

論文 面内繰返し応力を受ける RC 要素の構成則

小島貴人*¹ 白井伸明*² 森泉和人*³ 水井啓介*¹

要旨：本研究の目的は、面内の繰返し応力を受ける RC 構造物の非線形挙動を説明できる RC 要素の構成則を確立することである。本研究で提案するひび割れコンクリートの構成則は、多方向ひび割れモデルに基づいて、ソリッドコンクリートの剛性とクラックコンクリートの剛性とを直列結合することによって定式化される。ソリッドコンクリートの構成則にはエンドクロニック理論を、クラックコンクリートには回転ひび割れモデルの概念を採用した点に本モデルの特徴がある。提案モデルは、面内の繰返しせん断応力を受ける RC 平板の応答を比較的良好に捉えることが可能であることが確認された。

キーワード：多方向ひび割れ、分布ひび割れ、繰返し載荷、エンドクロニック理論

1. はじめに

近年、地震荷重を受ける RC 構造物の挙動を直接理解することを目的として、大規模な振動台試験機を用いた動的実験が行われている。しかし、動的実験は高価であり、実験計画および実験結果の評価も非常に難しいことが知られている。一方、高性能なコンピュータの出現によって、自由度の高い構造物が終局状態にいたるまでの多数回の繰返し解析が可能となっており、今後、解析的研究による実験結果の補完および物理現象の解明がより一層期待される。本研究の目的は、面内の繰返し荷重を受ける RC 構造物の非線形挙動を説明できる、一般的な構成則を確立することである。本報では、先ず、多方向分布ひび割れモデルの概念に基づいたひび割れコンクリートの構成則を提案し、さらに、正負繰返し荷重を受ける RC 平板の解析を行い、提案モデルの有効性を検証する。

2. 多方向分布ひび割れモデル

本研究で提案する RC 要素の構成則は、以下の仮定に基づいて定式化される。

- 1) 鉄筋はコンクリート要素内に一様に分布するものと仮定し、鉄筋とコンクリートのひずみは等しいと仮定される (適合条件)。
- 2) コンクリートのひび割れは多方向 ($n \leq 2$) に発生することを認める。つまり、多方向ひび割れモデルを適用する [1]。
- 3) ひび割れコンクリートの平均ひずみは、ひび割れの無いコンクリート (以下、ソリッドコンクリートと呼ぶ) のひずみと、ひび割れ部分のコンクリート (以下、クラックコンクリートと呼ぶ) のひずみの和として定義される。つまり、ソリッドコンクリートとクラックコンクリートの剛性は直列結合される。
- 4) クラックコンクリートの構成則には、テンションスティフニング特性およびせん断伝達特性が考慮され、ソリッドコンクリートの構成則には、エンドクロニック理論 [2] を適用する。また、鉄筋の構成則には Ciampi [3] のモデルを適用する。

*1 日本大学大学院 理工学研究科建築学専攻 (正会員)

*2 日本大学助教授 理工学部建築学科, 工博 (正会員)

*3 日本大学助手 理工学部建築学科, 工修 (正会員)

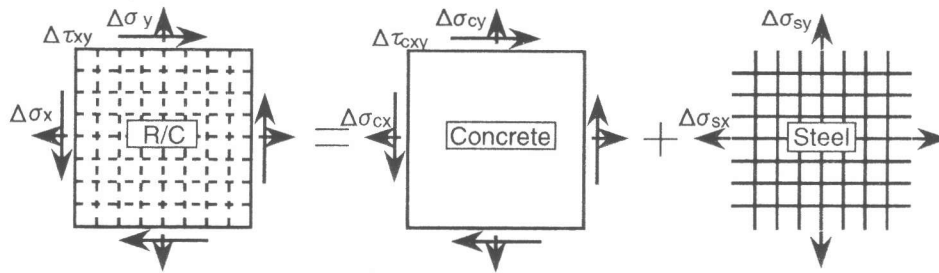


図. 1 RC要素のモデル化

仮定1によって、RC要素の剛性は、コンクリートと鉄筋の剛性を並列結合することによってモデル化される(図.1)。全体座標系のXおよびY方向に直交配筋されるRC要素の場合、増分応力ベクトル $\{\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\tau_{xy}\}^T$ は、次式のように導かれる。

