

論文 マイクロメカニクスに基づくコンクリート構成モデルに関する研究

寺井 雅和*1・城 攻*2

要旨: コンクリートの非線形挙動はひび割れの発生・成長に特徴づけられているため、ひび割れの局所化現象などの力学挙動を正しく捉えるためには、これらひび割れの力学挙動に着目した構成則モデルの開発が必要である。本研究では、微視クラックの非弾性挙動を陽な形で反映したコンクリートのモデル化を行い、構成則を導出する過程およびその考え方を示した。そして、この構成式を有限要素プログラムに組み込んだ数値解析手法で、一軸圧縮荷重を受けるコンクリート部材の数値シミュレーションを行った。

キーワード: コンクリート, マイクロクラック, 構成則, 局所化現象, 有限要素法

1. はじめに

コンクリートは微視的にも巨視的にも非均質な材料で、低い応力レベルから非線形挙動を示す力学的特性を有している。この非線形性は局所的な応力集中による“クラック”の発生・成長により特徴づけられるので、内部に多数存在するクラック面の力学挙動をモデル化することは、部材の巨視応答の力学現象を規定する重要な要因と言える。

コンクリートの供試体に圧縮力を加えていくと図-1のような応答が得られる。荷重の初期段階で材料内に一様に分布してしていたクラックは、ピーク近傍では密度の高い領域が形成され、最終的には幾つかの破壊面が形成される。その後、供試体はこの破壊面を挟んだブロックに分かれて剛体的に運動し、ひずみは破壊面に集中する。このような現象は一般に‘局所化’と呼ばれ、コンクリートの他、砂、地盤、岩石など多くの材料に共通して観察される現象であり、多くの場合において、構造物の終局耐力や材料の強度を支配している。したがって、この現象の予測を可能とする力学理論、解析手法を確立することは工学的に重要な課題である¹⁾。これを実現するためには、コンクリート非線形

挙動の根元となっている、微視クラックの発生・成長・進展に見られる力学挙動に着目した構成則を構築する必要があると考えられる。

このようなクラックなどの不連続面を考慮した“力学モデル”の研究は、岩盤や土を対象とした分野で数多く行われている¹⁾。一方、コンクリートの場合は、骨材の存在による内部構造の不均質性から個々の微視クラックの挙動を実験等から計測することは容易でなく、これを定量化・モデル化することは極めて困難である。したがって、これまでのコンクリート構成則モデルの多くは、みかけ上観察される物理量をモデル化した“現象学モデル”が多い^{2),3)}。また、力学モデルも幾つか提案されているが、局所化現象が構成則のどのような要因により誘起するのかという物理的な生成機構など、解明するに至っていない力学現象は数多く残されている。

本研究ではコンクリートの局所化現象をシミュレートするのに適した材料モデルおよび解析手法の検討を目的として、クラックの力学的挙動を陽な形で反映したコンクリート構成則のモデル化を試みた。そして、これより導かれたコンクリートの応力-ひずみ関係を有限要素解析プログラムに組み込み、圧縮荷重下におけるコ

*1 北海道大学大学院 工学研究科建築工学専攻 工修 (正会員)

*2 北海道大学教授 大学院工学研究科 工博 (正会員)

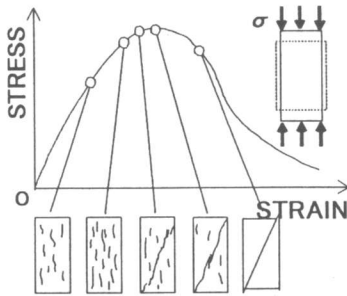


図-1 ひずみの局所化とせん断帯の発生

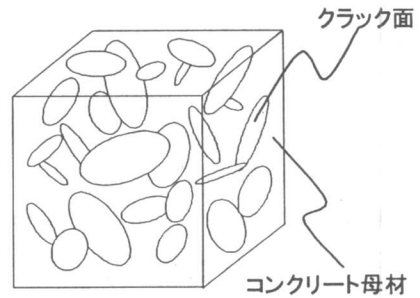


図-2 コンクリートモデル

コンクリートの解析応答から、提案した材料モデルの適用性を検討した。

なお、本文中で特に断りがない限り、数式で下添字が二回同じ項に現れる場合に総和規約を適用する。

2. コンクリートのモデル化

複雑なコンクリートの諸現象を表現するために、非弾性挙動の主要な生成機構を考え、力学モデルを検討する。同機構を極力簡単なモデルとして表現するために次の前提条件を設けた。

