

論文 衝撃荷重を受ける RC 柱の波動応力場から振動場への移行状態に関する考察

石原和典*1・石川達也*2・余国雄*3・田邊忠顕*4

要旨：本論文では、有限要素法を用いて衝撃問題を応力波動的アプローチで扱い、単純化された鉄筋段落としを有する RC 柱が衝撃荷重を受けた場合に RC 柱中をどの様に応力波が伝播し、RC 柱が波動応力場から振動場へ移行する状態を鉄筋要素とコンクリート要素を区別したモデル化により有限要素解析で再現し、その時の鉄筋段落とし部の影響や衝撃時間と固有周期との関連を解明することを試みた。

キーワード：衝撃破壊、RC 柱、鉄筋段落とし部、固有振動

1. はじめに

阪神大震災における RC 構造物の破壊原因の究明は、既に数多くの Report が公表されているが、図-1 のような RC 部材の鉄筋端部の不連続部で脚柱を輪切りにするようなクラックの発生原因を波動論的立場から定量的に研究している例は未だない。この地震は、初期に大きな衝撃的地震動が働いたと推定されており、衝撃波としての観点からの解明も不可欠であると考えられている。多くの実験や解析結果から、地震初期に働いたと想定される衝撃力のみによって、このような破壊を生じさせるという考えは難しいと言われているが、初期の鉛直方向の地震動は無視することは出来ず、その後の大きな水平方向の地震動との連成効果など解明しなければならない問題が多く残されている。

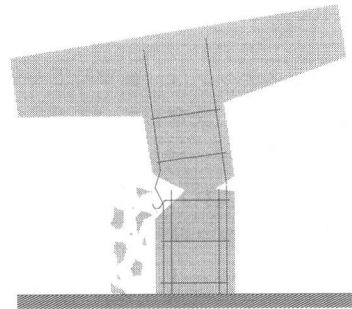


図-1 段落とし部で破壊した構造物

従来、鉄筋段落とし部を有する実構造物のモデル化は、コンクリート材料という複合材料に対して、コンクリートと鉄筋のひずみが一致するという仮定に基づいて、 $[D]=[D_s]+[D_c]$ の構成則を与えるだけが一般的であるが、本研究では、対象とするモデルを鉄筋要素とコンクリート要素とを区別した要素分割を行い、有限要素法により線形解析を行った。解析で用いた有限要素プログラムやモデル化の妥当性は、石川らによって確認されており、そこでは、衝撃問題を扱うときには、鉄筋段落とし部の考慮の重要性が、記されている[1]。本論文では、モデルの拘束された底面に鉛直方向の衝撃波が入力された時に、モデルが波動応力場から振動場へと移行する状態を確かめ、そのモデルの持つ固有周期と衝撃の入力時間との関係を明らかにした。

*1 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

*2 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

*3 名古屋大学大学院助手 工学研究科 土木工学専攻、工博 (正会員)

*4 名古屋大学大学院教授 工学研究科 土木工学専攻、工博 (正会員)

2. 解析手法の概要

2.1 有限要素法の概要

一般に、衝撃問題も含めて、運動方程式を式(1)のように表すことができる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

x は、場合によって、相対座標であったり、絶対座標であったりする。

解析には、有限要素法を用い、1要素は、四辺形4節点要素として、剛性マトリクス $[K]$ を平面応力問題として定式化した。質量マトリクス $[M]$ には、形状関数により導かれる整合質量マトリクスを用いた。減衰マトリクス $[C]$ は、本解析には用いていない。

2.2 時刻歴応答解析について

応答の数値解析を行うにあたり、Newmarkの β 法 ($\beta = 1/4$: 平均加速度法) を用いている。

なお、時間ステップは、衝撃時間や解析モデルの大きさを考慮し決定しているが、おおよそ 10^{-7} (sec) のオーダーである。

2.3 解析に用いた材料定数

解析に用いたコンクリート及び、鉄筋の材料定数をそれぞれ右の表-1、表-2に示す。

2.4 衝撃力の入力方法

解析を行うにあたり構造物の境界条件の設定の方法は重要であり、本解析では、解析対象となるモデルの下部節点の鉛直方向を拘束し、その拘束点に加速度を与える方法をとった。従って、下端の拘束点は、すべての時間において固定端になっている。そして与える加速度は、モデル内への入射応力が、図-2のような正弦半波の引張応力となるように定めた。

