

# 論文 間隙水圧を考慮したコンクリートの破壊エネルギーに関する研究

谷口幸弘<sup>\*1</sup>・小池晃<sup>\*2</sup>・大下英吉<sup>\*3</sup>・田辺忠顕<sup>\*4</sup>

**要旨：**間隙水圧を考慮した破壊エネルギーに基づく変形能に関する解析理論の構築を行った。そして、構築した解析理論によりコンクリート供試体内部の含水率分布をパラメータとし、破壊エネルギーに及ぼす間隙水圧の定量的評価を行った。含水率の大きい供試体では、コンクリート応力に対し無視できない程の間隙水圧が発生し、破壊エネルギーに大きな影響を及ぼすことが解析的に評価された。すなわち、含水率が比較的大きなコンクリートに対しては、破壊エネルギーを従来の全応力～ひび割れ幅関係ではなく有効応力～ひび割れ幅で定義されなければならないものと考えられる。

**キーワード：**破壊エネルギー、間隙水圧、有効応力、有限要素法

## 1. はじめに

近年、有限要素法による構造物のひび割れ幅やひび割れ伝播シミュレーションを行う際、寸法効果の影響がないという利点から、破壊力学に基づいた解析が主要な解析手法として実用化されつつある。一般に、ひびわれ幅やひびわれ伝播の指標となる破壊エネルギーは、載荷応力、すなわち全応力とひびわれ幅の関係で表されている。しかしながら、地中あるいは海洋構造物のようにコンクリートの内部空隙に多くの水分を含む構造物においては、外力の作用によりコンクリート応力に対して無視できない程の間隙水圧が発生し、コンクリート応力に非常に大きな影響を及ぼすことが実験的および解析的に明らかとなっている[1][2]。すなわち、このような内部空隙に比較的多くの水分を含むコンクリートの破壊エネルギーは、間隙水圧を考慮した形で表現されなければならない、全応力とひびわれ幅の関係ではなく、コンクリート骨格に作用する有効応力とひびわれ幅の関係で定義されなければならないものと考えられる。

そこで本研究では、大下ら[3]によって提案されている多孔質材料としてのコンクリートの透水および変形特性に関する解析理論を拡張させ、破壊エネルギー基準を導入した解析理論の構築を行った。そして、間隙水圧を考慮した有効応力とひびわれ幅により定義される破壊エネルギーを解析的に評価するとともに、従来の全応力とひびわれ幅で定義されている破壊エネルギーとの比較を行い、従来の破壊エネルギーの問題点を指摘した。

## 2. 破壊エネルギーに基づく解析理論

一般に、コンクリートは骨材とセメントペーストおよびそれらの空隙には部分的に水で満たされた弾塑性多孔質不飽和透水性材料であり、このような材料に外力が作用すると、固体相には有効応力、液体および気体相には間隙圧が発生することになる。このような現象を解析により詳細に評価するためには、力の釣り合いと間隙水の質量保存則を満足したものでなくてはならない。本研究では、骨材は完全等方弾性体、セメントペーストは弾塑性体と仮定し、セメントペーストの降伏関数は損傷パラメータ  $\mu$  および破壊エネルギー  $G_f$  の関数とし、要素寸法には依存しない

<sup>\*1</sup>オリエンタル建設 工務部、工修（正会員）

<sup>\*2</sup>扶桑計測（正会員）

<sup>\*3</sup>防衛大学校講師 土木工学科、工博（正会員）

<sup>\*4</sup>名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博（正会員）

客観性のある結果を得るための解析理論の構築を行った.

## 2. 1 破壊エネルギー

一般に破壊エネルギー  $G_f$  は、単位投影面積当たりのひび割れの形成に必要なエネルギーで定義され、単位体積あたりのひずみエネルギー  $W_f$  により、次式のように表すことができる.

$$G_f = w_c W_f \quad (1)$$

ここで、 $w_c$  はクラックバンド幅である.

