

論文 伝達境界を考慮した半無限長の桁構造の地震応答解析

三輪 健治*1 ・ 田邊 忠顕*2

要旨：新幹線高架橋や道路高架橋を半無限長の桁構造と考え、その半無限長の構造物の地震応答解析を行うために波動エネルギーを伝達する伝達境界式を定式化し、地盤からの加速度入射を考慮できるように拡張した。そして、阪神大震災によって被害が発生した新幹線橋の阪水地区をモデル化し地震応答解析を行い、定式化した伝達境界式の実用性を検討した。

キーワード：構造物の伝達境界式、地震応答解析

1. はじめに

阪神大震災後、構造物の耐震性がより一層着目されるようになった。当然、新幹線高架橋や道路高架橋等の連続した構造物の地震応答解析も多く行われている。しかし、その解析手法としては、解析対象となる構造物の一部を取り出して解析しているものがほとんどで、遠方無限を表す境界条件について扱っている研究は、著者の知る限りは皆無である。たしかに、実際の新幹線高架橋や道路高架橋では桁と桁との間には2cm程度の間隔が設けられており、完全な連続体とはいえない。しかし、大きく揺れる地震時の場合では、桁と桁との間隔以上の応答変位が発生すると考えられる。そこで、本研究では地震時において連続体として取り扱うことにした。また、地盤の分野では、Lysmerらをはじめ、各種の伝達境界(Transmitting Boundary)の設定方法 [1]が確立されている。そこで、Lysmerらの提案した伝達境界式の定式化の手順を基にし、地盤からの加速度入射を考慮した構造物の伝達境界の定式化を行った。そして、それを用いて地震応答解析を行い、提案式の実用性を検討した。

2 伝達境界を考慮した運動方程式の定式化

2.1 解析領域の運動方程式と構造物の伝達境界の定式化

図-1のように解析対象となる連続ラーメン高架橋を解析領域 Ω と半無限長の領域L、Rで構成されると仮定する。また、図-1の領域L、Rでは、同じ寸法の高架橋が半無限長に連続していると仮定している。伝達境界式は、領域L、Rに波動が伝播したときに解析領域に作用する力と変位の関係式より定式化する。よって、伝達境界は、領域Lと解析領域との仮想境界上、領域Rと解析領域との仮想境界上にそれぞれ設ける。

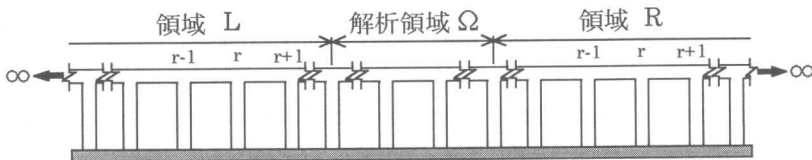


図-1 解析領域 Ω と領域L、R

領域L、Rに伝播する波動を定式化するために、任意の節点、図-2のような $r-1$ 、 r 、 $r+1$ 番目で構成される連続ラーメン高架橋を取り出す。ここで、この連続ラーメン橋を図-3のようなマスばね系のモデルに置き換える。また、このラーメン橋の桁部分のスパン長を l 、伸び剛性を EA 、曲げ剛性を EI とし、橋脚の長さを L 、伸び剛性を EA' 、曲げ剛性を EI' とする。ただし、図-3において、マスばね系のモデルに置き換えたことより、回転慣性は考慮しない。

*1 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

*2 名古屋大学 工学部 土木工学科、工博 (正会員)

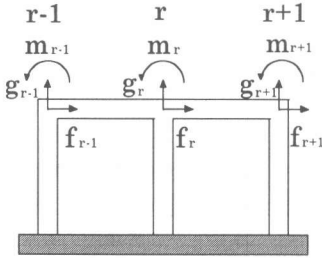


図-2 領域L、Rにおける節点r-1、r、r+1で構成されるラーメン高架橋

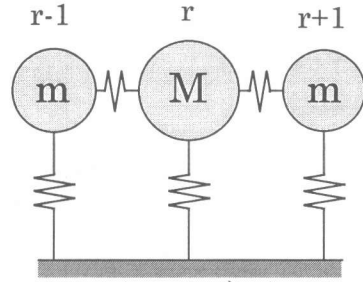


図-3 モデル図

ここで、領域L、Rにおいて、水平方向 x 、垂直方向 z 、回転方向 θ において、以下の式で表される波動が伝播すると仮定することとする。

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} x \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ c \end{Bmatrix} \eta^r \exp(i\alpha t) = \{U\} \eta^r \exp(i\alpha t) \quad (1)$$