いま、入射応力が、式(2)のように表されるとする。

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t) \quad (\text{ただし、} t \leq T_0/2) \quad (2)$$

ここで、 σ_0 は入射応力の振幅、 ω は円振動数、 $T_0/2$ は衝撃の入力時間である。一次元波動理論を用い、入射応力と加速度を互いに関係づけると、式(2)で表される入射応力が発生する加速度は、式(3)で与えられる。

$$a(t) = a_0 \cos(\omega t) \quad (\text{ただし、} t \leq T_0/2) \quad (3)$$

ここで、 $a_0 = -\frac{\omega c_0 \sigma_0}{E}$ 、 c_0 は、 $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ で表される縦波の伝播速度である。即ち、図-2

表-1 コンクリートの材料定数

ヤング率 $E_c(\text{kgf/cm}^2)$	ポアソン比 ν	密度 $\rho(\text{g/cm}^3)$
2.0×10^5	0.16	2.5

表-2 鉄筋の材料定数

ヤング率 $E_s(\text{kgf/cm}^2)$	ポアソン比 ν	密度 $\rho(\text{g/cm}^3)$
2.0×10^6	0.3	7.8

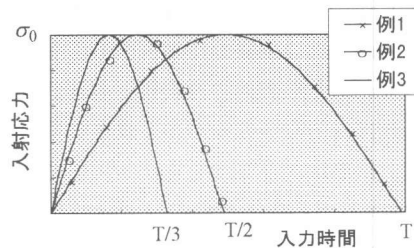


図-2 入射応力

の例 1~3 のような正弦半波の入射応力を発生させるには、それぞれ図-3 の例 1~3 のような余弦半波の加速度を下部拘束点に与えればよい。本研究では、入射応力の振幅を $\sigma_0 = 1 (kgf/cm^2)$ となるように a_0 を定め、入力時間を変えたときに、どのような影響が出てくるのかを確認した。

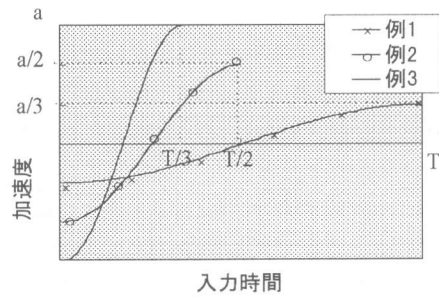


図-3 入力加速度

3. 解析内容

3.1 解析モデル

本論文では、鉄筋端部と上載質量の影響を調べるために、図-4 のような質量 M_1 を載せたコンクリート体 (Model 1)、図-5・図-6 のような質量 M_2 、 M_3 を載せた鉄筋端部の不連続を有するコンクリート体を 2 種類 (Model 2、Model 3)、及び、図-7 のような質量が載らない鉄筋端部の不連続を有するコンクリート体 (Model 4) の計 4 種類を解析した。上載する質量は、計算時間や柱部の剛性等を考慮して表-3 のように定めた。これらを Model 1、Model 2、Model 4 については図-8 のように 116 節点、98 要素に分割し、Model 3 については図-9 のように 394 節点、358 要素に分割し、質量が上載される場合には、上部節点に集中質量として負荷した。また、モデル内の応力値の比較を行うために、図-4 ~ 7 中に示すコンクリートの各点での応力履歴を確認した。ちなみに、モデルの奥行きは、4 cm である。