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_{cx} + p_x\Delta\sigma_{sx}, \quad \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_{cy} + p_y\Delta\sigma_{sy}, \quad \Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{cxy} \quad (1)$$

ここで、下付添字 c はコンクリート、 s は鉄筋を、 p_x および p_y は鉄筋比を示す。

ソリッドコンクリートの構成則として採用されるエンドクロニック理論は、除荷および再載荷が自動的に考慮されるため、繰返し荷重を受けるコンクリートの応答予測に優れた構成則として知られている。エンドクロニック理論[2]に従うと、ひび割れ発生前のコンクリートの構成方程式は次のように導かれる。

$$\{\Delta\sigma_{co}\} + \{\Delta\sigma''_{co}\} = [D_{coxy}]\{\Delta\epsilon_{co}\} \quad (2)$$

ここで、 $\{\Delta\sigma_{co}\}$ は増分応力、 $\{\Delta\sigma''_{co}\}$ は非弾性増分応力および $\{\Delta\epsilon_{co}\}$ はひずみ増分ベクトルを示す。また、 $[D_{coxy}]$ は全体座標系における材料剛性マトリックスを表わす。なお、本研究では、ひび割れたコンクリートの圧縮強度の低下を考慮するために、コンクリート強度 σ_B の関数として強度低減係数 λ が考慮される長沼の提案式[4]を採用した。

ひび割れ発生後、ひび割れコンクリートの剛性は、ソリッドコンクリートの剛性とクラックコンクリートの剛性との直列結合として表現される(仮定3)。つまり、ひび割れコンクリートの増分応力 $\{\Delta\sigma_c\}$ は、ソリッドコンクリートの増分応力 $\{\Delta\sigma_{co}\}$ およびクラックコンクリートの増分応力 $\{\Delta\sigma_{cr}\}$ と釣合状態にあり、ひび割れコンクリートの平均増分ひずみ $\{\Delta\epsilon_c\}$ は、ソリッド増分ひずみ $\{\Delta\epsilon_{co}\}$ とクラック増分ひずみ $\{\Delta\epsilon_{cr}\}$ に分解される。

$$\{\Delta\sigma_c\} = \{\Delta\sigma_{co}\} = \{\Delta\sigma_{cr}\} \quad (3)$$

$$\{\Delta\epsilon_c\} = \{\Delta\epsilon_{co}\} + \{\Delta\epsilon_{cr}\} \quad (4)$$

図.2にひび割れたコンクリートの応力状態を模式的に示す。図中の $n-t$ 座標はひび割れコンクリートの主軸を表わし、それぞれ、ひび割れに垂直な方向およびひび割れに平行な方向を示している。Rotsは、多方向ひび割れモデルを用いて、コンクリートの引張軟化挙動が支配的な構造物のFEM解析を行なった[1]。そこでは、ひび割れ面に平行な圧縮方向の剛性を無視した 2×2 のマトリックスを用いてクラックコンクリートをモデル化しており、これは圧縮方向の剛性を無限大と仮定したモデルである。面内の繰返し応力を受けるRC平板の場合、ひび割れ面に平行な t 方向には高い圧縮応力が作用するため、圧縮方向の剛性を適切に考慮したモデル化が必要である。本研究では次式のように直交異方性材料としてクラックコンクリートの構成則をモデル化する。