『コンクリートの巨視的応答における非線形挙動は、陽な形でモデル化された微視クラック力学模型の破壊のみによって生成する。』

従来からある力学モデルと比較すると、この仮定をはじめ、諸現象を極力簡単なメカニズムをもとにして材料構成則を導いている点が本モデルの特徴と言える。微視クラック自体の材料物性を定めるのは難しいため、個々のクラックをモデル化することは現実的でないが、クラックの発生・進展などの力学挙動に着目した構成則を構築するためには、そのモデル化は不可欠であると考えた。

2.1 連続体モデル

本研究ではコンクリートの力学挙動を定式化するに当たって、堀井ら⁴⁾による MBC モデル (Micromechanics-Based Continuum Model) を参考に、不連続面を含む物体を等価な連続体に置き換えることによって、構成式を導く事にする。

まず、物体の任意の点に着目し、その点を

含む有限領域 (MBC モデルに習って、代表要素と呼ぶ) を考える。この領域はクラック寸法に比べて十分大きく、かつ領域内では均質材料とみなせる程度のボリュームとする。本研究では、代表要素の内部構造は図-2 に示すように、骨材とモルタルペーストからなる弾性体 (以下、母材と呼ぶ) の中に、モデル化された多数のクラック面が散らばっている状態を想定する。ここで、コンクリートの不均質な内部構造を考えた場合、クラック面に対して空間内での絶対的な位置を与えることは、均質材料と見なす代表要素内ではあまり意味を持たない。したがって、クラック面の初期状態に対しては、向きを規定する単位ベクトルおよびクラック間の相対距離のみが与えられることにする。

代表要素における応力-ひずみの関係は、内在するクラック面の寸法、数 (密度)、向き、相対距離などに依存する。次章でモデル化するように、これらのクラックは相互干渉の効果が評価され、力学模型の破壊によって進展する。すなわち、あるクラックの力学挙動は、周辺にあるクラックの状態に依存して変化することを考慮に入れている。

3. クラック面のモデル化

実現象におけるコンクリート中のクラックは、ボンドクラック・モルタルクラック・骨材クラックと大別され、これらの発生メカニズムや挙動・性状は異なっている。しかし、これらの特性を定量的に把握することは難しく、三種類の

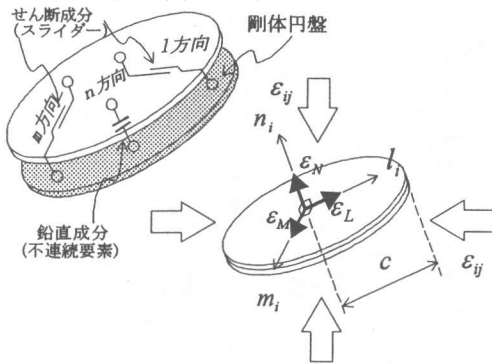


図-3 微視クラックモデル

ひびわれを個別にモデル化することはかえって問題を難しくすることになると考え、本研究では簡単のためにクラックはすべて単一のモデルとして扱うことにした。

この微視クラック面のモデル化およびその数式表記には、力学モデルとしてコンクリート材料にも応用されている Bazant ら⁵⁾によるマイクロプレーンモデルを参考にしてている。

3.1 運動学的条件

始めに、コンクリート内部に多数存在する微視クラック面のモデルを定義する。

コンクリート中のクラックは、巨視的には起伏を有し三次元的に複雑な形状をしていると考えられるが、局所的に見れば平面と見なせると仮定する。そこで、本研究における微視クラックモデルは図-3のように、厚みは無視できる二枚の剛体円板がコンクリートの非弾性成分を表わす三つの力学模型で繋がっていると想定する。これらの模型のうち、垂直(法線)成分は力学現象における‘開口変形’を表わす不連続要素でモデル化する。残りの二つはせん断成分として‘せん断すべり挙動’を表し、完全塑性挙動をするスライダでモデル化する。

