行った。すなわち、空間（x 軸）に関して FEM を用いて離散化すると、以下に示す時間に関する 1 次の連立微分方程式が得られ、この式を解いて温度を計算している [3]。

$$[A] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [B] \{T\} = \rho C Q_{\infty} \gamma \{F_1\} + \alpha_A T_A \{F_2\} + T_B \{F_3\} \quad (1)$$

*1 西松建設 技術研究所技術部土木技術課、工修（正会員）

*2 西松建設 技術研究所技術部土木技術課主任（正会員）

*3 西松建設 技術研究所技術部土木技術課副課長

*4 東京電機大学教授 理工学部建設工学科、Ph.D.（正会員）

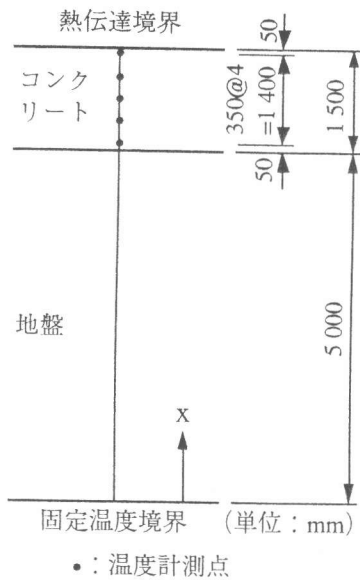


図-1 解析モデル

表-1 熱特性値

項目				基準値
同定パラメータ	①	K_C	コンクリートの熱伝導率(W/mK)	2.67
	②	$\rho_c C_C$	コンクリートの熱容量(MJ/m ³ K)	2.70
	③	Q_∞	終局断熱温度上昇量(°C)	46.0
	④	γ	温度上昇速度に関する定数(1/day)	1.100
	⑤	α_A	コンクリートと外気間の熱伝達率(W/m ² K)	12.7
既知パラメータ	⑥	K_R	地盤の熱伝導率(W/mK)	2.33
	⑦	$\rho_R C_R$	地盤の熱容量(MJ/m ³ K)	2.07
	⑧	T_A	外気温(°C)	15.0
	⑨	T_B	固定温度境界面の地盤温度(°C)	15.0
	⑩	T_{C0}	コンクリートの初期温度(°C)	20.0
	⑪	T_{R0}	地盤の初期温度(°C)	15.0

$$\{T(0)\} = \{T_0\} \quad (2)$$

ここに、 $[A]$: 熱容量マトリックス、 $[B]$: 熱伝導マトリックス、 $\{T\}$: 節点温度ベクトル、 C : 比熱、 ρ : 密度、 K : 熱伝導率、 Q_∞ : 終局断熱温度上昇量、 γ : 温度上昇速度に関する定数、 α_A : 熱伝達率、 T_A : 外気温、 T_B : 固定温度、 $\{F_1\}$: 内部発熱に関する熱流速ベクトル、 $\{F_2\}$: 熱伝達に関する熱流速ベクトル、 $\{F_3\}$: 固定温度に関する熱流速ベクトル、 $\{T_0\}$: 初期温度ベクトル

なお温度解析に用いたパラメータの基準値は示方書 [4] を参考に設定し、それらの記号とともに表-1 に示す。

逆解析は、Gauss-Newton法を適用する [5]。コンクリートの躯体内の温度は熱特性の関数であるから、時刻 t における i 点の温度を $T_i(X, \bar{Y}, t)$ と表す。ここで表-1 中の①~⑤の5個を未知パラメータとし X で表し、それ以外 (⑥~⑪) は既知パラメータとし \bar{Y} で表している。そこで測点 i における測定温度を $u_i(t)$ とすると、

$$f = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{u_i(t) - T_i(X, \bar{Y}, t)\}^2 dt \quad (3)$$

を最小にするような X が同定パラメータの値となる。ここに t_0 、 t_1 は逆解析に使用する時間領域の下限と上限であり、 N は測点数を意味する。なお逆解析に用いた測定温度は、基準値を用いて計算した時の図-1 に示した5個の温度計測点における0日~30日の温度データを用いた。

3. 既知パラメータ誤差の影響評価

3.1 個々の既知パラメータ誤差の影響評価

ここでは、個々の既知パラメータ (⑥~⑪) の誤差が、各同定パラメータ (①~⑤) にどれほど影響を及ぼすかを検討する。検討は、モンテカルロシミュレーションを用いて行う。なお既知パラメータのばらつきの分布は、正規分布すると仮定している。まず各々の既知パラメータに、表-1 の基準値に対し変動係数で10%のばらつきを与え100個の正規乱数を発生させる。そして1つの既知パラメータだけを変動させ、残りの既知パラメータは固定し逆解析を行い、そのパラ

