

# 論文 二次元場におけるマスコンクリートの熱特性値の逆解析

高橋真一<sup>1</sup>・川原場博美<sup>2</sup>・遠藤孝夫<sup>3</sup>

**要旨：**マスコンクリートの温度ひび割れを的確に制御するためには事前の温度解析を精度良く行う必要がある。温度解析で与える熱特性値は、たとえそれらが室内実験等により得られたものでも、その数値は現場の種々の条件により微妙に変化するため、事前の予測値が現場で実測された温度測定値と完全に一致することは極めて稀なことと言える。そこで本論文では、現場に打設されるコンクリートの温度計測結果をもとに、コンクリートの熱特性値をGauss-Newton法による逆解析する場合を検討し、本手法が二次元場のコンクリートの熱特性値推定に適用可能であるか検討した。

**キーワード：**マスコンクリート、逆解析、Gauss-Newton法、温度解析

## 1. はじめに

ダムをはじめとする大型のコンクリート構造物の建設においては、初期欠陥のひとつである温度ひび割れをもたらす温度応力を定量的に評価し設計する必要がある。その第一段階として、コンクリート躯体中の温度変化を精度よく求めることが重要である。コンクリートの温度解析をおこなう場合、解析に必要な熱特性値は、事前に室内実験により求めておくか、あるいは示方書<sup>1)</sup>の値を参考にして与えることが考えられる。しかしながら、これらの物性値はコンクリートの硬化過程で一定ではなく施工現場の種々の条件により変化するし、数値解析上の誤差も考えられるため、実際のコンクリート躯体の測定温度が、事前の予測値と完全に一致することはほとんどない。そこで、それらの物性値を試験施工をした場合などの現場測定データから効率よく推定することができれば、本施工においてより精度の高い温度解析が可能になると思われる。

このように、結果（測定データ）から原因（物性値）を推定する逆解析手法にはいくつかあるが、ここでは非線形最小二乗法の一つであるGauss-Newton法を用いた。

この手法については、既に松井ら<sup>2)3)</sup>が一次元温度解析の熱特性値推定問題に適用し、観測値を用いた場合にも熱特性パラメータの推定に有効であることを確認しているが二次元場の適用性については不明な点が多い。そこで、本研究ではこの手法を用い二次元場における適用性について検討することとした。

## 2. 解析理論

### 2.1 熱伝導解析

セメントの水和熱に起因するコンクリート中の熱の移動は、コンクリート内部の熱伝導とコンクリートと大気との熱伝達により決定される。ここでは、二次元場において図-1のような岩盤上にマスコンクリートが打設される場合を考える。

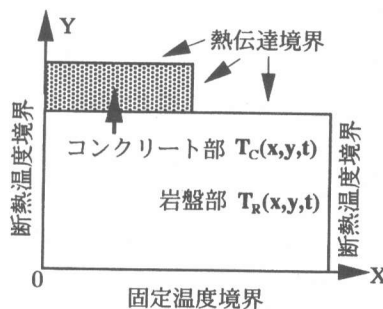


図-1 二次元モデル

\*1 東北学院大学大学院 工学研究科 土木工学専攻（正会員）（現 株式会社日本空港コンサルタンツ）

\*2 （株）電力計算センター我孫子事業部（正会員）

\*3 東北学院大学教授 工学部土木工学科 工博（正会員）

コンクリートと岩盤の熱特性値が温度の影響を受けないと仮定するならば、コンクリート内部の熱に関する支配方程式は、式(1)となる。

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = h_c^2 \left( \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} \right) + \frac{Q(t)}{dt} \quad (1)$$

$$h_c^2 = \lambda_c / \rho_c C_c \quad (2)$$

ここで、 $T_c$  : コンクリートの温度  
 $\lambda_c$  : コンクリートの熱伝導率  
 $\rho_c$  : コンクリートの密度  
 $C_c$  : コンクリートの比熱  
 $Q(t)$  : 任意時間  $t$  におけるコンクリートの断熱温度上昇

また、岩盤部においては、内部では発熱しないので、次式のように書くことができる。

$$\frac{\partial T_R}{\partial t} = h_R^2 \left( \frac{\partial^2 T_R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_R}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$h_R^2 = \lambda_R / \rho_R C_R \quad (4)$$