式(1)において、 u 、 v 、 c は、水平方向、垂直方向、回転方向のそれぞれの複素変位振幅である。そして、式(1)を図-3に示したモデルの節点 r 番目で成り立つ運動方程式に代入すると、次に固有方程式が得られる。

$$\{\eta^2[A] + \eta[B] + [C]\}\{U\} = 0 \quad (2)$$

$$\text{ただし、} [A] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{\ell^3} & \frac{6EI}{\ell^2} \\ 0 & \frac{6EI}{\ell^2} & \frac{2EI}{\ell} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{\ell^3} & -\frac{6EI}{\ell^2} \\ 0 & \frac{6EI}{\ell^2} & \frac{2EI}{\ell} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{2EA}{\ell} + \frac{12EI'}{L^3} - \omega^2 M & 0 & \frac{6EI'}{L^2} \\ 0 & \frac{24EI}{\ell^3} + \frac{2EA'}{L} - \omega^2 M & 0 \\ \frac{6EI'}{L^2} & 0 & \frac{8EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L} \end{bmatrix}$$

となる。上式において、 ω は振動数を、 M は図-3に示したモデルの r 番目のマスの質量を表す。また、式(2)の固有方程式より固有値解析を行い、固有値 η_s を求めることができる。そして、領域L、Rにおいて伝播する波動は以下のように表される。

$$\{\delta\}_r = \{U\}_s \exp\left(i\omega\left(t \pm \frac{r\phi_s}{\omega}\right)\right) \quad \text{ただし、} \phi_s = \frac{1}{i} \log_e(\eta_s) \quad (3)$$

よって、領域Rにおいて、式(3)のように表される波動が右方向に伝播した時の複素節点外力振幅と複素節点変位振幅との関係式は、次のようになる。

$$\{P\}_r^R = \{[A] + [E][V][-i\phi]^{-1}[V]^{-1}\}\{U\}_r^R = [R]_r \{U\}_r^R \quad (4)$$

ただし、 $[E] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} + \frac{12EI'}{L^3} & 0 & \frac{6EI'}{L^2} \\ 0 & \frac{12EI}{\ell^3} + \frac{EA'}{L} & \frac{6EI}{\ell^2} \\ \frac{6EI'}{L^2} & \frac{6EI}{\ell^2} & \frac{4EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L} \end{bmatrix}$

また、式(4)の $[V]$ は、固有ベクトルからなる行列で、 $[-i\phi]$ は、 $\exp(-i\phi_s)$ から求まる行列である。そして、 $[A]$ は、式(2)によって定義されている。そして、式(4)の上付文字は波動の伝播方向を、下付文字は領域を表す。同様に、式(4)のように領域L、Rにおいて左右の方向に波動が伝播したときの複素節点外力振幅と複素節点変位振幅との関係式を定式化することができる。

Lysmer らの導いた伝達境界式は表面波に対するものであって、遠方境界からの地震波入力を考えているが、本研究では地盤からの加速度が入射した場合について考える。地盤においては、基礎面からの加速度入射という形で、久保田[2]や清水ら[3]がすでに定式化している。

領域L、Rでは、地震動による加速度が入射した場合、理想的な1自由度振動であると仮定する。領域L、Rにおいて地震動による加速度が入射した場合の応答を、伝達境界の定式化と同様に

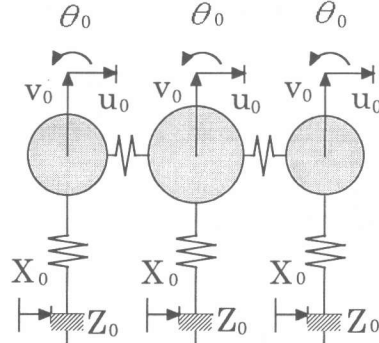


図-4 領域L、Rでの地震応答図

図-3のモデルを用いて定式化する。図-4に、図-3のモデルが地震動による加速度が入射した場合の応答を示す。地震動による加速度入射により、地盤が水平方向に X_0 移動し、垂直方向に Z_0 移動した場合の r 番目の節点における水平方向、垂直方向、回転方向の運動方程式は、レーリー減衰の未定係数を a_0 、 a_1 とするとダランペールの法則より次のように表すことができる。

$$-M \frac{d^2(u_0 + X_0)}{dt^2} - \left(a_0 M + a_1 \frac{12EI'}{L^3} \right) \frac{du_0}{dt} - a_0 \frac{6EI'}{L^2} \frac{d\theta_0}{dt} - \frac{12EI'}{L^3} u_0 - \frac{6EI'}{L^2} \theta_0 = 0 \quad (5)$$