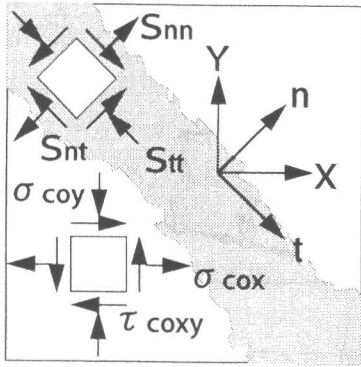


図. 2 ひび割れコンクリートの応力状態

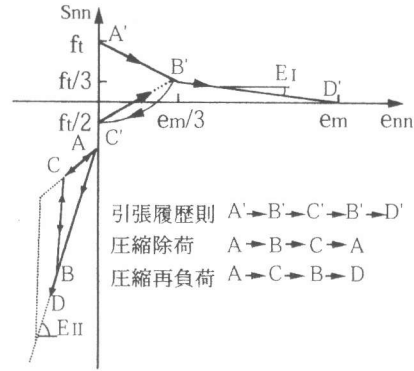


図. 3 クラックコンクリートの応力-ひずみ関係

$$\{\Delta s_{cr}\} = [D_{cr}]\{e_{cr}\}, \quad [D_{cr}] = \begin{bmatrix} E_I & 0 & 0 \\ 0 & E_{II} & 0 \\ 0 & 0 & E_{III} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $\{\Delta s_{cr}\}$ および $\{\Delta e_{cr}\}$ は $n-t$ 座標系におけるクラックコンクリートの応力およびひずみ増分ベクトルを、 $[D_{cr}]$ は $n-t$ 座標系における接線材料剛性マトリックスを示す。なお、本研究では、RC 要素に 2 方向のひび割れの発生を許容するが、活性なひび割れ面は一つとして扱っているため、クラックコンクリートのマトリックスサイズは不変であることに注意する。図.3 に n (引張) および t (圧縮) 方向に仮定された、クラックコンクリートの履歴ルールを示す。引張側の履歴ルールはテンションスティフニング特性をモデル化しており、2 直線の軟化と 2 次曲線の除荷によって E_I を評価している。一方、 E_{II} を評価する圧縮側の履歴ルールは次の通りとした。負荷時には、点 A、B を結ぶ直線で仮定し、除荷時には、除荷点 B から $B \rightarrow C \rightarrow A$ の経路を辿る。さらに、再負荷時には、エンドクロニク理論では低応力時のスリップ型の履歴挙動を適切に模擬できないため、経験した最大ひずみ時の応力点を目指す ($A \rightarrow C \rightarrow B$) 経路を辿る。また、ひび割れコンクリートのせん断剛性 G_c は、回転ひび割れモデルの概念を適用すると、共軸性によって、次式のように表現される。

$$G_c = \frac{\sigma_{nn} - \sigma_{tt}}{2(\epsilon_{nn} - \epsilon_{tt})} \quad (6)$$

ここに、 σ_{nn} および σ_{tt} はひび割れコンクリートの主応力、 ϵ_{nn} および ϵ_{tt} は主ひずみを示す。なお、クラックコンクリートが除荷される場合のせん断剛性は、せん断応力-せん断ひずみ曲線が原点を指向する直線除荷を仮定している。結局、仮定 3 によりクラックコンクリートのせん断剛性 E_{III} はひび割れコンクリートのせん断剛性 G_c とソリッドコンクリートのせん断剛性 G_{co} の関数として次のように導かれる。

$$E_{III} = \frac{G_{co}G_c}{(G_{co} - G_c)} \quad (7)$$

最終的に、ひび割れコンクリートの構成方程式は以下のように定式化される。

$$\{\Delta \sigma_c\} = [D_{co}](\{\Delta \epsilon_c\} - [T]^T([D_{cr}] + [T][D_{co}][T]^T)^{-1}[T](\{D_{co}\}\{\Delta \epsilon\} - \{\Delta \sigma''_{co}\})) - \{\sigma''_{co}\} \quad (8)$$