ここで、 $T_R$  : 岩盤の温度  
 $\lambda_R$  : 岩盤の熱伝導率  
 $\rho_R$  : 岩盤の密度  
 $C_R$  : 岩盤の比熱

これらの式を解くには、初期条件と境界条件が必要になる。初期条件はコンクリート打設時の打設温度  $T_{C0}$  とそのときの岩盤の温度  $T_{R0}$  であり、

$$T_c(x, y, 0) = T_{C0} \quad (5)$$

$$T_R(x, y, 0) = T_{R0} \quad (6)$$

また、岩盤最下部ではコンクリートの発熱の影響を受けないと仮定し固定温度境界としていることから、次式となる。

$$T_R(x, 0, t) = T_{R0} \quad (7)$$

マスコンクリートが外気と接する部分では熱流速として次式が成り立つ、

$$\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = -\alpha_c (T_c - T_A) \quad (8)$$

$\alpha_c$  : コンクリート躯体から空気への熱伝達率  
 $T_A$  : 外気温

これらを離散化しFEM温度解析をおこなう。

## 2.2 逆解析手法の概要

ここでは、非線形最小二乗法の一つである Gauss-Newton法を採用し、誤差関数  $f$  を次のよ

うに定義する。

$$f = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) \}^2 dt \quad (9)$$

ここで、 $i$  : 逆解析の測定点数  
 $t_0, t_1$  : 逆解析を行う時間の下限と上限  
 $u_i(t)$  : 時刻  $t$  における  $i$  点の測定温度  
 $T_i(\tilde{X}, t)$  : 時刻  $t$  における  $i$  点の解析温度  
 $\tilde{X} = \{ X_1, X_2, \dots, X_m \}$  : 未知パラメータ

未知パラメータを推定するには、測定温度に解析温度が一致するように未知パラメータを与え温度解析をおこなえばよい。したがって、誤差関数  $f$  を最小とするような未知パラメータ  $\tilde{X}$  を繰り返し計算により求める。

いま、 $T_i$  を  $\tilde{X}$  について一次のオーダーまで Taylor展開で近似する。

$$T_i(\tilde{X} + \Delta \tilde{X}, t) = T_i(\tilde{X}, t) + \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \quad (10)$$

式(8)の  $T_i(\tilde{X}, t)$  を式(9)の右辺でおきかえ、式(8)と区別するために  $\hat{f}$  とおけば次式を得る。

$$\hat{f} = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) - \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \right\}^2 dt \quad (11)$$

そこで、誤差関数  $\hat{f}$  を最小とするような  $\Delta X_j$  を求める必要条件  $\frac{\partial \hat{f}}{\partial X_k} = 0$  を満たす式は、

$$\sum_{j=1}^m \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \right\} \Delta X_j = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) \}^2 \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \quad (12)$$

(k=1, ..., m)

式(11)は  $\Delta X_j$  に関する連立方程式となる。ここで式(11)内の微分計算については

$$\frac{\partial T_i}{\partial X_j} = \left| \frac{T_i(X_1, \dots, X_j + \Delta X_j, \dots, X_m, t) - T_i(X_1, \dots, X_j, \dots, X_m, t)}{\Delta X_j} \right| \quad (j=1, \dots, m) \quad (13)$$

であり、数値微分を用いて解いている。

## 3. 解析手法

### 3.1 解析条件

本研究の逆解析では、あらかじめ仮定した熱特性値の基準値を用いて行った非定常温度解析の結果を測定温度の代わりに用いている。

表-1 熱特性値

物性値	温度測定値作成用		逆解析用初期値	
	コンクリート	岩盤	コンクリート	岩盤
熱伝導率 [kcal/cm hr °C]	0.023	0.0194	未知	0.0194
比熱 [kcal/kg °C]	0.31	0.25	0.31	0.25
密度 [kg/cm <sup>3</sup> ]	0.0023	0.0026	0.0023	0.0026
熱伝達率 [kcal/cm <sup>2</sup> hr °C]	0.0012	0.0012	未知	0.0012
初期温度 [°C]	20.0	予備解析	20.0	予備解析
固定温度 [°C]		15.0		15.0
外気温 [°C]	20.0		20.0	
終局断熱温度上昇量 [°C] Q <sub>∞</sub>	34.0		未知	
断熱温度上昇係数 γ	0.654		未知	