$$-M \frac{d^2(v_0 + Z_0)}{dt^2} - \left(a_0 M + a_1 \frac{2EA'}{L} \right) \frac{dv_0}{dt} - \frac{2EA'}{L} v_0 = 0 \quad (6)$$

$$-a_1 \frac{6EI'}{L^2} \frac{du_0}{dt} - \left(a_1 \frac{12EI}{\ell} + a_1 \frac{4EI'}{L} \right) \frac{d\theta_0}{dt} - \frac{6EI}{L^2} u_0 - \left(\frac{12EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L} \right) \theta_0 = 0 \quad (7)$$

領域L、Rでの地動 X_0 、 Z_0 、基礎からの相対変位 u_0 、 v_0 、 θ_0 の大きさが当然異なる場合が考えられる。そこで、領域Rでは、地動、基礎からの相対変位を以下のように表す。

$$\begin{Bmatrix} X_0 \\ Z_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{0R} \\ z_{0R} \end{Bmatrix} \exp(i\alpha t) \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0R} \\ v_{0R} \\ c_{0R} \end{Bmatrix} \exp(i\alpha t) \quad (9)$$

式(5)、(6)、(7)に式(8)、(9)を代入し、水平方向の加速度振幅を $\alpha_R^H = -\omega^2 x_{0R}$ 、垂直方向の加速度振幅を $\alpha_R^V = -\omega^2 z_{0R}$ とすると、領域Rにおける相対変位は、

$$\{U_0\}_R = \begin{Bmatrix} u_{0R} \\ v_{0R} \\ c_{0R} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -C_R(\omega)a_R^H \\ -\left(\frac{2EA'}{L} + i\omega\left(a_0M + a_1\frac{2EA'}{L}\right) - \omega^2M\right)^{-1} Ma_R^V \\ -\left(\frac{12EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L}\right)^{-1} \frac{6EI'}{L^2} C_R(\omega)a_R^H \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$C_R(\omega) = \left[\frac{12EI'}{L^3} - \left(\frac{6EI'}{L^2}\right)^2 \left(\frac{12EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L}\right)^{-1} - C_R'(\omega) - \omega^2M \right] M \quad (11)$$

$$C_R'(\omega) = (1 + ia_1\omega) \left(\frac{6EI'}{L^2}\right)^2 \left(\frac{12EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L}\right)^{-1} \quad (12)$$

と表すことができる。よって、式(10)、(11)、(12)によって、領域Rから解析領域 Ω に入射してくる入射加速度に対する相対変位振幅が与えられる。領域Lからの入射相対変位 $\{U_0\}_L$ も同様な方法によって表すことができる。

地震動により、領域Rから解析領域 Ω へ作用する力を f_{ER} とする。 f_{ER} は、伝達境界の定式化と同様、領域Rに式(9)のような波動が伝播した時の力と変位の関係式より求まる。よって、 f_{ER} は以下のような式で表すことができる。

$$f_{ER} = \begin{Bmatrix} \bar{f}_R \\ \bar{g}_R \\ \bar{m}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI'}{L^3} & 0 & \frac{6EI'}{L^2} \\ 0 & \frac{EA'}{L} & \frac{12EI}{\ell^2} \\ \frac{6EI'}{L^2} & 0 & \frac{6EI}{\ell} + \frac{4EI'}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0R} \\ v_{0R} \\ c_{0R} \end{Bmatrix} = [D]_R \{U_0\}_R \quad (13)$$

また、地震動により、領域Lから解析領域 Ω へ作用する力 f_{EL} にいおても、同様な手順により求めることができる。次に解析領域において、基礎からの相対変位 $\{\delta\}_\Omega$ 、地動 $\{\delta_0\}_\Omega$ とすると、運動方程式は、以下ようになる。

$$[M]\left(\{\delta\}_\Omega + \{\delta_0\}_\Omega\right) + [C]\{\delta\}_\Omega + [K]\{\delta\}_\Omega = \{Q\}_\Omega \quad (14)$$

式(14)の $[M]$ は質量マトリックスで、 $[C]$ は、減衰マトリックスである。そして、 $[K]$ は剛性マトリックスである。ここで、 $\{\delta_0\}_\Omega = \{U_0\}_\Omega \exp(i\omega t)$ 、 $\{\delta\}_\Omega = \{U\}_\Omega \exp(i\omega t)$ 、 $\{Q\}_\Omega = \{P\}_\Omega \exp(i\omega t)$ とすると、式(14)は、

$$\left([K] + i\omega[C] - \omega^2[M]\right)\{U\}_\Omega = \{P\}_\Omega + \omega^2[M]\{U_0\}_\Omega \quad (15)$$

