

# 論文 ひずみ軟化を考慮したコンクリート構成モデルの開発

栄 麻希\*<sup>1</sup>・前田 欣昌\*<sup>2</sup>・畑中 重光\*<sup>3</sup>・水野 英二\*<sup>4</sup>

**要旨:** 本研究の目的は、これまで筆者らが提案した圧縮軟化型コンクリート構成モデルを引張領域での軟化挙動も予測が可能となるように拡張するとともに、モデルパラメータの決定を行うことにある。まず、本提案モデルの概要およびモデルパラメータの決定について述べる。次に、本モデルによるシミュレーション解析結果と実験結果とを比較し、モデルの有効性について検討する。

**キーワード:** 軟化型構成モデル, モデルパラメータ, 圧縮, 引張, モデルシミュレーション

## 1. 序文

近年、有限要素法などの数値解析手法および材料力学のめざましい進歩に伴い、大型コンクリート構造物の非線形な変形挙動をも解析することが可能となった。しかし、阪神・淡路大震災で生じたようなコンクリート構造部材および構造物のひび割れ発生後の非線形な変形挙動、特に、塑性変形挙動ならびに破壊挙動の数値解析を実施し、耐震性能を評価するためには、コンクリート材料の引張・圧縮軟化挙動を精度良く再現できる構成モデルの確立が急務となる。

これまで筆者らは、比較的低い側圧下でのコンクリートの圧縮軟化挙動を再現できる構成モデル[1][2]を開発してきた。本研究では、1) 低側圧のみならず高側圧を受けるコンクリートや引張荷重下でのひずみ軟化挙動も再現できるように筆者らの圧縮軟化型コンクリート構成モデル[1][2]を拡張し、2) 各種実験データ[3][4][5]に対する本モデルの再現性能について検討する。

## 2. ひずみ軟化型構成モデルの概要

文献[1][2]で報告されている圧縮軟化型構成モデルではコンクリートの圧縮領域での挙動は再現可能ではあるが、引張領域での挙動を再現するにあたり明確な記述がされていない。そこで、本節では引張領域での挙動も再現できるようにモデルパラメータの設定を行うとともに、本構成モデルの概要を説明する。

### 2.1 負荷曲面とポテンシャル曲面

本節で紹介するひずみ軟化型構成モデルは、ひずみ空間で定義した塑性理論[1][2]に基づいている。すなわち、次式に示すひずみ空間で定義した負荷関数  $F$  および塑性ポテンシャル関数  $G$  を用いて非関連流れ則の仮定の基に定式化される。

$$F = F[\bar{I}_1, \sqrt{J_2}, \theta, m, F_n, f_c', a] = 0 \quad (1)$$

$$G = G[\bar{I}_1, \sqrt{J_2}, \theta, m, k, f_c', a] = 0 \quad (2)$$

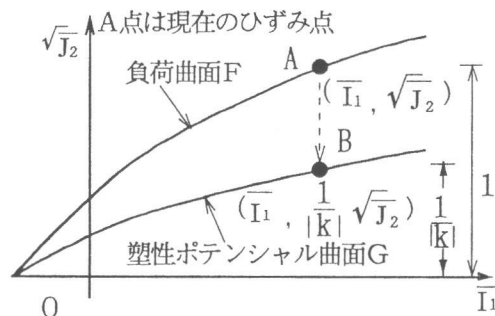


図-1 塑性ポテンシャル曲面G および負荷曲面F

\* 1 名古屋大学 工学部土木工学科 (正会員)  
 \* 2 名古屋大学大学院 工学部土木工学科 (正会員)  
 \* 3 三重大学助教授 工学部建築学科, 工博 (正会員)  
 \* 4 名古屋大学助教授 工学部土木工学科, Ph.D. (正会員)

ここで、 $\bar{I}_1$  : 弾性ひずみの第一次不変量,  $\sqrt{J_2}$  : 偏差弾性ひずみの第二次不変量,  $\theta$  : ロード角,  $m$  : 負荷曲面の経線の曲率に関する定数,  $F_p$  : 負荷曲面の大きさを示す強度パラメータ,  $k$  : 負荷関数  $F$  と塑性ポテンシャル関数  $G$  との関係を示すパラメータ,  $f_c'$  : 一軸圧縮強度,  $a$  : 引張強度に関する定数, である. これら負荷関数  $F$  と塑性ポテンシャル関数  $G$  の概要をひずみ不変量空間  $\bar{I}_1 - \sqrt{J_2}$  に示すと図-1 のようになる. 関数  $F$  および  $G$  の詳細は文献[1][2]を参照されたい.