一般に、破壊エネルギー  $G_f$  は、コンクリート応力により表されているが、本研究では間隙水圧の影響を考慮したコンクリート応力である有効応力  $\sigma'$  により次式で表すこととする.

$$dG(\mu) = w_c \{ \sigma' \}^T d\{ \varepsilon^p \} = w_c \sigma_e d\varepsilon_p \quad (2)$$

ここで、 $\mu$  は損傷パラメータであり、次式で表される.

$$\mu = \frac{\sigma_e d\varepsilon_p}{f_t \varepsilon_0} = \frac{dG(\mu)}{w_c f_t \varepsilon_0}$$

$f_t$  : 引張強度     $\varepsilon_0 = f_t/E$

## 2. 2 破壊進行領域におけるひずみ

コンクリートの破壊進行領域における有効ひずみ増分は、図-1 に示す分布ひび割れモデルに対して次式のように表される.

$$d\varepsilon'_t = d\varepsilon_u^e + \frac{w_c}{l_0} d\varepsilon_c^p = d\varepsilon_u^e + \beta d\varepsilon_c^p \quad (4)$$

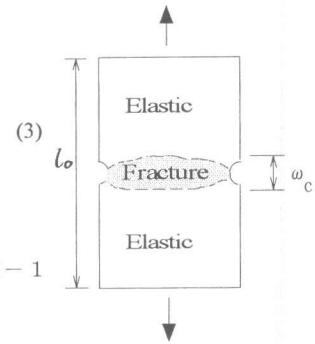


図-1 分布ひび割れ  
モデル

ここで、 $d\varepsilon_u^e$ 、 $d\varepsilon_c^p$  はそれぞれ弾性ひずみ、塑性ひずみ増分であり、 $l_0$  はコンクリートの要素寸法である。また、 $\beta$  はコンクリートの要素寸法  $l_0$  と破壊進行領域の幅  $w_c$  の比である。

## 2. 3 コンクリートの弾塑性マトリックス

本研究では、コンクリートを骨材とセメントペーストから成る2相材料として捉え、骨材は等方完全弾性体、セメントペーストは弾塑性体と仮定してモデル化を行っている。

### (1) セメントペーストの弾塑性マトリックス

セメントペーストの降伏関数  $f$  は、次式に示すように有効応力場および破壊エネルギーの関数として表される。

$$f = f(\{ \sigma' \}, G(\mu)) = 0 \quad f < 0 : \text{弾性状態} \quad f \geq 0 : \text{塑性状態} \quad (5)$$

本研究では Wu ら[4]によって提案された塑性モデルに破壊エネルギーを導入することにより弾塑性マトリックスを次式のように改良して用いた。

$$\begin{bmatrix} D_C^{ep} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_C^e \end{bmatrix} - \frac{\left[ D_C^e \right] \left[ \beta \right] \left\{ \frac{\partial}{\partial \{ \sigma' \}} \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial \{ \sigma' \}} \right\}^T \left[ D_C^e \right]}{\left\{ \frac{\partial}{\partial \{ \sigma' \}} \right\}^T \left[ D_C^e \right] \left[ \beta \right] \left\{ \frac{\partial}{\partial \{ \sigma' \}} \right\} - w_c \frac{\partial}{\partial G(\mu)} \{ \sigma' \}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial \{ \sigma' \}} \right\}} \quad (6)$$

## (2) 多孔質材料のとしてのコンクリートの弾塑性マトリックス[2][3]

本研究では、コンクリートの有効ひずみ増分を次式に示すように骨材とセメントペーストの有効ひずみ増分の和で定義する。

$$d\{\varepsilon'\} = \frac{V_A}{V} d\{\varepsilon'_A\} + \frac{V_C}{V} d\{\varepsilon'_C\} \quad (7)$$

ここで、 $d\{\varepsilon'\}$ ,  $d\{\varepsilon'_A\}$ ,  $d\{\varepsilon'_C\}$ はそれぞれコンクリート、骨材およびセメントペーストの有効ひずみ増分であり、 $V$ ,  $V_A$ ,  $V_C$ はそれぞれコンクリート、骨材およびセメントペーストの体積である。式(7)および骨材とセメントペーストに作用する応力は等しいと仮定すると、コンクリートの弾塑性マトリックスは次式となる。

$$\left[D_S^{ep}\right] = \left[ \frac{V_A}{V} \left[D_A^e\right]^{-1} + \frac{V_C}{V} \left[D_C^{ep}\right]^{-1} \right]^{-1} \quad (8)$$

## 2. 4 多孔質材料の変形特性に関する支配方程式[2][3]

### (1) 力の釣合式

多孔質材料内の全応力 $\{\sigma\}$ , 有効応力 $\{\sigma'\}$ および間隙水圧 $p$ は、応力については引張、間隙水圧については圧縮を正と定義することにより次式が成り立つ。