無限遠で作用するひずみテンソル ε_{ij} を、運動学的条件により上述した三成分で定義された単位ベクトル方向に分解する(図-3)。

垂直成分(N方向): クラック面に対する単位法線ベクトルを n_i とするとき、垂直ひずみ ε_N は次式で表わされる。

$$\varepsilon_N = N_{ij} \varepsilon_{ij}; N_{ij} = n_i n_j. \quad (1a, b)$$

せん断成分(M, L方向): クラック面上で互いに直交する単位ベクトルを m_i, l_i とするとき、各方向のせん断ひずみ $\varepsilon_M, \varepsilon_L$ は次式で表される。

$$\varepsilon_M = M_{ij} \varepsilon_{ij}; M_{ij} = (m_i n_j + m_j n_i) / 2. \quad (1c, d)$$

$$\varepsilon_L = L_{ij} \varepsilon_{ij}; L_{ij} = (l_i n_j + l_j n_i) / 2. \quad (1e, f)$$

この単位ベクトル m, l の方向は一枚のクラック面上で無数に存在するが、 m 方向をランダムな値として固定した。 m 方向が決まれば、 l 方向は $l = m \times n$ として得られる。

3.2 クラック面に作用する応力

次に、ひずみテンソル ε_{ij} によって微視クラック面の各成分方向に作用する応力を導く。ここで、各成分は互いに独立であることにし、各々は下式(2)によって算出される。また、クラックの成長に伴い剛性が低減する性状を簡単のために、(3)式のようにクラック半径 c に依存した指数関数を用いて初期剛性から低減することにした。

$$\text{垂直成分} : \sigma_N = E_N \varepsilon_N, \quad (2a)$$

$$E_N = E_{N0} \cdot e^{-c/\alpha}. \quad (3a)$$

$$\text{せん断成分} : \sigma_M = E_M \varepsilon_M, \quad \sigma_L = E_L \varepsilon_L, \quad (2b, c)$$

$$E_M = E_L = E_{M0} \cdot e^{-c/\alpha}. \quad (3b)$$

ここで、 $\sigma_N, \sigma_M, \sigma_L$ はクラックの各成分方向に生じる応力、 E_N, E_M, E_L はクラック面に対する剛性成分、 c は微視クラックの半径、 E_{N0}, E_{M0} はクラック面に対する垂直・せん断初期弾性剛性、 α はクラック面剛性変化の程度を与える低減定数を表わす。

(2)式で求められた応力に 3.4 節で説明する相互干渉効果を考慮に入れた応力値が、各成分で設定している力学模型の降伏値に達すると、力学模型は破壊し、“開口変形”や“せん断すべり挙動”をする。そして、次節に基づく進展則により新しいクラック半径が決定され微視クラック面は成長することになる。

以上の関係を概念的に表わしたのが図-4である。垂直成分を表わす不連続模型は、圧縮ひずみに対しては無限大の剛性を持ち破壊することはないため、数値計算上の処理としては何も

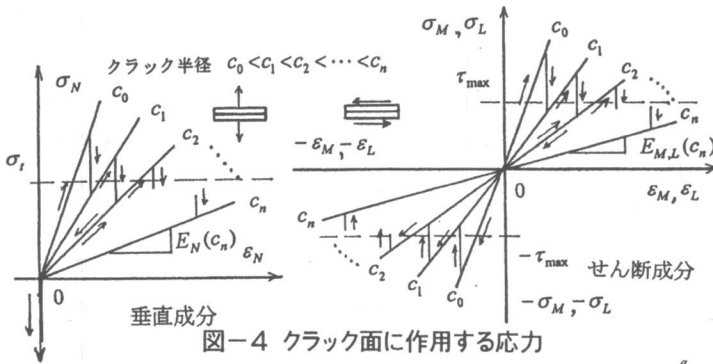


図-4 クラック面に作用する応力

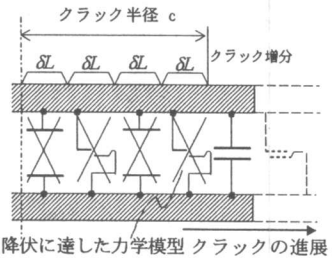


図-5 クラック進展のイメージ

行われない。物理的イメージから、一度開いたクラックの半径が減少することもあり得ないので、次節の進展判定も行われない。

3.3 クラック面の進展則

ここでは、個々のクラックの成長を規定する進展則を考える。本来、クラックの進展は応力の主軸の変化に影響を受け変化させるべきであるが、三次元空間でクラックがどのように進展するかを規定することは非常に困難である。したがって、本モデルでは簡単のために、クラックの進展方向は法線ベクトルで与えられる初期の面内方向に一致すると仮定した。