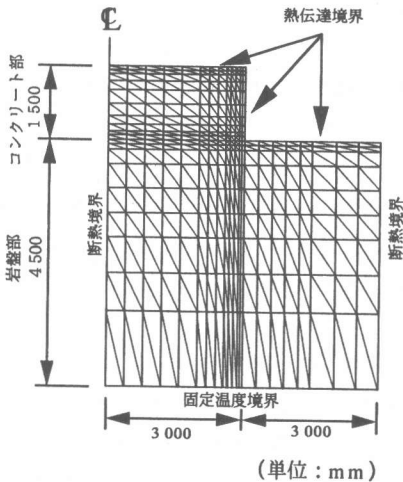


図-2 想定構造物

逆解析中の計算値  $T_i(\bar{X}_j, t)$  を求める計算では、岩盤を含めた2次元モデルを考え2次元FEM温度解析を行っている。

解析対象とした構造のメッシュ分割図を図-2に示す。想定した構造物は、高さ1.5m、幅6.0mのスラブ状マスコンクリートであり岩盤上に打設するものとした。左右対称な形状であるため右半分を考えモデル化した。

(1)境界条件

熱的な境界条件を、図-2に示す。岩盤底面では温度が常に一定であると考えられることから固定温度境界とし、岩盤の両側面では熱の出入りはないと考えられることから断熱境界とした。また、岩盤表面とコンクリート表面は、外気温との熱伝達境界とした。

(2)岩盤初期温度

岩盤を含めたコンクリートの温度解析をおこなう場合は、岩盤上にコンクリートが打設される前に岩盤内の温度分布をあらかじめ求めてお

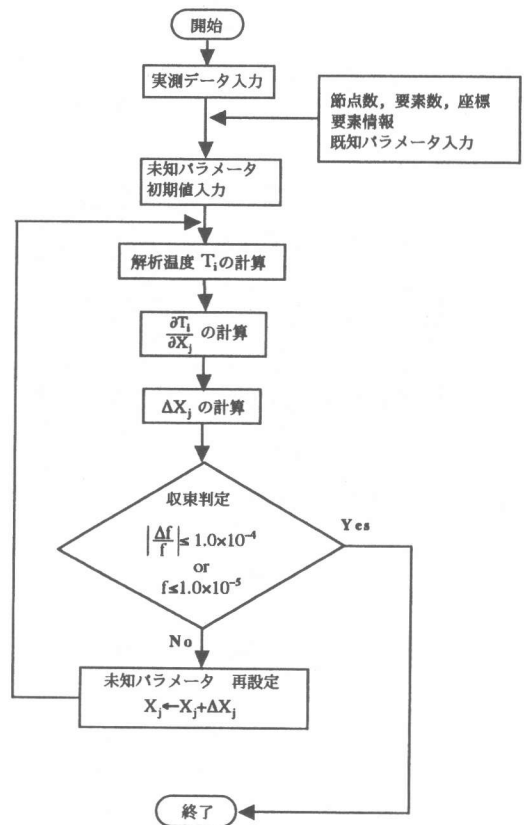


図-3 逆解析フローチャート

く必要がある。そこで岩盤全体に15.0°Cを分布させ、岩盤表面を熱伝達境界とし、外気温を20.0°C一定とし90日間非定常熱伝導解析をおこなって求めた結果を岩盤の初期温度とした。

3.2 逆解析の解析手法

2.2で述べたGauss-Newton法を用いてコンクリートの熱特性値の逆解析を行う。

逆解析をおこなうパラメータについては、パ

ラメータの数なるべく少ない方が解が得られやすいと考えられるし、それぞれのパラメータが観測される物理量に対して独立している必要があるため、パラメータの選定には注意を要する。コンクリートの熱伝導率 $\lambda_c$ 、密度 $\rho_c$ 、比熱 $C_c$ 、熱拡散率 $h$ の間には $h^2 = \lambda_c / \rho_c C_c$ なる関係があり、一般に、 $\rho_c$ が小さくなると $C_c$ は大きくなるので、 $\rho_c$ と $C_c$ との積は近似的に一定と考えることができるため、 $\rho_c$ と $C_c$ をパラメータからはずして逆解析で推定するパラメータを次の4つとした。すなわち、コンクリートと大気との熱伝達率 $\alpha_c$ 、コンクリートの熱伝導率 $\lambda_c$ 、コンクリートの終局断熱温度上昇量 $Q_{\infty}$ 、断熱温度上昇