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{m\} p \quad (9)$$

ここで、 $\{m\}$ はクロネッカーの記号である。

そして、(9)式を仮想仕事の原理に適用し有限要素により離散化することにより、次式に示す微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} K_T \frac{d\{u\}}{dt} - L \frac{d\{p\}}{dt} - A \frac{d\{T\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} &= 0 \\ K_T = \int_{\Omega} (1-\xi) B^T D_S^{ep} B d\Omega, \quad L = \int_{\Omega} \xi B^T \{m\} N d\Omega \\ A = \int_{\Omega} (1-\xi) B^T D_S^{ep} \{m\} \alpha N d\Omega, \quad f = \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \{t\} d\Gamma \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\{\bar{u}\}$ ,  $\{\bar{p}\}$ は、それぞれ節点変位ベクトルおよび節点間隙水圧であり、 $\{\bar{T}\}$ ,  $\{f\}$ ,  $dt$ は、それぞれ節点温度、外力および時間増分である。

### (2) 間隙水の質量保存則

要素内の間隙水の流れが Darcy の法則に従うと仮定すると、流速 $\{v\}$ は次式で表される。

$$\{v\} = -k \nabla h = -k \nabla (z + p/\gamma) \quad (11)$$

ここで、 $k$ は透水係数、 $\gamma$ は水の単位体積重量であり、位置水頭 $z$ は鉛直上向きを正とする座標である。間隙水の質量保存則は、単位時間当たりにコントロールボリューム内に蓄積される流量 $\Delta Q$ が流入量 $Q_{in}$ と流出量 $Q_{out}$ との差に等しいものであり次式で表される。

$$\Delta Q = Q_{out} - Q_{in} = -\nabla^T \{v\} \quad (12)$$

ここで、(12)式の蓄積量  $\Delta Q$  は次に示す要因により構成される。

- (a)全ひずみの変化、(b)間隙水圧の変化に起因する粒子体積の変化、(c)液体相の体積変化、(d)液体相の温度変化に起因する体積変化、(e)水和による液体相の質量減少、(f)有効応力の変化  
これらの各要因を用いて、間隙水の質量保存則に対する有限要素の離散化を行うと次式となる。

$$\begin{aligned} -H\{p\} - L^T \frac{d\{u\}}{dt} - S \frac{d\{p\}}{dt} - W \frac{d\{T\}}{dt} - \frac{d\{g_p\}}{dt} + \{f_p\} &= 0 \\ H = \int_{\Omega} (\nabla N)^T k' \nabla N d\Omega, \quad L^T = \int_{\Omega} \xi N^T \{m\}^T B d\Omega, \quad S = \int_{\Omega} N^T \frac{\xi}{k_f} N d\Omega \\ W = \int_{\Omega} N^T \{(3(1-\xi)\alpha - 3\xi\mu\} N d\Omega, \quad g_p = \int_{\Omega} N^T \frac{\eta\gamma_p}{\rho_w} C_H d\Omega \\ f_p = \int_{\Omega} N^T q d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla N)^T \frac{k}{\gamma} \nabla \gamma d\Omega + \int_{\Gamma} N^T (\{v\}^T \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

### (3) 支配方程式

多孔質材料の変形特性に関する支配方程式は、力の釣合式と間隙水の質量保存則と連成させることにより、次式のようなマトリックスで表される。

$$\begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & -[H] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{p\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L]^T & -[S] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\{u\}}{dt} \\ \frac{d\{p\}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\{f\}}{dt} + A \frac{d\{T\}}{dt} \\ W \frac{d\{T\}}{dt} - \{f_p\} + \frac{d\{g_p\}}{dt} \end{bmatrix} \quad (14)$$

そして、(14)式に後退差分法を適用することにより支配方程式は次式に示す増分形で表され、境界条件および初期条件を代入し節点変位および節点間隙水圧を未知数とした連立方程式を解くことにより、コンクリートのみならずあらゆる多孔質材料の変形特性が求まることになる。

$$\begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L]^T & -[S] - \Delta[H] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Delta u_n\} \\ \{\Delta p_n\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\Delta f_n\} + [A]\{\Delta T_n\} \\ -\Delta\{f_p\}_n + W\{\Delta T_n\} + \{\Delta g_p\} + \Delta[H]\{p_{n-1}\} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、 $\Delta$  はステップ間における各増分ベクトルを表している。

### 3. 解析モデル

解析の対象としたモデルは、図-2に示すように  $15cm \times 15cm \times 30cm$  の形状寸法をした角柱供試体の  $1/8$  モデルとし、これを 8 要素に分割したものである。解析は一軸引張状態、排水状態で実施した。また、解析に用いた諸パラメータは表-1に示す通りである。