となり、地盤からの入力加速度を $\{a\}_\Omega$ とすると、式(15)は、

$$\left([K] + i\omega[C] - \omega^2[M]\right)\{U\}_\Omega = \{P\}_\Omega - [M]\{a\}_\Omega \quad (16)$$

となる。

地震動により、領域Rより解析領域に作用するすべての力は、

$$f_R = [R]_R \left(\{U\}_R^R - \{U_0\}_R\right) + [L]_R \{U\}_R^L + f_{ER} \quad (17)$$

となる。同様に領域Lより解析領域に作用するすべての力は、

$$f_L = [L]_L (\{U\}_L^L - \{U_0\}_L) + [R]_L \{U\}_L^R + f_{EL} \quad (18)$$

となる。よって、式(17)、式(18)を式(16)の外力振幅項の加算することより、地盤からの加速度入射を考慮した場合、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \{\bar{K}\}\{U\}_\Omega = & \{P\}_\Omega - \omega^2 [M]\{a_0\}_\Omega + ([L]_L - [R]_L)\{U\}_L^R + ([R]_R - [L]_R)\{U\}_R^L \\ & + ([L]_L - [D]_L)\{U_0\}_L + ([R]_R - [D]_R)\{U_0\}_R \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{ただし、} \{\bar{K}\} = \{[K] + i\omega[C] - \omega^2[M] + [L]_L + [R]_R\}$$

ここで、式(4)の伝達境界式には、境界上の橋脚の剛性も加算されている。よって、式(19)の剛性マトリックス $[K]$ には、境界上の橋脚の剛性は加算されない。

上式において、波動入力を考慮しなければ、

$$\{\bar{K}\}\{U\}_\Omega = \{P\}_\Omega - \omega^2 [M]\{a_0\}_\Omega + ([L]_L - [D]_L)\{U_0\}_L + ([R]_R - [D]_R)\{U_0\}_R \quad (20)$$

と表すことができる。

3. 地震応答解析

3.1 解析方法と入力地震波

提案した伝達境界式の有用性を検討するために、阪水地区の新幹線高架橋を対象に地震応答解析を行った(図-5参照)。また、解析方法としては、新幹線高架橋を曲げを受けるはり要素に置き換えモデル化し、有限要素法を用いた。ただし、図-5において桁と桁との間隔が設けられている箇所が見られるが、1章で述べたように連続したものとし、モデル化を行った。式(20)に示した運動方程式の質量マトリックスは、整合質量マトリックスを使用した。また、この高架橋を弾性体として取り扱った。まず、入力地震波を高速フーリエ変換 FFT [4] を用いて、時間領域から振動数領域へ変換する。そして、式(20)の運動方程式より求めた応答変位を計算し、高速フーリエ逆変換を用いて応答変位を振動数領域から時間領域に戻した。

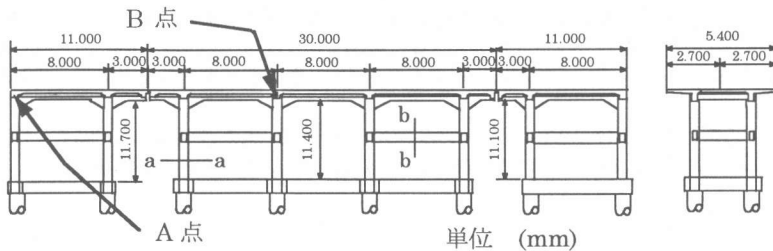


図-5 阪水新幹線高架橋一般図及び横断面図

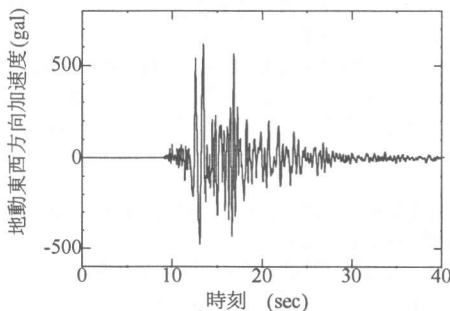


図-6 地震水平加速度

また、今回用いる入力地震波としては、図-6に示すように阪神大震災時に神戸海洋気象台が観測した東西方向の加速度である。この加速度の最大値は、東西方向に617galである。