速度 $\gamma$ である。これらのパラメータを $\vec{X}$ とおくと、

$$\vec{X} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}^T$$

それぞれの要素は、4つの熱特性値に対応している。ここでは、マスコンクリートの温度解析に必要な物性値が表-1のように与えられているものとし、これらの値による温度解析結果を実測値の代わりに用いるものとした。そこで、前出の4つのパラメータ( $\alpha_c, \lambda_c, Q_{\infty}, \gamma$ )を未知としてこれらを推定する。外気温は $20.0^\circ\text{C}$ 一定とした。

### 3.3 初期値と温度測定点の数や位置の影響

逆解析をおこなう場合、収束性はその逆問題自体が適切であるかどうかということのみならず、初期値の選択の仕方や測定点数や位置の取り方の影響を受ける。そこで、次のような手順で初期値が逆解析の収束性に及ぼす影響を検討した。

#### (1) 初期値の設定方法

初期値については、4つの未知パラメータ(コンクリートと大気との熱伝達率 $\alpha_c$ 、コンクリートの熱伝導率 $\lambda_c$ 、コンクリートの終局断熱温度上昇量 $Q_{\infty}$ 、断熱温度上昇速度 $\gamma$ )についてそれぞれ表-1の値を基準値として50%、100%、200%の3通りに変化させそれらの全ての組み合わせを考えた。この基準値に対する50%と200%の値は、現実としてはかなり広い範囲をカバー