ただし、 $[T]$ は応力変換マトリックスを示す。

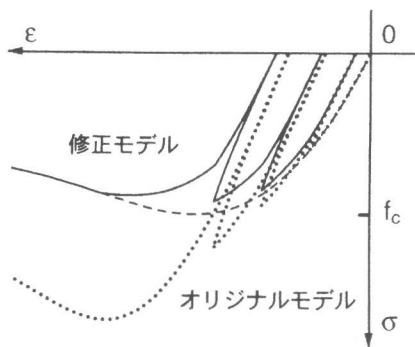


図. 4 ソリッドコンクリートの応力-ひずみ関係

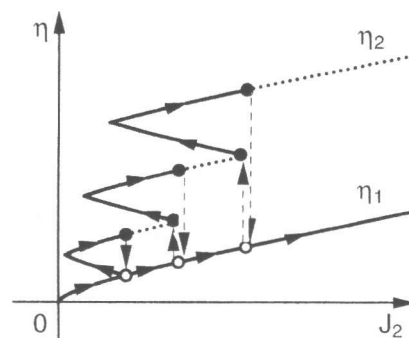


図. 5 パラメータ η の修正

3. エンドクロニック理論の繰返し応答

エンドクロニック理論は、材料パラメータの多い複雑な構成則であるが、破壊条件や除荷および再載荷の履歴特性を設定することなく、最大耐力以後のひずみ軟化域をも含む高ひずみ領域までの履歴応答を連続的に追跡できる点が特徴である。図.4に、エンドクロニック理論による繰返し応答解析結果の一例を示す。オリジナル理論による計算結果は、繰返し載荷後に、コンクリートの耐力および剛性を高く評価する傾向がある[5]。これは、定応力繰返し載荷時に生じるひずみ硬化現象を模擬するため、コンクリートの損傷度を示すパラメータ η に依存するひずみ硬化関数 $f(\eta, \epsilon)$ を導入しているが、除荷および再載荷の如何にかかわらず単調に増加すると仮定しており、実際の現象に反すると思われる。そこで、本研究では、パラメータ η を、偏差ひずみの第2不変量 J_2 の関数として扱う(図.5)。まず、 η は、負荷時には単調負荷時の関数 η_1 に従って上昇する。次に、除荷時および再負荷時には関数 η_2 へ飛び移り J_2 の増減に関わらず増大する。さらに、再負荷が進み、 J_2 が除荷時の J_2 に達すると、 η は関数 η_2 から η_1 の経路にジャンプし関数 η_1 にしたがって評価される。なお、オリジナル理論では、 η は負荷・除荷・再負荷に関わらず関数 η_2 によって評価される。

4. RC 平板の解析

本節では、前述したRC要素の構成則の検証を行う。解析の対象とした試験体は、単調載荷を受ける試験体として縦横の鉄筋比の違いによって主軸が回転するPV10[6]、繰返し載荷を受ける試験体としてコンクリート破壊型のSE9[7]、SR20[8]である。表1に試験体の諸元を示す。図.6にPV10試験体の平均せん断力-せん断ひずみ関係を示す。解析結果は、テンションスティフニング特性を若干小さく評価する傾向にあるが、最大耐力は実験結果と良く一致している。図.7は同試験体における、主軸とX軸のなす角度の変化を比較したものである。解析結果はひび割れ発生後、せん断応力の増大に伴う主応力軸の回転を良く捉えている。次に、繰返し載荷を受ける試験体SE9およびSR20の平均せん断力-せん断ひずみ関係を図.8にまとめて示す。両解析結果とも、実験のピンチング形状を過少評価する傾向にあるが、全体的な傾向は概ね一致している。次に、クラックコンクリート

表. 1 RC平板の構造緒元

試験体名	形状[cm]	コンクリート強度 [kgf/cm ²]	鉄筋比[%]		降伏点 [kgf/cm ²]
			X	Y	
PV10	89.0x89.0x7.0	148	1.80	1.00	2814
SE 9	152.3x152.4x28.5	450	3.00	3.00	4507
SR20	250.0x250.0x14.0	318	2.04	2.04	4058