また、今回の解析においては、解析領域の減衰は、レーリー減衰を用い、減衰定数 $h=5\%$ とした。また、領域L、Rの減衰においてもレーリー減衰を使い、減衰定数 $h=5\%$ とした。また、領域Lにおいては、図-5に示した新幹線高架橋の左端の部分、基礎から桁の下部までの長さ11,700(mm)、つまり、 $L=12,650(mm)$ で、桁の長さ $l=8,000(mm)$ の構造物が半無限長に連なるとし、領域Rにおいては、

図-5に示した新幹線高架橋の右端の部分、基礎から桁の下部までの長さ11,100(mm)つまり $L = 12,050(mm)$ 、桁の長さ $l = 8,000(mm)$ の構造物が半無限長に連なるとした。そして、橋脚、桁部分の曲げ剛性、伸び剛性においては解析領域と同じ値を使用した。

3.2 解析結果

図-5に示した新幹線高架橋の仮想境界上の節点AとUNIT中央部の節点Bに応答変位を伝達境界を設けない場合と伝達境界を設けた場合を、それぞれ図-7、図-8、図-9、図-10に示す。

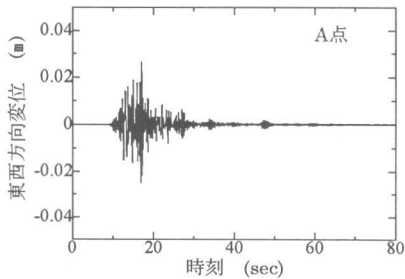


図-7 伝達境界を設けない場合

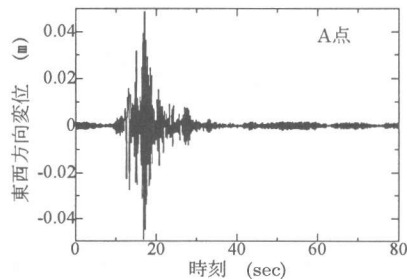


図-8 伝達境界を設けた場合

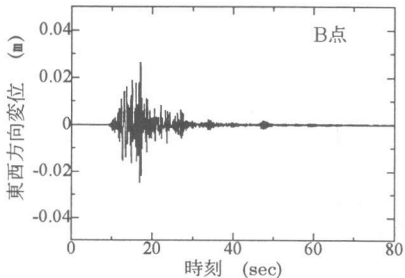


図-9 伝達境界を設けない場合

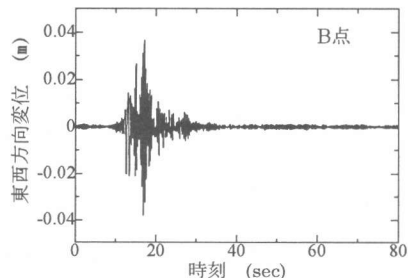


図-10 伝達境界を設けた場合

伝達境界を設けない場合は、仮想境界上の節点A、及びUNIT中央部の節点Bでの最大変位振幅が約3.0cmに対して、伝達境界を設けた場合の節点Aの最大変位振幅が約5.0cmと1.7倍になっている。また、伝達境界を設けた場合での節点Bの最大変位振幅は約4.0cmとなっている。伝達境界を設けることによって領域L、Rからの解析領域に作用する力を考慮したことにより最大変位振幅が大きくなったと考えられる。

伝達境界を設けない場合のA点、B点の変位の波形の形状、大きさがほとんど同じなのに対して、伝達境界を設けた場合のA点、B点では波形の形状はほぼ等しいが、大きさが異なる。

4 まとめ

地震動による加速度入射を考慮した構造物の伝達境界式を定式化することができた。

(1) 実構造物を単純モデル化し、地震応答解析を行った。そして、伝達境界を設けた方の最大応答変位が設けない場合の最大応答変位より、領域L、Rからの作用力を考慮したぶん大きくなった。

(2) 今回の解析では、領域L、R、解析領域で、同じ入力加速度を使用した。各領域で入力加速度が当然異なる場合が考えられる。今後、この場合についても解析する必要がある。また、半無限長の構造物の減衰、及び領域L、Rからの入力波動について、十分検討を行っていないので、今後この点について検討する必要がある。

[1] Lysmer j. and Wass G. : SHEAR WAVE IN PLANE INFINITE STRUCTURES, Journal of the ENGINEERING MECHANICS DIVISION, p85-105, February

[2] 久保田 大助: 地盤を考慮したコンクリート橋脚の地震応答解析、名古屋大学修士論文、1984

[3] 清水 信行: 薄層要素による地中深く埋め込められた原子炉建物の地震応答解析、第4回日本地震工学シンポジウム、p297-304、1975

[4] 大崎 順彦: 新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版