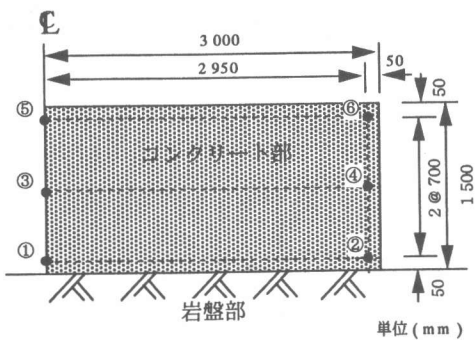


図-4 測点配置図

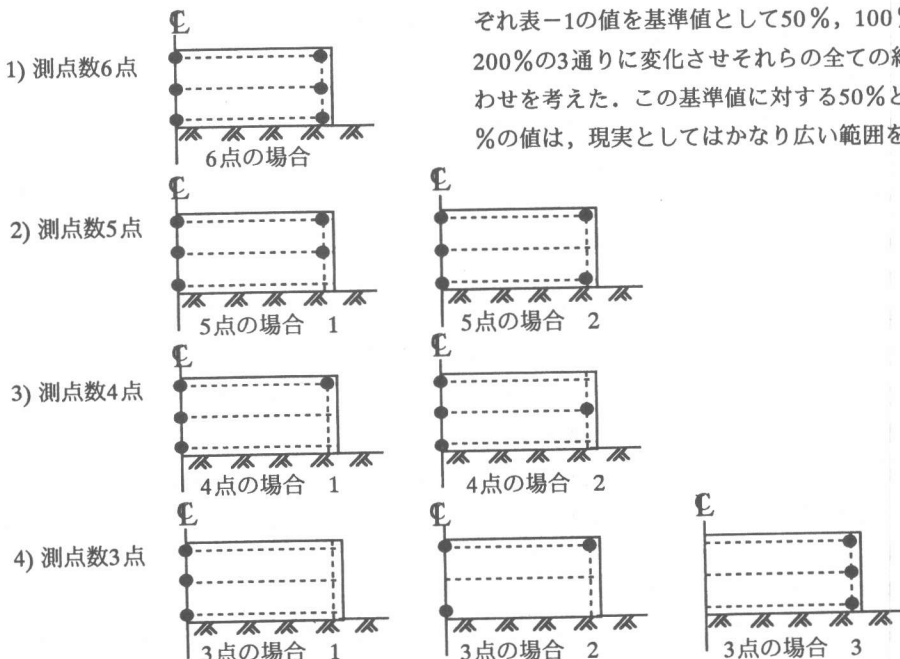


図-5 測点配置ケース

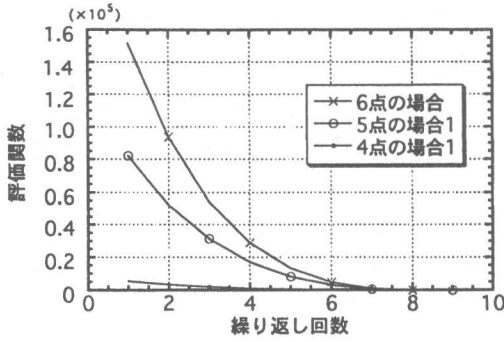


図-6.1 評価関数の収束状況

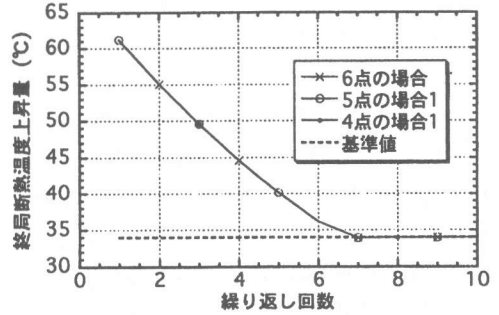


図-6.2 終局断熱温度上昇量の収束状況

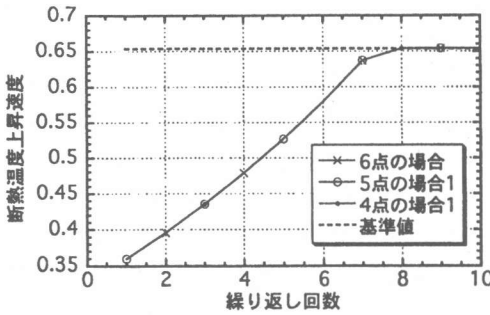


図-6.3 断熱温度上昇速度

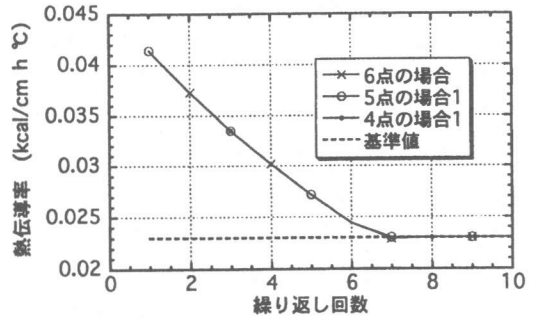


図-6.4 熱伝導率の収束状況

していると考えられる。したがって初期値については81通りの組み合わせとなる。

(2)測定点の配置

測定点の配置を図-4に示す。測定点の配置のパターンは図-5に示すように6点すべて用いた場合からセンサーを節約することを考えた3点の場合まで8通りの組み合わせを考えた。

これらの条件で逆解析を行った。したがって逆解析を行った総数は、(測点の配置8ケース)×(初期値の組み合わせ81ケース)=648ケースである。

収束過程の一例として、初期値をそれぞれ基準値から次に示す比率だけ変化させた場合のパラメータ個々の収束過程を測点数6点、5点の1の場合、4点の1の場合のものについて図-6に示す。

- 熱伝達率 $\alpha_c$  = (基準値の) 200%
- 熱伝導率 $\lambda_c$  = (基準値の) 50%
- 終局断熱温度上昇量 $Q_{\infty}$  = (基準値の) 200%
- 断熱温度上昇速度 $\gamma$  = (基準値の) 50%,