### 負荷曲面に関するパラメータ $a, m$ , および $\eta_1$ ( $F_p$ の最大値) の決定

ひずみ空間で定義した破壊曲面 (式 (1) にて  $F_p = \text{最大値 } \eta_1$  とおく) を図-2 に示す無次元応力不変量空間に変換して, 破壊関数 (図-2 に示される破壊曲面を表す式) に含まれる 3 つのパラメータ  $a, m$  および  $\eta_1$  を各種三軸圧縮実験データ [3][4] より決定する. 3 つのパラメータのうち, 静水圧軸上での引張強度に関するパラメータ  $a$  を決定するため, 各種応力状態下での引張破壊を図-3 のように考える. 本モデルでは, 図-3(c) に示す三軸引張破壊 ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) = ( $f_t', f_t', f_t'$ ); ここで,  $f_t'$  は一軸引張強度) を考え, 破壊曲面が三軸引張破壊点 ( $I_1 / f_c', \sqrt{J_2} / f_c'$ ) = ( $-0.3, 0$ ) を通ると仮定する. それゆえ, パラメータ  $a$  の値は  $0.3f_c'$  となる. 次に,  $m$  と  $\eta_1$  を決定するため, 1) 圧縮下での破壊曲面は, ロード角  $\theta = 60$  度で, 一軸圧縮時の破壊点 ( $I_1 / f_c', \sqrt{J_2} / f_c'$ ) = ( $1.0, 1/\sqrt{3}$ ) を通るように, さらに, 2) 図-4 に示すような無次元応力不変量空間  $I_1 / f_c' - \sqrt{J_2} / f_c'$  上での各種三軸圧縮実験による破壊点 [5], かつ, 二軸応力状態下での各種実験による破壊点 [5] (図-5 参照) を用いて,  $m$  および  $\eta_1$  の最適値を求めた結果,  $m = 1.0$  および  $\eta_1$  ( $F_p$  の最大値) = 224.5 を得た.