メータが同定パラメータに及ぼす影響を調べる。シミュレーションの結果、100組の同定結果が得られるが、この100個の同定結果から変動係数を計算する。この変動係数の大きさは、それぞれの既知パラメータの誤差が同定パラメータに与える影響を評価する指標となる。そこで、計算結果を図-2に示す。この図は、横軸に既知パラメータ、縦軸に各既知パラメータの誤差に対する同定パラメータのばらつきの大きさを変動係数で示している。

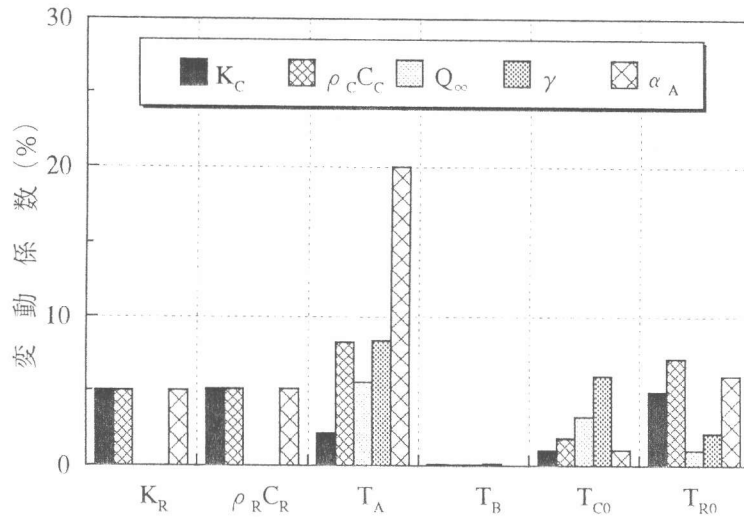


図-2 個々の既知パラメータ誤差の影響度

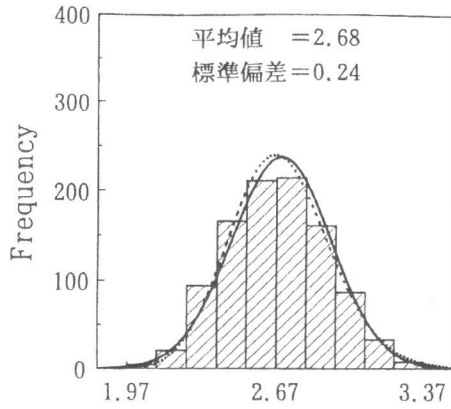
図-2より、既知パラメータの誤差の大きさをすべて等しいと仮定したとき、同定パラメータに与える影響が最も大きい既知パラメータは外気温 (T_A) であった。特に熱伝達率 (α_A) に及ぼす影響は大きく、熱伝達率のばらつきの大きさは変動係数で約20%となっている。また外気温以外の既知パラメータの誤差が各同定パラメータに与える影響は、変動係数で概ね5%以下となっており、固定温度 (T_B) に関してはほとんど影響を及ぼさない結果となっている。なお地盤の熱伝導率 (K_R) および熱容量 ($\rho_R C_R$) の誤差が各同定パラメータに与える影響は、同程度である。これは、 K_R と $\rho_R C_R$ を1つのパラメータと見なすことができることから、予想できることである。

3.2 全ての既知パラメータに誤差が含まれるときの影響評価

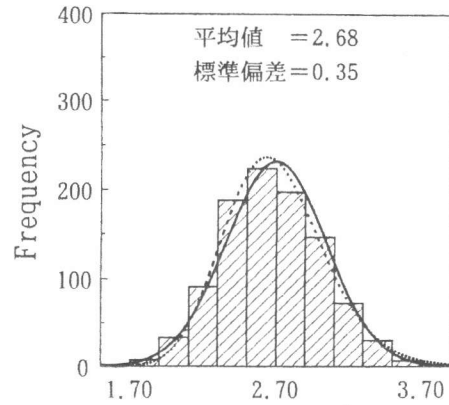
温度計測データからマスコンクリートの熱特性を同定する場合、これ以外のパラメータ (既知パラメータ) には、何らかの値を与えなければならない。しかし入力する既知パラメータ値は、一般に標準的な値を知ることができても正確な値を知ることが難しい。そのため同定結果は既知パラメータのモデル誤差の影響を受けた値となる。そこでここでは、全ての既知パラメータに誤差が含まれるとき、それらの誤差が各同定パラメータに与える複合的な影響を評価する。検討は3.1と同様に、モンテカルロシミュレーションを行う。表-1の既知パラメータ (⑥~⑪) の中には相関があると思われるものもあるが、ここでは全て独立として扱っている。まず既知パラメータに表-1の基準値に対し変動係数で10%のばらつきを与え、1000個の正規乱数を発生させ1000組の既知パラメータ値を作成する。次にこれら1000組の既知パラメータ値を用いて温度解析、逆解析を行う。そして得られた1000組の各同定結果より、以下の検討を行った。