の圧縮側(t 方向)履歴ルールを変化させた試験体SR20の解析例を示す。図.9(a)には図.3に示した2直線の除荷モデルの解析結果を、(b)には弾性除荷を仮定した直線モデルの解析結果を示している(実験値は図.8(c)参照)。両者を比較すると、2直線の除荷モデルの方がピンチング形状を良好に捉えており、クラックコンクリートの圧縮側における除荷挙動は、RC要素の全体挙動に大きく影響を及ぼすことが分かる。本研究では、クラックコンクリートの履歴ルールについて特に同定を行っていないが、繰返し応力を受けるRC平板実験の繰返し応答を現実的に再現するためには、クラックコンクリートの連続的な引張・圧縮応答のモデル化が鍵となろう。

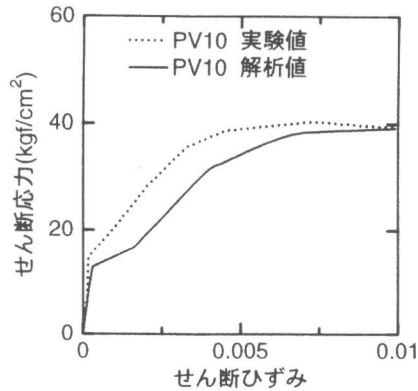


図. 6 平均せん断応力-せん断ひずみ関係(PV10)

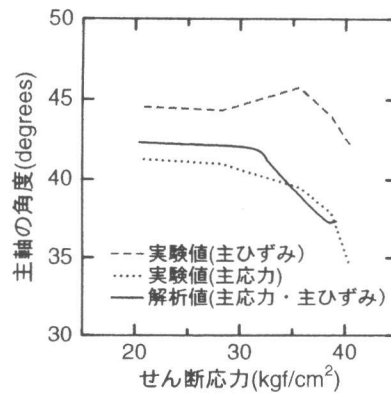
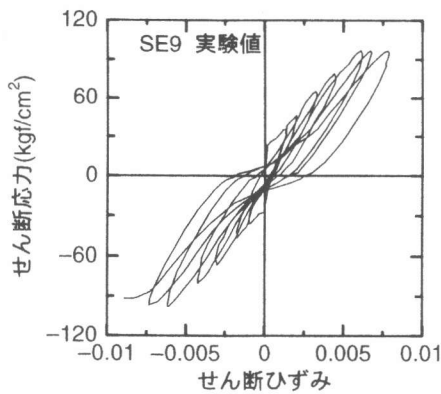
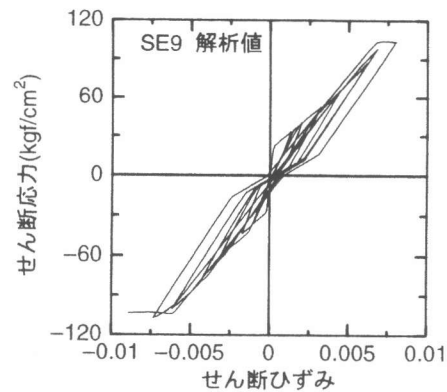


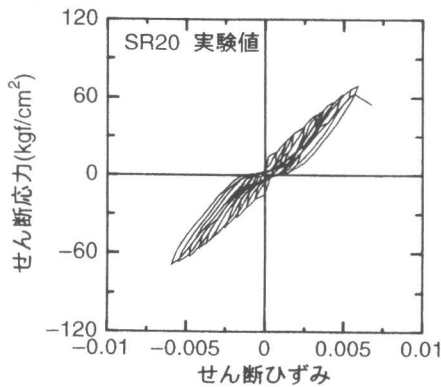
図. 7 主軸と X 軸のなす角度(PV10)



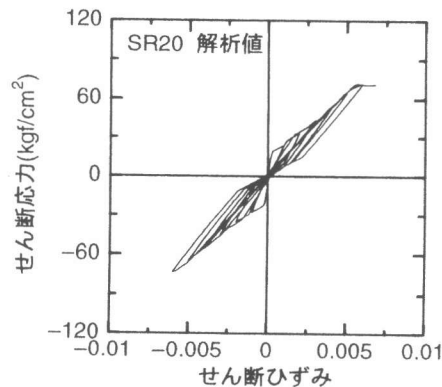
(a) 実験値(SE9)