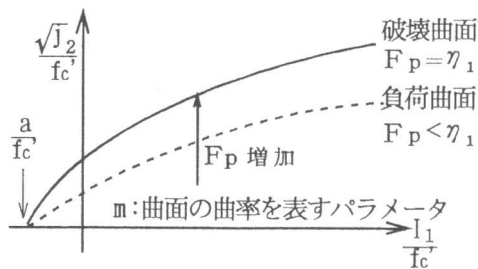


図-2 負荷曲面の概念図

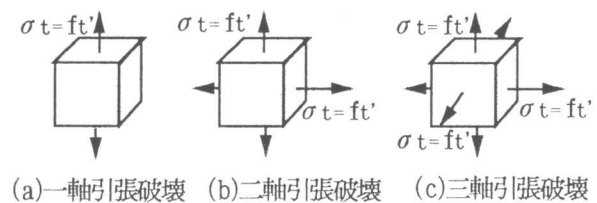


図-3 引張破壊のモデル

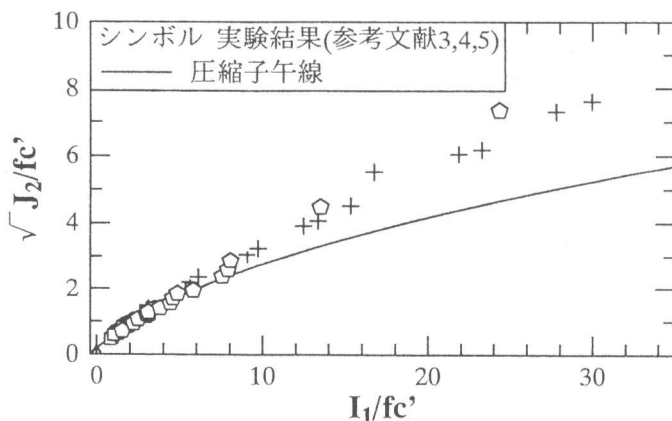


図-4 モデルの破壊曲面と実験結果との比較

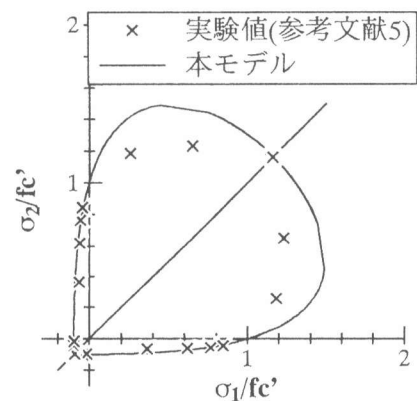


図-5 二軸応力場での破壊曲面

## 2. 2 強度パラメータ $F_p$ —無次元化塑性仕事量 $W_p/Pa$ 関係

ひずみ空間で定義した負荷関数  $F$  に含まれる強度パラメータ  $F_p$  は、図-6に示すように塑性仕事量  $W_p$  ( $= \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$  ; ここで  $\sigma_{ij}$  は応力テンソル,  $d\varepsilon_{ij}$  は塑性ひずみ増分テンソル) を大気圧  $Pa$  で無次元化した量 ( $W_p/Pa$ ) を変数として表現され、硬化時には増加し、破壊後ひずみ軟化時には減少する。

### (a) 一定側圧下での $F_p$ - $W_p/Pa$ 関係

図-6に示すように、一定側圧下での三軸圧縮実験結果より求められる  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係は、側圧が大きくなるに従ってなだらかになる特徴がある。 $F_p$ - $W_p/Pa$  関係は軟化域の応力-ひずみ曲線のなだらかさに影響を与えるパラメータ  $\gamma$  と破壊点での塑性仕事量  $W_{p,peak}$  (強度パラメータ  $F_p$  の最大値  $\eta_1$  に対応する塑性仕事量) を大気圧  $Pa$  で除して無次元化したパラメータ ( $W_{p,peak}/Pa$ ) により定義される。パラメータ  $\gamma$  および ( $W_{p,peak}/Pa$ ) は文献[1][2]では側圧 ( $\sigma_c$ ) のみの関数としていたが、本研究では、一軸圧縮強度  $f_c'$  の影響も考慮できるように、側圧  $\sigma_c$  を強度  $f_c'$  で無次元化した量 ( $\sigma_c/f_c'$ ) の関数として、強度パラメータ  $F_p$  を次式で示す各種パラメータの関数として与える。すなわち、

$$F_p = F_p \{ W_p/Pa, \gamma(\sigma_c/f_c'), W_{p,peak}/Pa(\sigma_c/f_c') \} \quad (3)$$

ここで、 $\gamma$  と  $W_{p,peak}$  の値は一定側圧  $\sigma_c$  の下で一定である。

### (b) 変動側圧下での $F_p$ - $W_p/Pa$ 関係

一定側圧下での三軸圧縮実験[3][4]の応力経路は、無次元化応力不変量空間 ( $I_1/f_c' - \sqrt{J_2}/f_c'$ ) では図-7に示す経路 (0-0') または経路 (C-C') のような傾き  $1/\sqrt{3}$  を有する直線となる。それゆえ、これら三軸圧縮実験データから、一定側圧下での  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係を知ることが可能となる。しかし、コンクリート構造物の有限要素解析を行う場合、各コンクリート要素内の応力経路は図-7に示すようなランダムな経路 (例えば、ローデ角  $\theta = 60^\circ$  での経路 A-B'-C') となるため、どのような側圧 ( $\sigma_c$ ) 状態の下での  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係を解析に逐次用いるのか明確ではない。そこで、本モデルでは任意の応力経路上での  $F_p$ - $W_p/Pa$  曲線を決定するため、等価拘束圧の概念[2]を用いる。ランダムな応力経路 (A-B'-C') 上の応力点 B' での三軸圧縮状態と等価側圧 (等価拘束圧) は、傾き  $1/\sqrt{3}$  の直線と静水圧軸とが交差する点 B の静水圧 ( $\sigma_c = \sigma_1$ ) であると仮定する。等価拘束圧が決まれば側圧  $\sigma_c = \sigma_1$  の下での  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係は式 (3) で定義されるため、点 B' における  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係として決定することができる。このような変動側圧下での  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係の推定法は文献[2]に詳述されている。