クラックの進展基準（クライテリオン）は、応力条件で判断する。すなわち、式(2)で求めるクラック面に対して作用する応力値が、材料特性値として設定した降伏応力値を超えたときに、力学模型が破壊しクラックの進展が始まると考える。すなわち、図-5のように一次元的に並んだ力学模型が降伏値に達した数だけ消失することで、クラック半径は成長するものと仮定する。ただし、ここでの評価はクラックの開口（モードI）とせん断すべり（モードII）を独立に算出し、三成分のうちで最も大きな値を進展長さとした。なお、クラックが破壊する前の初期状態に対しては、入力パラメータとしてすべてのクラック面に初期クラック半径（ c_0 ）を設定した。

クラック半径は次式で算出される。

$$c = c_0 + \Delta c, \quad \Delta c = n \times \delta L. \quad (4a, b)$$

ここで、 n は降伏値に達した力学模型の数、

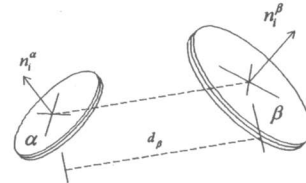


図-6 相互干渉効果

δL は一個の力学模型が破壊した場合に進展するクラック半径の増分長さ。 Δc はクラック半径の増分量。

3.4 クラック間の相互干渉

数多くあるクラックの挙動は、近傍に存在するクラックの応力状態に影響を受けて変化する。本節では、このクラック間の相互干渉によって作用する応力（ σ^p ）を求める。

はじめに、二つのクラックが離散的に分布する問題（図-6）を考える。クラック α のクラック β による影響は、 β 面上に作用している応力（ $\bar{\sigma}_N^\beta, \bar{\sigma}_M^\beta, \bar{\sigma}_L^\beta$ ；式(6)）を無限弾性体の応力場を仮定して、 α 面上に分解することで求められる。この効果はクラック間の相対的な距離に応じて増減することを考えると、これを指数関数を用いて、クラック α 面に作用する相互干渉応力（ $\sigma_N^{p\alpha}, \sigma_M^{p\alpha}, \sigma_L^{p\alpha}$ ）は次式で表わされる。

$$\sigma_N^{p\alpha} = e^{-d_\beta} \cdot N_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_j^\beta, \quad (5a)$$

$$\sigma_M^{p\alpha} = e^{-d_\beta} \cdot M_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_j^\beta, \quad (5b)$$

$$\sigma_L^{p\alpha} = e^{-d_\beta} \cdot L_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_j^\beta. \quad (5c)$$

ここで、 d_β はクラック間の相対距離、 $\bar{\sigma}_j^\beta$ は β 面上に作用する応力（ $\bar{\sigma}_N^\beta, \bar{\sigma}_M^\beta, \bar{\sigma}_L^\beta$ ）を一般座標系に分解した応力テンソルとする。添字 α と β はクラック面を区別し、例えば式(5a)の N_{ij}^α は、式(1b)をクラック α の単位法線ベクトルを用いて表わしている。

$$\bar{\sigma}_N = \sigma_N + \bar{\sigma}_N^p, \quad (6a)$$

$$\bar{\sigma}_M = \sigma_M + \bar{\sigma}_M^p, \quad (6b)$$

$$\bar{\sigma}_L = \sigma_L + \bar{\sigma}_L^p. \quad (6c)$$

式(5)においてクラック面の総数が二つ以上の場合、添え字 β に関して和をとることになる。

$$\sigma_N^{p\alpha} = \gamma \sum_{k=1}^K (e^{-d_k} \cdot N_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_{ij}^k), \quad (7a)$$

$$\sigma_M^{p\alpha} = \gamma \sum_{k=1}^K (e^{-d_k} \cdot M_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_{ij}^k), \quad (7b)$$

$$\sigma_L^{p\alpha} = \gamma \sum_{k=1}^K (e^{-d_k} \cdot L_{ij}^\alpha \bar{\sigma}_{ij}^k). \quad (7c)$$

ここで、 K はクラックの総数である。式(7)で評価される相互干渉効果は不均質なコンクリート母材を介して作用するため、その効果は直接的には伝達されないと考える。そこで簡単のために係数 γ を用いて低減することにした。