(b) 解析結果(SE9)



(c) 実験値(SR20)



(d) 解析結果(SR20)

図. 8 平均せん断応力-せん断ひずみ関係

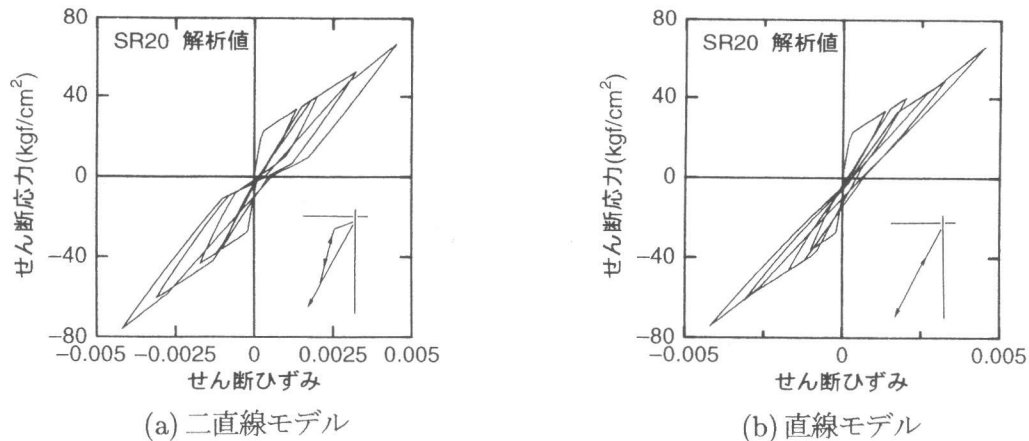


図. 9 平均せん断応力-せん断ひずみ関係

5. まとめ

多方向分布ひび割れモデルにエンドクロニック理論を組込んだひび割れコンクリートの構成則の定式化および提案モデルの解析値と実験値を比較した結果、以下のことが明らかとなった。

- 1) 提案モデルは、繰返しせん断応力を受けるRC平板の履歴面積を小さく評価する傾向にあるが、実験結果を比較的良好的にシミュレートすることが可能である。
- 2) クラックひずみの概念を導入することにより、ひび割れを含むRC要素の構成則の定式化が単純化され、また、エンドクロニック理論の導入が容易となった。しかし、クラックコンクリートの圧縮および引張履歴ルールについては、今後、さらに検討が必要である。

参考文献

- 1) Rots, J.G.: Strain-Softening Analysis of Concrete Fracture Specimens. Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F.H. Winttmann. Elsevier Science Publishers B.V., 137-148, 1986.
- 2) Bazant, Z.P. and Shieh, C.L.: Hysteretic Fracturing Endochronic Theory for Concrete Journal of The Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE, Vol. 106, No. EM5, pp. 929-950, Oct., 1980.
- 3) Ciampi, V., Eligehausen, R., Bertero, V.V. and Popov, E.P.: Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars under Generalized Excitation, Report No. UCB/EERC-82/83, University of California, Berkeley, California, April, 1984.
- 4) 山口恒雄, 長沼洋一: ひび割れたコンクリートの圧縮特性に関する研究, JCI コロキウム論文集, JCI-C18, pp. 23-30, 1990.10
- 5) 谷川恭雄, 山田和夫: エンドクロニック理論のコンクリート工学への適用, コンクリート工学, Vol. 21, No. 1, pp. 31-43, 1983
- 6) Vecchio, F. and Collins, M.P.: The Response of Concrete to In-Plane Shear and Normal Stress, University of Toronto Department of Civil Engineering, March, 1982.
- 7) Stevens, N.J., Uzumeri, S.M. and Collins, M.P.: Analytical Modelling of Reinforced Concrete Subjected to Monotonic and Reversed Loadings.
- 8) 大森信次, 他: 繰返し面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート平板の弾塑性挙動に関する実験的研究, 建築学会構造系論文報告集, 第403号, pp. 105-118, 1989.9