### (C) 等価拘束圧が圧縮領域にあるときのパラメータ $\gamma$ および $W_{p,peak}/Pa$ の決定

$F_p$ - $W_p/Pa$  関係は、各種一定側圧の下での三軸圧縮実験データ (例えば、文献[3][4]の実験データ) を用いてプロットすることができる。一例として、図-8に水-セメント比 ( $W/C=0.45$ )、一

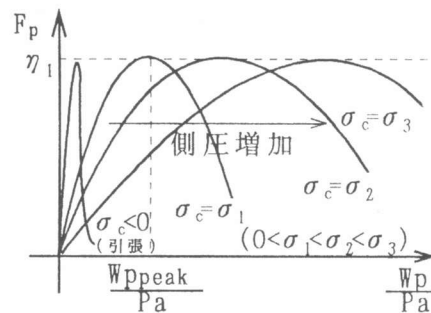


図-6  $F_p$ - $W_p/Pa$  関係

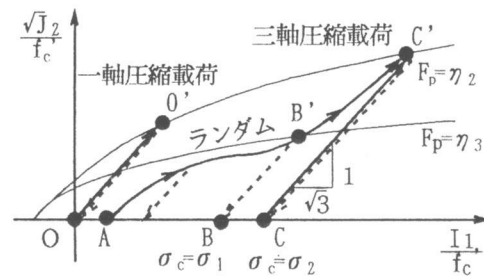


図-7 圧縮実験の応力経路

軸圧縮強度33.1MPaを有するコンクリートの無拘束圧下での三軸圧縮実験データより得た、 $F_p$ - $W_p/Pa$ 関係(○印でプロット)を示す。実験データより得た  $F_p$ - $W_p/Pa$ 関係を用いて、式(3)のパラメータ  $\gamma$  値と  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  値とを最小二乗法より決定し、 $\gamma$ - $(\sigma_c/f_c')$  関係と  $(W_{p_{peak}}/Pa)$ - $(\sigma_c/f_c')$  関係とをプロットした結果を図-9および図-10に示す。これらのデータ(+印でプロットした点)を用いて、圧縮領域での  $\gamma$ - $(\sigma_c/f_c')$  関係と  $(W_{p_{peak}}/Pa)$ - $(\sigma_c/f_c')$  関係を関数化することができる。等価拘束圧が圧縮領域にある  $\gamma$  と  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  を図-9および図-10に実線で示す。