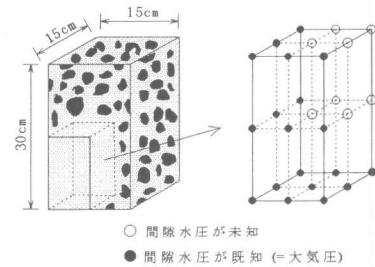


図-2 コンクリートのモデル化

表-1 解析に用いた材料定数

引張強度 (MPa)	弾性係数 (GPa)	ボアソン比	空隙率	内部摩擦角(°)		初期 粘着力 (MPa)	透水係数 (cm/sec)	水の体積弾性係数 (GPa)	
				初期	最終			含水率 大	含水率 小
2.5	30.2	0.2	0.15	30.0	35.0	2.2	$2 \times 10^{-11}$	2.2	0.022

なお、解析における含水率の影響評価は、不飽和或いは完全不飽和コンクリートの空隙には空気などの気体が多く含まれ、空隙内の体積弾性係数は水に比べ無視できるほど小さいため、本解析では水の体積弾性係数を変化させることにより実施した。

#### 4. 破壊エネルギーに及ぼす間隙水圧の影響

##### 4. 1 コンクリート応力に及ぼす間隙水圧の影響

図-3、図-4はそれぞれコンクリート供試体の含水率が小さいケースと大きいケースにおけるコンクリート応力に関する解析結果であり、各図中の実線は全応力～軸ひずみ関係、破線は有効応力～軸ひずみ関係を表している。また、図-5は各ケースにおける間隙水圧～軸ひずみの関係を表している。

コンクリート中の発生する間隙水圧は、図-5に示すように含水率が小さいケースについては殆ど発生していないため、図-3に示す全応力と有効応力に差異がない。一方、含水率が大きいケースについては、図-4に示す全応力に対して無視できない程の間隙水圧が発生しており、全応力と有効応力に大きな差異が生じている。すなわち、含水率が比較的大きなコンクリート供試体においては、無視できない程の間隙水圧が発生し、コンクリートの破壊に大きな影響を及ぼすことが考えられる。

##### 4. 2 破壊エネルギーに及ぼす間隙水圧の影響

図-6、図-7は、それぞれコンクリート供試体の含水率が小さいケースと大きいケースにおける破壊エネルギーに関する解析結果であり、図中の実線は全応力～ひび割れ幅、破線は有効応力～ひび割れ幅関係を表している。図-6に示す含水率が小さいケースでは、間隙水圧が殆ど発生しないことから全応力および有効応力とひび割れ幅の関係には差異がない。一方、図-7に示す含水率が大きいケースでは、間隙水圧の影響により差異が生じている。図-5に示したように、一軸引張状態において発生する間隙水圧は負の圧力（引張）となり、有効応力は全応力より間隙水圧の値だけ小さくなる。一般に、コンクリートのような多孔質材料の強度特性は、コンクリート骨格に生じる有効応力により評価されるため、破壊現象の定義も全応力ではなく有効応力により評価されなければならないであろう。特に、含水率が比較的大きなコンクリートの破壊エネルギーを定義する際、間隙水圧の影響を考慮した