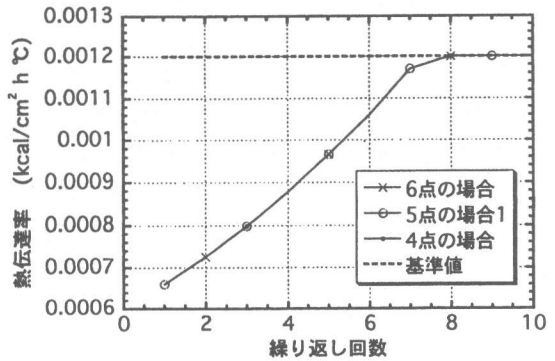


図-6.5 熱伝達率の収束状況

4. シミュレーション結果と考察

非線形最小二乗法のアルゴリズムでは、逆解析をおこなう際、順解析プログラムと最適化プログラムの繰り返し計算を行う。そのため、逆解析で収束するまでの繰り返し計算の収束状況は、直に計算時間に関わる。収束性と収束するまでに要した繰り返し計算回数について検討する。本解析では、測点数を3点から6点の範囲

で設定し、各パラメータの初期値を基準値の50%~200%の範囲で与えているが、648通りのいずれの解析ケースでも初期値の与え方および測点数と配置場所に関わらず繰り返し回数10回以内で収束し、各熱特性値は順解析の最初に設定した基準値に一致した(図-6.1~6.5)。また、各パラメータはほぼ一様に収束に至り途中で振動して解が得られないケースは認められず、評価関数も一様に収束した。この結果より、マスコンクリートの二次元場における熱特性値の逆解析にGauss-Newton法が有効であることが明らかとなった。そして、測定値に誤差がなければ最低3点の測定点により4つの熱特性値が求められる可能性のあることが示された。

測点配置が3点の場合の1は、事実上一次元の逆解析に近い状態と考えられるが、3点の場合の3のようにコンクリートの端部に測点が集中している場合でも収束していることから、マスコンクリートの幅が少ない場合にも本手法の適用の可能性が示された。

ただし、本論文ではコンクリートの温度測定点として表面より50mmの点を選んでいるが、この位置を少しずつ内部に移動させた場合には解が得られない可能性があり、測定点の位置の影響や外気温をsin関数で近似した場合の収束性等については今後の課題である。またどの程度の規模のコンクリートを打設すれば室内試験にかかわってコンクリートの熱特性値を求め得るかという点についても検討すべきと考えている。

## 5. 結論

本論文では、岩盤上に打設されるスラブ状のマスコンクリートの温度計測結果をもとにコンクリートの熱特性値をGauss-Newton法により逆解析する場合を検討し、本手法が二次元場のコンクリート熱特性値の推定に適用可能であるかどうか検討した。この際、コンクリートの温度測定値としてあらかじめ行った温度解析結果を使用し4つの熱特性値とセンサーの計測位置をパラメータとして総数648ケースについて逆解析を行った。その結果以下の結論が得られた。

(1) Gauss-Newton法にもとづく逆解析は、二次元場の熱特性値の推定に有効である。

(2) 検討した範囲では、初期値の選択の如何にかかわらず一様収束しており、安定した収束性がある。

今後、外気温や測定点数、ならびにセンサーの位置等が収束に及ぶ影響について検討する予定である。

## 参考文献

- 1)土木学会：コンクリート標準示方書〔施工編〕1993.9
- 2)松井邦人，西田德行，土橋吉輝，潮田和司：逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定，コンクリート工学年次論文報告集 Vol.16, No.1, pp.1347-1352, 1994.6
- 3)西田德行，潮田和司，土橋吉輝，松井邦人：現場計測データに基づくコンクリートの熱特性の推定とその考察，土木学会論文集, No.544 /V-32, pp.89-100, 1996.8
- 4)潮田和司，亀谷英樹，松井邦人：実測データに基づくマスコンクリートの熱特性値の推定，土木学会第49回年次学術講演会，pp.1146-1147, 1994.9
- 5)地盤工学会：設計・施工管理における逆解析の適用に関する講習会一分かるう・使おう・逆解析一，地盤工学会講演資料，1996
- 6)久保司郎：逆問題，培風館，1992
- 7)日本コンクリート工学協会：マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書，1985.11
- 8)佐藤忠信：講座「地盤工学における逆解析」土質工学会誌 土と基礎，No.447, pp.55-60, 1995.4
- 9)小野 定：マスコンクリートの温度上昇に及ぼす各種要因の影響およびコンクリートの上昇温度計算法の提案，土木学会論文集第348号/V-1, pp.123-132, 1984.8