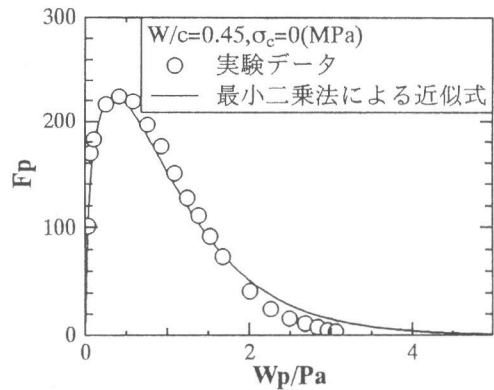


図-8  $F_p$ - $W_p/Pa$ 関係

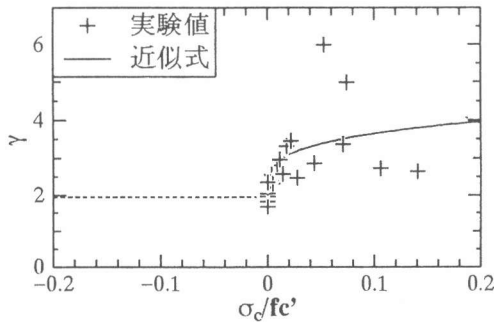


図-9  $\gamma$ - $\sigma_c/f_c'$  関係

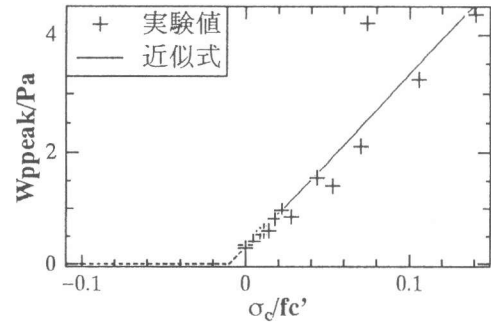


図-10  $W_{p_{peak}}/Pa$ - $\sigma_c/f_c'$  関係

(d) 等価拘束圧が引張領域にあるときのパラメータ  $\gamma$  および  $W_{p_{peak}}/Pa$  の決定

一定引張拘束圧の下での三軸圧縮実験データが少ないため、等価拘束圧が引張領域( $\sigma_c/f_c'$  が負の領域)での  $\gamma$  値と  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  の値を決定することは困難となる。それゆえ、本モデルではHughesおよびChapmanらによる各種圧縮強度のコンクリートに対する一軸引張実験データ[5] (図-14にシンボルで示す)を用いて等価拘束圧が引張領域にある場合の、 $\gamma$  および  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  の関数を次のように決定した。1) 図-11に示すような载荷経路の下での一軸引張挙動が脆性的になるように引張等価拘束圧が大きくなるに従い、 $0 < \sigma_c/f_c' < -0.01$  の範囲で  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  の値を減少させる。2) 実験データ[5]によれば、一軸引張強度が大きいほど、破壊点での塑性エネルギー  $W_{p_{peak}}$  も大きくなるため、実験データを用いて  $(\sigma_c/f_c') = -0.01$  での  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  の値 ( $F_{0.01}$ ) を、強度  $f_c'$  の関数として次式(4)のように決定した。

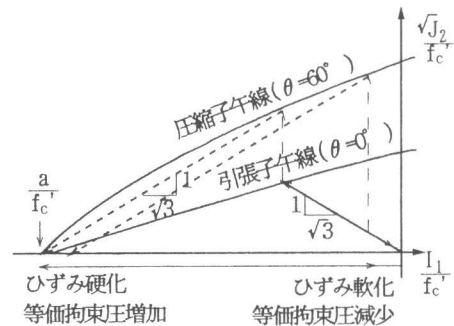


図-11 一軸引張経路上での等価拘束圧の変化

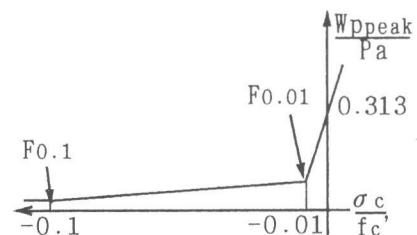


図-12  $W_{p_{peak}}/Pa$  値の低減

$$F_{0.01} = W_{p_{peak}}/Pa = 5.14 \times 10^{-9} (f_c')^2 + 3.91 \times 10^{-5} \quad (\sigma_c/f_c' = -0.01) \quad (4)$$

一方、 $(\sigma_c/f_c')=0$  での  $(W_{p_{peak}}/Pa)$  の値は、無拘束圧下での圧縮実験データ[3][4]より0.313と決定されるため、 $0 < \sigma_c/f_c' < -0.01$  での変化は、これら二点の値を用いて直線補間する。3) 図-11

に示すように、一軸引張荷重時での等価拘束圧の無次元化量 $(\sigma_c/f_c')$ はひずみ硬化時には減少し、引張破壊時には最小値(-0.1)となり、軟化時には増加する。 $(\sigma_c/f_c')=-0.1$ での $(W_{p,peak}/Pa)$ 値 $(F_{0.1})$ も強度 $f_c'$ の関数として実験データより次式(5)として決定し、 $(W_{p,peak}/Pa)$ 値を $-0.1 < \sigma_c/f_c' < -0.01$ の範囲で線形補間した。変化の詳細を図-12に示す。

$$F_{0.1} = W_{p,peak}/Pa = 1.97 \times 10^{-9} (f_c')^2 + 1.07 \times 10^{-5} \quad (\sigma_c/f_c' = -0.1) \quad (5)$$

5)  $\gamma$ の値を1.946(一定値)とした。等価拘束圧が引張領域にある場合のパラメータ $\gamma$ および $W_{p,peak}/Pa$ の概略を図-9および図-10に点線で示す。