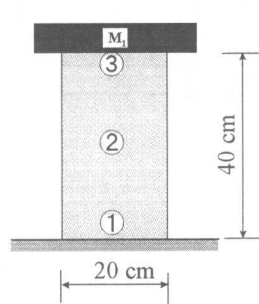


図-4 Model 1

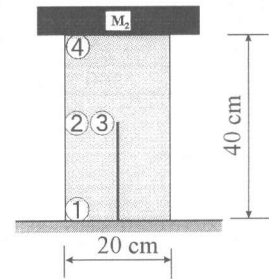


図-5 Model 2

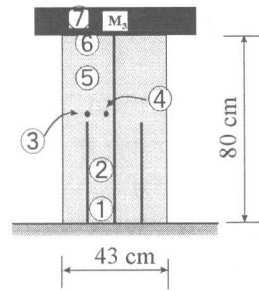


図-6 Model 3

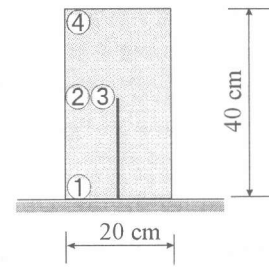


図-7 Model 4

表-3 モデルの上載質量

M_1 の質量 (kg)	M_2 の質量 (kg)	M_3 の質量 (kg)
20.0	28.0	182.0

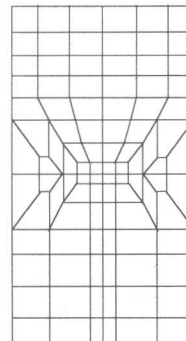


図-8 要素分割図 1

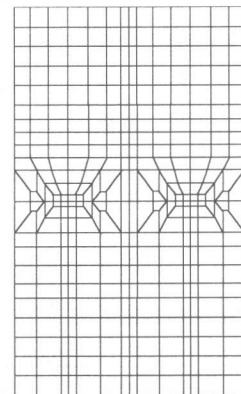


図-9 要素分割図 2

3.2 入力データ

入力データは、2.4節で述べたように、モデルへの入射応力が $\sigma_0 = 1(kgf/cm^2)$ となるように、 a_0 や入力時間 t を表-4 のように与えた。表-4 中の入射応力波の伝播距離とは、コンクリート中での入射応力波が、与えた入力時間内でどれだけの距離を伝播するかを示したものである。

表-4 入力加速度の諸量

入力データ名	Input1	Input2	Input3	Input4	Input5
最大入力加速度 $a_0 \times 10^3(\text{gal})$	62.200	20.720	8.288	6.216	5.300
入力時間 $\times 10^{-3}(\text{sec})$	0.0707	0.212	0.530	0.707	0.810
入射応力波の伝播距離 (cm)	20	60	150	200	230

Input6	Input7	Input8	Input9	Input10	Input11	Input12	Input13
4.144	3.457	2.600	2.072	1.730	1.550	1.420	1.250
1.060	1.270	1.690	2.120	2.538	2.820	3.102	3.525
300	360	480	600	720	800	880	1000

4. 解析結果

4.1 各モデルの応力履歴

Model 1 と Model 2 に Input6 を入力した時の応力履歴を図-10、図-11 に示す。これらは、図-4、5 で選ばれた点での応力履歴曲線である。それぞれの図の入力データ Input6 の入力時間は、それぞれのモデルの固有周期とほぼ同値であり、最も大きい応力値を示した時でもある。どちらも、固有周期に従った振動を行っており、図-10、図-11 を比較すると、Model 1 では、どこの点でも応力履歴はほとんど変わらないのに対し、Model 2 では、鉄筋段落とし部の位置で著しい応力集中が発生している。下の表-5 に Model 2 において static で解析した時と dynamic で解析した時の比較を表す。static の解析は、モデルを一様断面と仮定し、応力が $1(kgf/cm^2)$ になるように引張力を作用させた。dynamic での解析の値は、各点で得られた最大値であり、dynamic の解析では、鉄筋段落とし部の影響が static の場合より増大する事が確認できる。

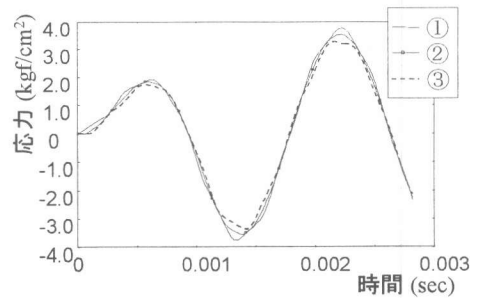


図-10 Model 1 の応力履歴 (Input 6)