(1) 同定パラメータの分布

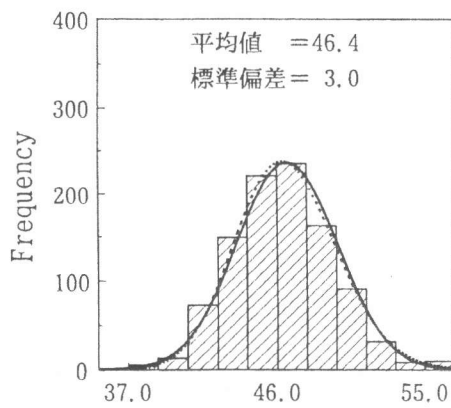
図-3に、正規分布と仮定した1000組の既知パラメータの値を用いて同定を行った各同定パラメータの分布をヒストグラムで示す。同図には、各同定パラメータの平均値、標準偏差及び正規曲線、対数正規曲線も合わせて示す。図-3より、熱伝達率の同定値の分布は対数正規分布に従っているが、それ以外の同定パラメータの分布は正規分布および対数正規分布に従っている。また、全ての既知パラメータに誤差が含まれるときの同定パラメータのばらつきの大きさは変動係数で示すと K_c が8.8%、 $\rho_c C_c$ が12.9%、 Q_∞ が6.6%、 γ が10.5%、 α_A が22.6%となり、特に熱伝達率 (α_A) が既



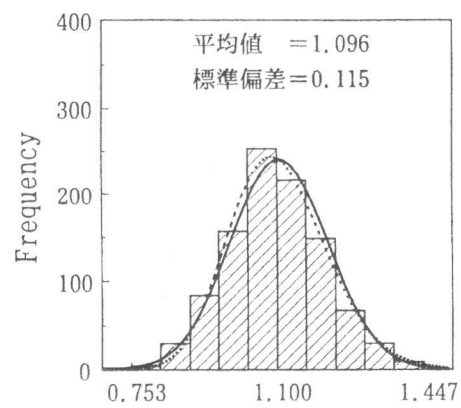
(1)コンクリートの熱伝導率



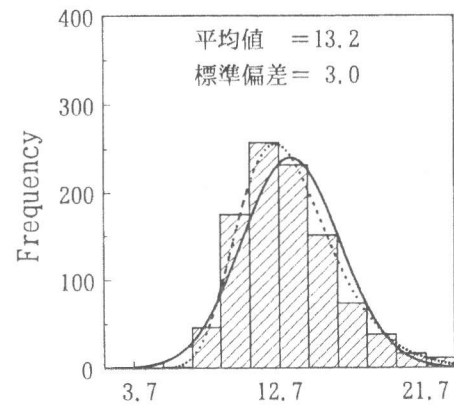
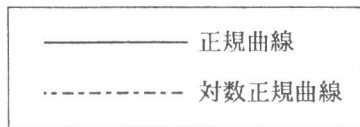
(2)コンクリートの熱容量



(3)終局断熱温度上昇量



(4)温度上昇速度に関する定数



(5)熱伝達率

図-3 同定パラメータの分布

知パラメータの誤差の影響を大きく受ける結果となっている。言い換えると熱伝導率の推定精度は、他の同定パラメータよりも悪いことを意味する。

(2) 同定パラメータ間の相関

本研究では、マスコンクリートの5つの熱特性を未知パラメータ(①~⑤)とし、これら5つのパラメータを同時に同定している。同定パラメータが2つ以上になると、既知パラメータのばらつきが同定パラメータに与える影響の間に相関が存在することが予想される。本問題では、5つの同定パラメータの間に相関が存在することになるが、5つのパラメータ間の相関は図示することができない。そのためここでは、2つのパラメータ毎に組み合わせを作り、2つのパラメータ間の相関を検討した。