### 2.3 パラメータk

パラメータk(図-1参照)の値が大きいかほど三軸圧縮シミュレーションでは軸圧縮応力-側方ひずみ曲線が脆性的になる。文献[1]によれば、k値は強度パラメータ $F_p$ および $(\sigma_c/f_c')$ が減少するに従い小さい値を取る。筆者らの研究[1][2]ではk値を、等価拘束圧 $\sigma_c$ と強度パラメータ $F_p$ の関数として表現したが、本研究では、全てのパラメータを無次元化空間で考えるため図-13に示すように、無次元化等価拘束圧 $(\sigma_c/f_c')$ と強度パラメータ $F_p$ の関数とした。パラメータkの関数を次式(6)で与える。

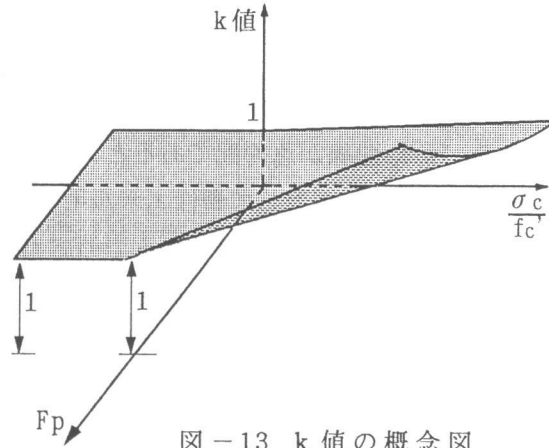


図-13 k 値の概念図

$$k = a(\sigma_c/f_c') + b$$

ここで、

$$a = 2.27 \times 10^{-3} (F_p + 8.6 \times 10^{-3})^{1.9} - 3.26 \times 10^{-7}, \quad b = 3.1 \times 10^{-4} (F_p) + 9.4 \times 10^{-1} \quad (6)$$

さらに、図-1に示すように、塑性ポテンシャル曲面 $G$ は負荷曲面 $F$ を越えないと仮定し、k値は1以上とする。そのため、等価拘束圧が負の場合は $k=1$ とした。

### 3. フィードバック解析

図-14に、様々な一軸圧縮強度を有するコンクリートの一軸引張実験結果(実験データは文献[5]参照)と本モデルによるフィードバック解析結果との比較を示す。ここで、フィードバック解析とは、モデルパラメータを決定する際に用いた実験データを本モデルにより再現する解析をいう。これより、本モデルは強度の異なるコンクリートの引張軟化挙動を比較的良く再現していることが分かる。一方、図-15には水-セメント比 $W/C=0.45$ 、一軸圧縮強度 $f_c'=21.2\text{MPa}$ を有するコンクリートの各種一定側圧下での三軸圧縮実験結果(実験データは文献[3]参照)と本モデルによるフィードバック解析結果との比較を示す。その結果、高側圧の下でピーク強度がややずれている点もあるが、本モデルは圧縮軟化域の挙動を精度良く再現している。

### 4. 等価拘束圧が引張領域での本モデルの特徴

等価拘束圧が引張状態の場合の三軸圧縮シミュレーション解析では、以下に説明する”スナップバック”なる現象が生ずる可能性がある。スナップバックとは図-16に示すように、軟化域において載荷状態にありながらもひずみが戻る現象である。解析上、スナップバックの生ずる一因とし