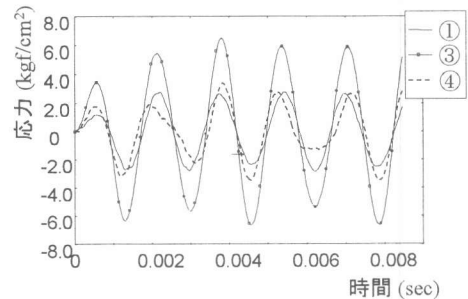


図-11 Model 2 の応力履歴 (Input 6)

表-5 Model 2 における static と dynamic との比較

比較した点	①	②	③	④
static での応力(kgf/cm ²)	0.995	0.817	1.480	1.028
dynamic での応力(kgf/cm ²) (Input2)	1.40	1.20	2.30	1.90
dynamic での応力(kgf/cm ²) (Input6)	2.80	3.00	6.40	3.40

次に、Model 3 に入力時間が固有周期とほぼ同値である Input9 を入力した時の応力履歴を図-12 に示す。この時も、Model 2 の場合と同様に、モデルは、固有周期に従った振動をし、鉄筋段落とし部周辺である③の応力値が高くなっている。また、⑥の応力値が他の部分より比較的高いのは、柱と上載質量との結合点であるため、柱の最上部が、固定端に近い境界条件になっている事が原因と考えられる。また、Model 3 に入力時間が固有周期と比較して短い値である Input3 を入力した時の結果が図-13 であり、このような時には、固有周期による振動と波動伝播による振動の足し合わせのような応答をしており、本解析では、入力時間が固有周期の 1/4 程度までの場合には、顕著にこの傾向が現れている。下の表-6 に表-5 と同様な Model 3 における static で解析した時と dynamic で解析した時の比較を表す。dynamic での解析の値は、各点での最大値であり、ここでも、dynamic の解析では、鉄筋段落とし部の影響が増す事が確認できる。また、④のように横方向を鉄筋で拘束されているところでは、あまり応力の増幅が見られないことが分かる。

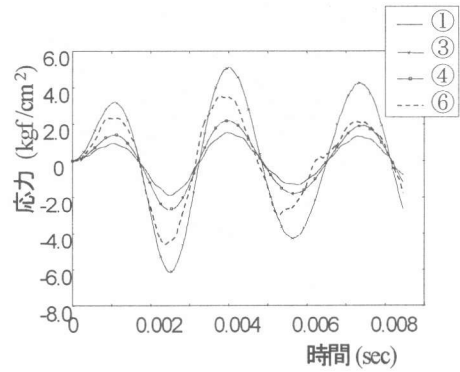


図-12 Model 3 の応力履歴 (Input 9)

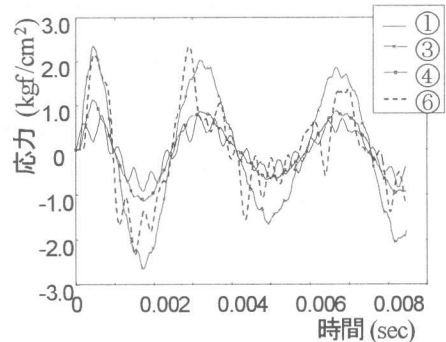


図-13 Model 3 の応力履歴 (Input 3)

表-6 Model 3 における static と dynamic との比較

比較した点	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
static での応力(kgf/cm ²)	0.33	0.315	1.14	0.51	0.684	0.789	0.801
dynamic での応力(kgf/cm ²) (Input3)	0.80	0.70	2.40	1.10	1.80	2.30	1.30
dynamic での応力(kgf/cm ²) (Input9)	1.60	1.60	5.10	2.20	3.00	3.60	1.80

4.2 鉄筋段落としと入力加速度の影響

鉄筋段落としの有無と入力加速度の与え方の違いによる影響を明らかにするために、Model 1 と Model 2 において表-4 の Input1~Input9 の 9 種類の加速度を入力し、それぞれを入力時間を横軸にとり、その入力によって図-4、5 で示された各点の示す応力の最大値を本解析で基準としている $\sigma = 1 \text{ kgf/cm}^2$ で割った値、これをここでは増幅率と呼ぶことにするが、それを縦軸にとり表したものが図-14、図-15 である。この 2 つのモデルの固有周期は、どちらも $1.2 \times 10^{-3} \text{ (sec)}$ であり、これらの図を見ると、入力時間が固有周期とほぼ同値である時に増幅率が最も高くなり、Model 1 では、同じ入力に対しては、どこの点の応力もほぼ同値であるのに対して、Model 2 では、鉄筋端