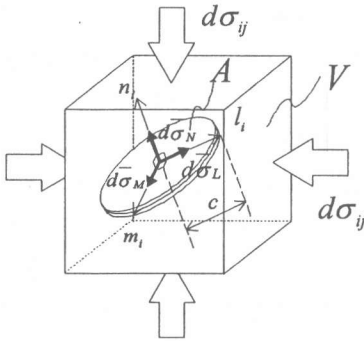


図-7 単一クラックを含むコンクリートモデル

4. 構成モデル

コンクリートにおける増分形式の釣り合い関係式は、『仮想仕事の原理』を適用して導く。始めに代表要素として定義される体積 V のコンクリート母材中に、クラック面が一枚あるモデルを考える(図-7)。この時、クラックが破壊することによって開放された応力は、コンクリート母材からみれば外力として作用することを考えて⁴⁾、任意の仮想ひずみ増分テンソル $(\delta\varepsilon_{ij})$ をこの要素に対して作用させると次式が成立する。

$$\int_V d\sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV + \int_A (d\bar{\sigma}_N \delta\varepsilon_N \cdot r + d\bar{\sigma}_M \delta\varepsilon_M \cdot 2c + d\bar{\sigma}_L \delta\varepsilon_L \cdot 2c) dA = \int_V d\sigma_{ij}^* \delta\varepsilon_{ij} dV. \quad (8)$$

ここに、 V はコンクリート母材の体積、 A は

クラック面積、 c はクラック半径、 $d\bar{\sigma}_N$ 、 $d\bar{\sigma}_M$ 、 $d\bar{\sigma}_L$ はクラックが破壊することにより生じた応力、 $d\sigma_{ij}^*$ は母材の増分応力テンソルを表わす。また、 r はクラックの平均間隔を表わすパラメータで、クラックの総数(密度)によって決まる定数とする。

微視クラックの応力は面上に均等に分布していると考え、式(9)の関係を式(8)に代入して整理すると、式(10)が得られる。

$$\delta\varepsilon_N = N_{ij} \delta\varepsilon_{ij}, \quad \delta\varepsilon_M = M_{ij} \delta\varepsilon_{ij}, \quad \delta\varepsilon_L = L_{ij} \delta\varepsilon_{ij}. \quad (9a-c)$$

$$d\sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} = d\sigma_{ij}^* \delta\varepsilon_{ij} + A/V (ds_{ij} + ds_{ij}^p) \delta\varepsilon_{ij}, \quad (10)$$

$$ds_{ij} = d\sigma_N N_{ij} r + 2c (d\sigma_M M_{ij} + d\sigma_L L_{ij}), \quad (11)$$

$$ds_{ij}^p = d\sigma_N N_{ij} r + 2c (d\sigma_M M_{ij} + d\sigma_L L_{ij}). \quad (12)$$

式(10)はどのような $\delta\varepsilon_{ij}$ に対しても成立するので次のように変形できる。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^* d\varepsilon_{kl} - A/V (ds_{ij} + ds_{ij}^p). \quad (13)$$

ここで、 D_{ijkl}^* はコンクリート母材の弾性剛性テンソルを用いた。

クラックが母材中に多数枚ある場合には、式(13)の第二項に対してクラックの数だけ和をとればよいので、クラックの総数を K とし、それぞれを区別する上添字 k を用いると、最終的にコンクリートの増分方程式は、次式のように表わされる。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^* d\varepsilon_{kl} - \frac{1}{V} \sum_{k=1}^K A^k (ds_{ij}^k + ds_{ij}^{pk}). \quad (14)$$

5. 有限要素解析シュミレーション

以上のようにして導かれた構成式を、既存の三次元有限要素解析プログラム⁶⁾の材料構成則を評価する部分に組み込み、数値シュミレーションを行う。計算で与えられる材料特性を表-1に示す。微視クラック面の実際の挙動を実験などから定量化することは現時点では困難であるため、クラックに対する初期弾性剛性及びクラックモデルの降伏応力値は当研究室で行われたシリンドラーによる材料実験データを用いた。その他の諸値は計算結果が実験値に合うように適当と考えられる値を設定した。