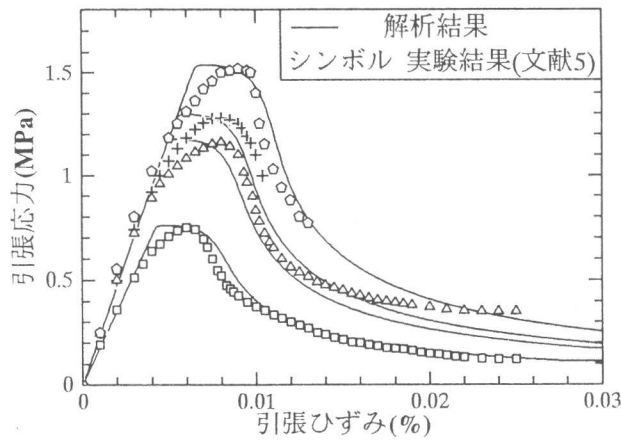


図-14 一軸引張実験データのフィードバック解析

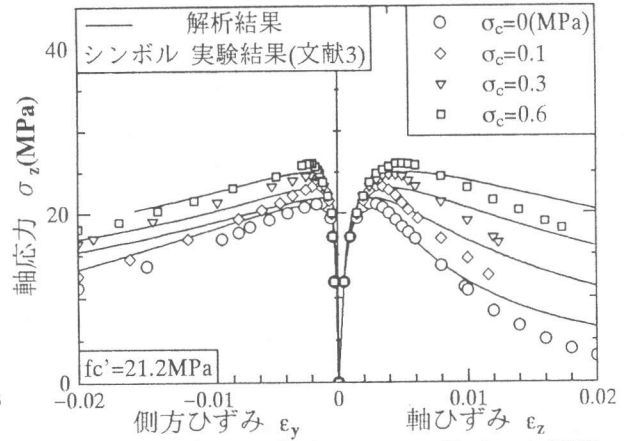


図-15 一定拘束圧実験のフィードバック解析

では軟化域でのFp-Wp/Pa曲線が急勾配であることが考えられる。Fp-Wp/Pa曲線が急勾配であると大きな損傷度<sup>2)</sup>(すなわち、大きなFp値)に対して塑性エネルギー増分dWpが非常に小さくなる。すなわち、ピーク点での応力が大きいと、非常に小さな塑性エネルギー増分dWpを満たすためにはひずみは増加できず、減少することになり、図-16の実線で示すスナップバック型の曲線が生ずる。図-17の●印で示す応力点では、いくつかの応力成分は大きな圧縮応力になっているにも拘わらず、等価拘束圧が引張であるため、スナップバックすることもある。スナップバックが生ずる可能性のある領域を図-17に斜線で示す。

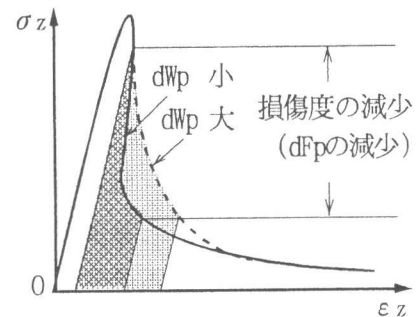


図-16 スナップバックの概念図

## 6. まとめ

本研究では、コンクリートの引張および圧縮ひずみ軟化挙動を予測することが可能な構成モデルを開発した。本構成モデルのパラメータは、一軸圧縮強度 $f_c'$ で無次元化した量で表現されるため、一軸圧縮強度の異なるコンクリートの構成モデルとして用いることが可能である。今後の課題として、モデルパラメータ値を変動させることより本提案モデルの応力-ひずみ曲線に与える影響に関する感度解析を行い、パラメータ決定の際に注意を払うべき点を検討する必要がある。

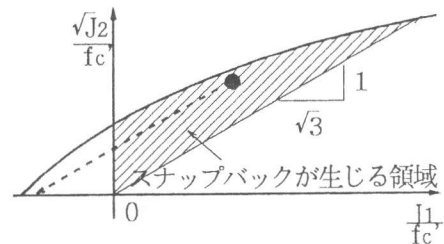


図-17 スナップバックが生じる領域

謝辞：なお、本研究費の一部は、平成6,7年度文部省科学研究費一般研究(C)(畑中, 水野)によったことを付記する。

## 参考文献

- [1]水野英二・畑中重光：塑性理論によるコンクリートの圧縮軟化特性のモデル化，コンクリート工学論文集，Vol.2(2)，1991，pp.85-95.
- [2]水野英二・畑中重光：塑性理論によるコンクリートの経路依存型圧縮軟化特性のモデル化，コンクリート工学論文集，Vol.3(2)，1992，pp.1-13.
- [3]Hatanaka, S.・Kosaka, Y.・Tanigawa, Y.：Plastic Deformational Behavior of Axially Loaded Concrete under Low Lateral Pressure - An Evaluation Method for Compressive Toughness of Laterally Confined Concrete (Part I) -, J. Structural and Construction Engineering, (Trans. of AIJ), No.377, 1987, pp.27-40.
- [4]近藤洋右・島崎宗蔵・畑中重光：寸法効果を考慮した三軸圧縮下のコンクリートの応力-ひずみ関係，日本建築学会東海支部研究報告集，Vol.31，1993.2，pp.45-48.
- [5]W. F. Chen: Plasticity in Reinforced Concrete, (色部・河角・安達監訳「コンクリート構造物の塑性解析」)，丸善，昭60，pp.196-257.