検討は、モンテカルロシミュレーションの結果より、共分散および相関係数を計算して行う。2つの確率変数 X , Y における共分散は、確率変数 X , Y の値を x_i, y_i 、その平均値を μ_x, μ_y とすると、

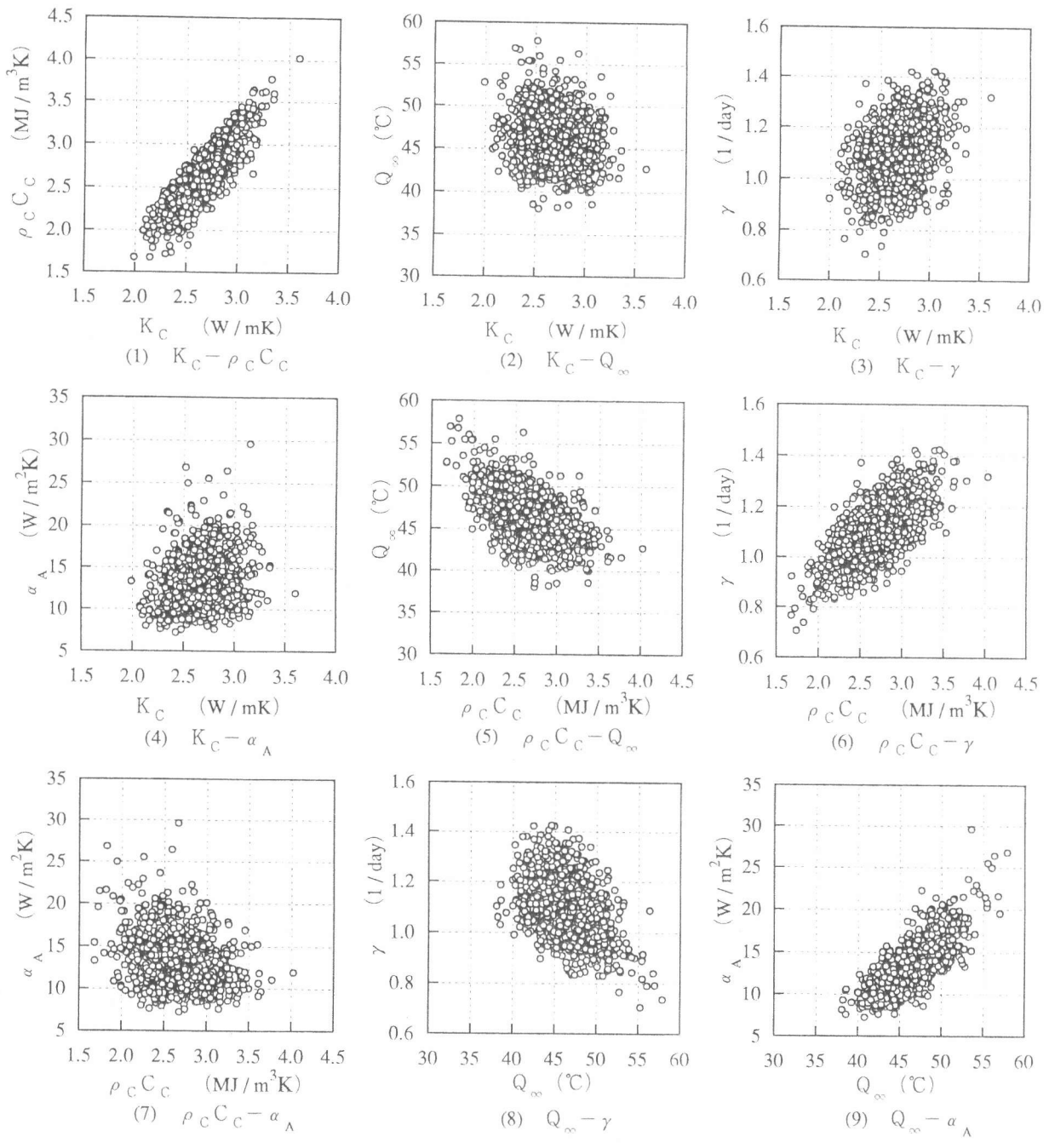


表-2 共分散行列と相関係数

		共分散行列				
		K_C	$\rho_C C_C$	Q_∞	γ	α_A
相 関 係 数	K_C	0.0553	0.0710	-0.137	0.00915	0.156
	$\rho_C C_C$	0.88	0.119	-0.571	0.0274	-0.254
	Q_∞	-0.19	-0.54	9.22	-0.155	6.89
	γ	0.34	0.69	-0.44	0.0133	-0.219
	α_A	0.22	-0.25	0.76	-0.63	6.60