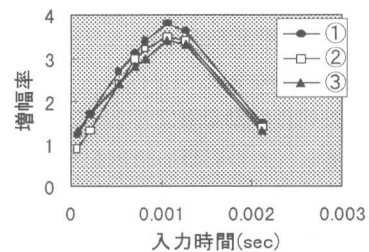


図-14 Model 1 の入力時間—増幅率関係

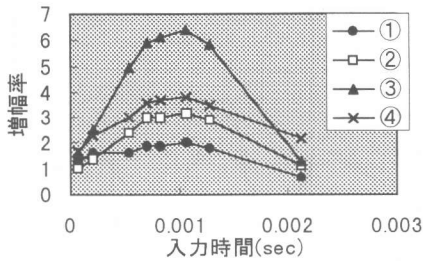


図-15 Model 2 の入力時間—増幅率関係

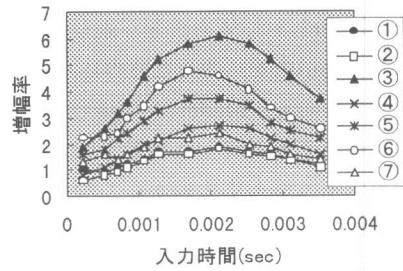


図-16 Model 3 の入力時間—増幅率関係

部周辺の③の増幅率が他の点の増幅率と比較して非常に高いことが分かる。また、固有周期に対して、入力時間を非常に短く、または、長くしていくと静的にモデルに引張力を与えたときの応力値に近づいていく。また、Model 3 についても同様に Input3 ~ Input13 までの 11 種類の入力時間とその増幅率との関係を図-16 に示す。このモデルの固有周期は 2.3×10^{-3} (sec) であり、この場合も固有周期とほぼ同じ長さである入力時間の時の増幅率が非常に高くなっている。

4.3 上載質量の影響

上載質量の影響を確認するために Model 4 についても同様に Input1、2、3、5、9 を入力した時の入力時間と増幅率の関係を図-17 に示す。上載質量がない場合も系は、その固有周期による振動と波動伝播による振動の足し合わせのような応答をしており、また、増幅率は、上載質量のある場合ほど大きくはない。

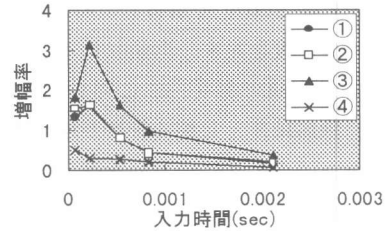


図-17 Model 4 の入力時間—増幅率関係

5. 結論

本研究で得られた結論は以下の通りである。

- (1)固有周期と比較して長周期の衝撃加速度が作用したときの質量を載荷した RC 柱は、系の持つ固有周期に従った定常応答を示し、短周期の衝撃加速度が作用したときは、波動伝播による振動を行いながらも系全体で見れば固有周期に従った振動をしている。
- (2)RC 柱に入射応力の最大値が一定となるように種々の衝撃加速度を入力する時は、系の持つ固有周期と同程度の長さの入力時間を作用させた時、一種の共振振動をしており、応答が最大となる傾向がある。
- (3)鉛直方向の振動を考えると、以上に示したように系の固有周期と衝撃の入力時間との関係を考慮し、その影響の程度を考慮する必要がある。
- (4)ここには掲載していないが、非線形解析によりクラックの伸展についての研究も行っており、その結果、RC 柱の鉄筋段落し部でクラックが発生し、そこから水平方向ひび割れが伝達していくことも確認できている。

参考文献

- [1]石川達也、余国雄、田邊忠顕：鉄筋端部の不連続面が応力波の伝播に及ぼす影響、コンクリート工学年次論文集、Vol.18、No.2、pp293-298、1996.6