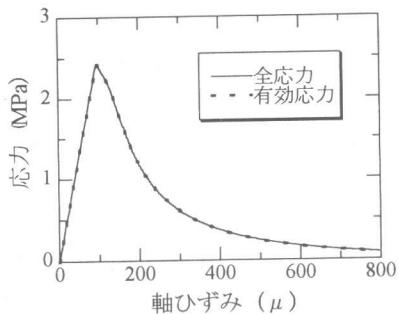


図-3 応力特性（含水率：小）

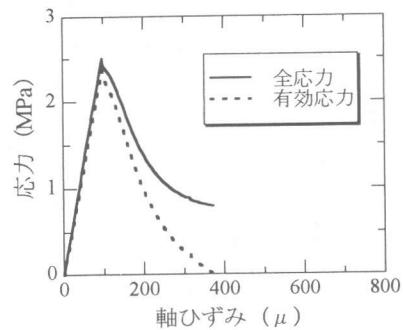


図-4 応力特性（含水率：大）

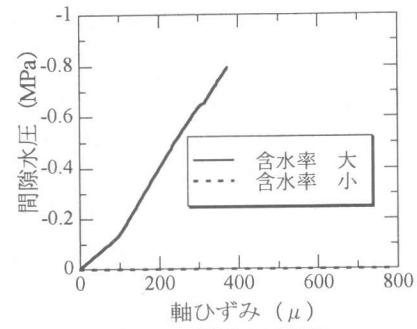


図-5 間隙水圧特性

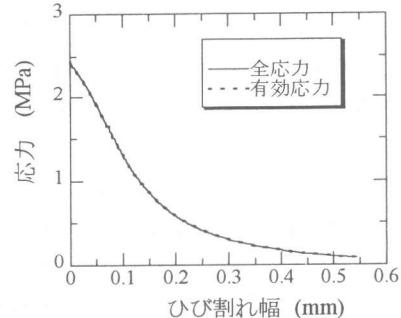


図-6 応力～ひび割れ幅  
(含水率：小)

有効応力とひび割れ幅の関係により表すことが重要であるものと考えられる。このことは、図-8に示す含水率の違いによる有効応力とひび割れ幅関係からも明らかであるように、コンクリートの破壊エネルギーは含水率の増加とともに小さくなることが再確認される。勿論、含水率が比較的小さいコンクリートにおいては、間隙水圧が殆ど発生しないことから、従来の全応力により評価可能であると考えられる。

このような含水によるコンクリートの強度低下[5]は、吸水により固体の表面エネルギーが低下することによるものであると言われており、本解析結果はこのような現象にも対応している。しかしながら、コンクリートは固体単体ではなく内部に多くの空隙或いは水隙を含んでいたため、詳細に強度低下を表すには上述に示す間隙水圧特性の考慮が必要であろう。

## 5. まとめ

本研究では、間隙水圧を考慮した破壊エネルギーに基づく変形能に関する解析理論の構築を行ない、コンクリート応力および破壊エネルギーに及ぼす間隙水圧の影響に関する解析的評価を行った。本研究で得られた結果を以下に示す。

- (1) 含水率の大きいコンクリートに対しては、コンクリート応力に対して無視できない程の間隙水圧が発生する。
- (2) コンクリートの破壊エネルギーは、含水率が比較的大きなコンクリートに対しては、従来の全応力～ひび割れ幅関係ではなく、有効応力～ひび割れ幅関係により評価すべきであると考えられる。
- (3) コンクリートの破壊エネルギーを有効応力で定義すると、含水率の増加とともに間隙水圧の影響により破壊エネルギーは小さくなる。

## 【参考文献】

- 1) 谷口幸弘・大下英吉・田辺忠顯：若材令コンクリートの強度に及ぼす間隙水圧に関する基礎的研究、コンクリート工学年次論文集、Vol. 16, No. 1, pp645-650, 1994
- 2) 大下英吉・谷口幸弘・田辺忠顯：初期応力を考慮した若材齢コンクリートの水分移動特性に関する解析的研究、コンクリート工学年次論文集、Vol. 16, No. 1, pp639-644, 1994
- 3) H. Oshita, D. Lokuliyana and T. Tanabe : Analytical Study on Deformation of Elast-Plastic Porous Material affected by Pore water Pressure : Transaction of the Japan Concrete Institute, Vol.14,pp.147-154,1992
- 4) Wu. Z.S. and Tanabe, T. : A HardeningSoftening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading : Journal of Structural Engineering, Architectural Institute of Japan, Vol.36B, pp.153-162,1990
- 5) 岡島達雄：コンクリートの力学的性質と水分、セメント・コンクリート、No.464, pp.18-26, 1985

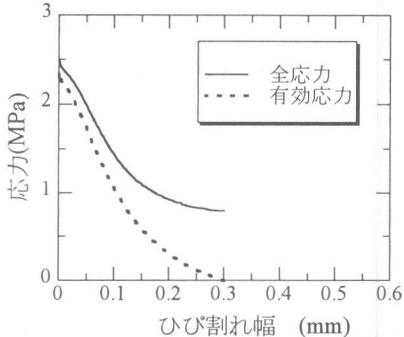


図-7 応力～ひび割れ幅関係  
(含水率：大)

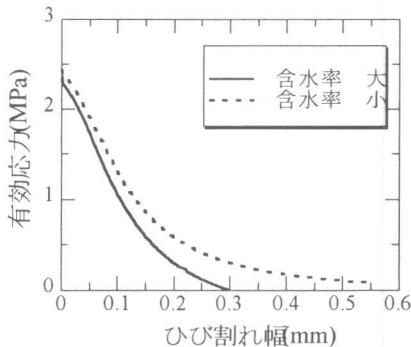


図-8 含水率の違いによる破壊エネルギー