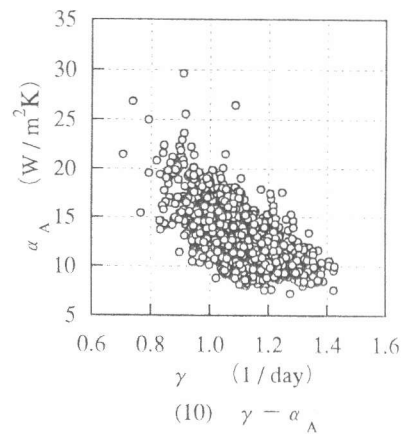


図-4 同定パラメータ間の相関

次式で表される。ただし、 n はデータ数である。

$$COV(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y) \quad (4)$$

さらに2つの確率変数 X 、 Y における相関係数は、確率変数 X 、 Y の標準偏差をそれぞれ σ_X, σ_Y とすると、次式で表される。

$$\rho_{XY} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad -1 \leq \rho_{XY} \leq 1 \quad (5)$$

式(4)、(5)より、各同定パラメータ間の共分散および相関係数を計算したものを表-2に示す。さらに図-4に2つの同定パラメータ間の相関図を示す。表-2、図-4より、2つの同定パラメータ間にほとんど相関がないものは、 K_c と Q_∞ 、 K_c と γ 、 K_c と α_A 、 $\rho_c C_c$ と α_A 、 Q_∞ と γ であった。また正の相関となる2つの同定パラメータは、 K_c と $\rho_c C_c$ 、 $\rho_c C_c$ と γ 、 Q_∞ と α_A で、特に K_c と $\rho_c C_c$ 、 Q_∞ と α_A の間の相関は強く、相関係数はそれぞれ0.88、0.76であった。さらに負の相関となるものは、 $\rho_c C_c$ と Q_∞ 、 γ と α_A であった。 K_c と $\rho_c C_c$ の相関が大きいのは、熱拡散率 h_c^2 を介し $K_c = \rho_c C_c \cdot h_c^2$ で関係づけられていることから予想できる。

4. 結論

躯体高さ1.5mのスラブ状構造物に対し、モンテカルロシミュレーションを用いて既知パラメータのモデル誤差が同定パラメータに及ぼす影響について検討した。その結果、以下のような結論が得られた。

- 1) 個々の既知パラメータの誤差が等しいと仮定すると、その誤差が同定パラメータに及ぼす影響が大きいパラメータは外気温であった。特に熱伝達率に及ぼす影響が大きかった。
- 2) 使用した解析条件では同定値の変動係数は、コンクリートの熱伝導率(K_c)が8.8%、コンクリートの熱容量($\rho_c C_c$)が12.9%、終局断熱温度上昇量(Q_∞)が6.6%、温度上昇速度に関する定数(γ)が10.5%、熱伝達率(α_A)は22.6%であった。
- 3) 同定パラメータの相関は、コンクリートの熱伝導率(K_c)と熱容量($\rho_c C_c$)の間、および終局断熱温度上昇量(Q_∞)と熱伝達率(α_A)の間の相関が強く、相関係数はそれぞれ0.88、0.76であった。

本研究より、既知パラメータの標準偏差あるいは変動係数がわかれば、同定パラメータのばらつきを定量的に計算することが可能である。

【参考文献】

- [1] 近久博志・津崎淳一・荒井孝夫・桜井春輔：逆解析手法によるマスコンクリートの熱伝達係数の評価、土木学会論文集 No.451/V-17, pp.39~47, 1992.8.
- [2] 潮田和司・亀谷英樹・松井邦人：実測データに基づくマスコンクリートの熱特性値の推定、土木学会第49回年次学術講演概要集V, pp.1146~1147, 1994.9.
- [3] 西田德行・潮田和司・土橋吉輝・松井邦人：CL法を用いたスラブ状コンクリートの温度ひび割れ指数に及ぼす解析パラメータの影響評価、コンクリート工学論文集 Vol.6, No2, pp31~38, 1995.7.
- [4] 土木学会：コンクリート標準示方書, 1993.9.
- [5] 松井邦人・西田德行・土橋吉輝・潮田和司：逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定、コンクリート工学年次論文報告集 Vol.16, No.1, pp1347~1352, 1994.6.