表-1 解析における入力パラメータ

クラックに対する初期弾性剛性 (垂直方向) E_{N0} ; 式(3a)	19.6GPa*
クラックに対する初期弾性剛性 (せん断方向) E_{M0} ; 式(3b)	8.2GPa*
剛性低減定数 α ; 式(3)	0.4
クラックの増分長さ δL ; 式(4)	1mm
相互干渉低減係数 γ ; 式(7)	0.15
クラックの平均間隔 r ; 式(15)	2mm
クラック総数 K ; 式(7)(15)	50枚
代表要素の体積 V ; 式(15)	$3.0 \times 10^4 \text{mm}^3$
クラック模型の引張降伏応力 σ_t	2.0MPa*
クラック模型のせん断降伏応力 τ_{\max}	1.5MPa*
クラック面の初期半径 c_0 ; 式(4)	1mm

*:実験データ値

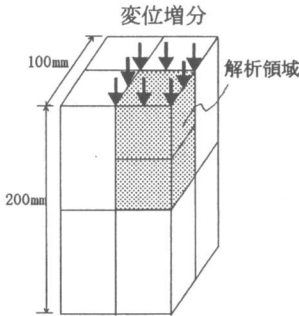


図-8 解析対象と要素分割

解析の対象としたのは、断面積 $100 \times 100 \text{mm}$ 、高さ 200mm のプレーンコンクリート角柱の一軸圧縮部材で、対称性を考慮して図-8 に示すように $1/8$ モデルを解析領域とし、一辺 50mm の立方体ソリッド要素 2 つで要素分割した。解析は静的変位増分解析で行い、加力点は加力鋼板との完全付着を想定して水平方向への移動は拘束している。

解析結果および実験結果の比較を図-9 に示す。この実験データは、当研究室で行われた $\phi 100 \times 200 \text{mm}$ コンクリートシリンダーの圧縮試験のものである。部材軸方向の荷重応答は、解析結果と実験結果はほぼ一致しているが、横方向の変形に関しては、解析結果の方が小さめに評価している。これは、当モデルの基本仮定で微視クラックの“開口”、“すべり”挙動を独立に評価しているため、ダイレタンシーのような体積変形をモデル化できていないと考えられる。

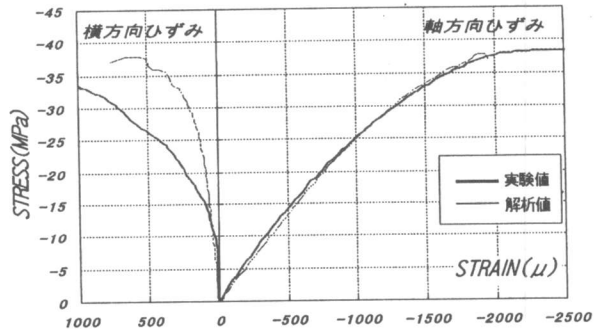


図-9 一軸圧縮部材の解析応答

6. まとめ

本研究では、内部にクラックなどの不連続面を含む材料の物理モデルを考え、このモデルに基づいてコンクリートの構成則を導くための過程および考え方を示した。そして、この構成式を用いた有限要素プログラムで一軸圧縮部材の解析を行い、コンクリートの非弾性応答をシミュレートできることを確認した。

しかし、本研究におけるモデルは大胆に簡略化された部分が多く、解析に用いたパラメータや特性値の多くも実験結果に合うように設定されたものである。本構成則モデルを用いてコンクリート力学現象の本質的なメカニズムを解明するには、モデルの検証とともに、微視クラックの非弾性挙動を明確にモデル化する必要があると考えられる。

謝辞 本研究の筆頭者は日本学術振興会の特別研究員であり、本研究はその研究課題の一環として行われた。また、本研究は平成九年度文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励金）により行われた。記してここに感謝致します。

参考文献

- 1) 破壊力学の応用研究委員会報告書、日本コンクリート工学協会、1993
- 2) 前川宏一・長谷川俊昭：コンクリート構成則の研究動向と課題、コンクリート工学、Vol. 32, No. 5, 1994. 5
- 3) 土木学会コンクリート委員会：構成モデル小委員会(301)成果報告書、コンクリート技術シリーズ No. 21, 1997
- 4) 吉田秀典・堀井秀之：マイクロメカニクスに基づく岩盤の連続体モデルと大規模空洞掘削の解析、土木学会論文集、No. 535/III-34, pp. 23-41, 1996. 3
- 5) 例えば、Bazant, Z.P., Xiang, Y, and Prat, P.C. : Microplane Model for Concrete, J. Engrg. Mech., ASCE, pp. 245-254, 1996. 3
- 6) 田中忠次ほか共著：地盤の三次元弾塑性有限要素解析、丸善株式会社、1996