

論文 フリーメッシュ法を用いたコンクリートの引張破壊解析

富山 潤*¹・伊良波 繁雄*²・矢川 元基*³・山田 知典*⁴

要旨:近年,有限要素法(FEM)や有限差分法(FDM)の解析モデル生成の労力軽減に自動要素(格子)生成技術が用いられている。しかし,自動要素(格子)生成には多くの制約や経験的ノウハウを含む場合が多い。このような背景のなか,入力データとしては節点情報のみを必要とし,モデル作成からシミュレーションまでを継ぎ目なく行えるメッシュレス法の研究が盛んに行われている¹⁾。そこで本研究は,一種のメッシュレス法として矢川・山田らによって提案されているフリーメッシュ法(以下FMMとする)を用いてコンクリートのひび割れ進展問題の解析を行う方法を示した。

キーワード:フリーメッシュ法,有限要素法,コンクリート,ひび割れ

1. はじめに

数値シミュレーション技術として有限要素法(FEM)や有限差分法(FDM)が色々な分野で幅広く利用されている。しかし,大型かつ複雑形状化する解析対象に対して解析モデルを作成するのに多大な労力を要するという欠点がある。その労力の軽減のために有限要素(格子)自動生成技術が用いられているが,未だ完全に軽減できているというわけではない。そのような背景のなか,要素(格子)を必要としないメッシュレス法の研究が盛んに行われてきている。最近のメッシュレス計算法の研究傾向が文献2)に概観され,流体解析やcrack進展問題など多くの分野で研究が盛んに行われている。

メッシュレス法の一つに矢川・山田らによって提案されたFMMがある。FMMは有限要素法を基にしたメッシュレス法の一つで,入力データとして節点情報のみを与えるだけで,陽にメッシュを意識することなく,従来の有限要素法における要素生成から要素行列の作成,全体系への足し込みまでを継ぎ目なく行うことができる。また,データ参照の局所化が存在するため,分散並列化に適している。

現在のFMMは,熱伝導問題,破壊力学問題,流体問題などに用いられている。そこで本研究は,

はじめにFMMを用いた解析方法の精度評価を目的に片持ちはりの弾性解析を行い,つぎに応用問題としてFMMに簡単なひび割れモデルを導入しコンクリートのひび割れ進展問題の解析を行った。

2. フリーメッシュ法³⁾

2.1 基本的アルゴリズム

従来の有限要素法解析プログラムでは,剛性行列が要素単位で評価されるため,入力データとして各節点情報と要素一節点コネクティビティ情報が必要となるのに対し,FMMの入力データは節点情報のみでよく,剛性行列の評価は各節点単位で行われる。

基本的なアルゴリズムとしては,各節点ごとに,その付近の節点(衛星節点)を集めて一時的に三角形要素を作り,これらの一時的な三角形要素の要素剛性行列から中心節点に寄与する成分を集め,全体剛性行列を作成していく。具体的には,Fig.1のように,中心節点 l 付近にある衛星節点 (m, n, o, p, \dots) を集め,中心節点 l に対して時計または反時計まわりに並べ,順に二点をとって中心節点 l とともに一時的に三角形要素 (lmn, lno, lop, \dots) を作る。各三角形要素(例 lmn)について有限要素

*1 琉球大学大学院 工学研究科 工学修士 (正会員)

*2 琉球大学助教授 工学部環境建設工学科 工博 (正会員)

*3 東京大学教授 工学部システム量子工学科 工博

*4 東京大学大学院 工学部システム量子工学科 工学修士

法と同様に要素剛性行列 $[K_e]_{lmn}$ を作成し, $[K_e]_{lmn}$ の中心節点 l に寄与する成分のみを全体剛性行列 $[K]$ に足し込んでいく。得られた剛性行列をもとに連立一次方程式を解く方法は, 従来用いられている直接法や反復法を用いることができる。

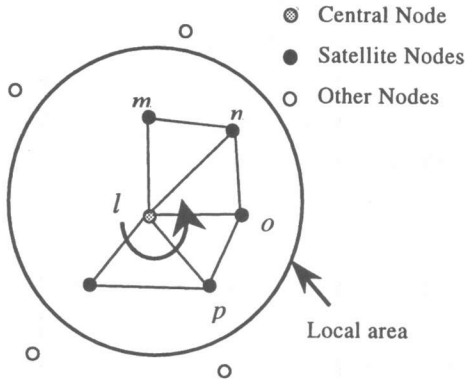
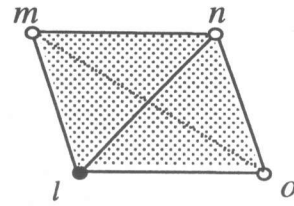


Fig.1 Local radial elements around node l

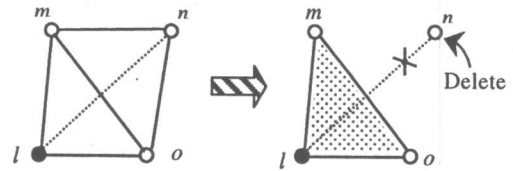
2.2 衛星節点の選択法

FMM では, 衛星節点選択手法としてどの節点(中心節点)に関しても同じ三角形要素を作成するように以下に示す2つのアルゴリズムが考えられている。

1つは, Fig.2 に示すように中心節点 l と衛星節点 (m, n, o) で形成される四角形の対角線 $(\overline{ln}, \overline{mo})$ の長さを比較して \overline{ln} が \overline{mo} より短ければ節点 n を中心節点 l の衛星節点として採用する (Fig.2(a)参照), 逆に \overline{mo} が \overline{ln} より短ければ節点 n を中心節点 l の衛星節点から省く (Fig.2(b)参照) という考え方を一般化した方法で, もう一つは, Voronoi 多角形と Delaunay 三角形の平面双対関係をもとに, 各中心節点ごとに Voronoi 多角形の生成に必要な節点を衛星節点とし (Fig.3(a)参照), これから Delaunay 三角形を構築する (Fig.3(b)参照) 方法である。本研究では, アルゴリズムの簡単な前者の方法を用いた。また, 対角線の長さが等しい場合は, 中心節点を座標原点としたときの第1, 3象限では, Fig.2(a)を第2, 4象限では Fig.2(b)のパターンをそれぞれ採用した。

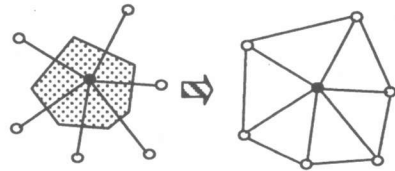


(a) The case when \overline{ln} is shorter than \overline{mo}



(b) The case when \overline{mo} is shorter than \overline{ln}

Fig.2 Selection algorithm of satellite nodes (Method 1)



(a) Voronoi polygon (b) Delaunay triangulation

Fig.3 Selection algorithm of satellite nodes (Method 2)

3. 解析方法

3.1 コンクリートのひび割れモデル

今回の解析では, FMM がコンクリートのひび割れ進展問題に応用できるかどうかの検討を行うために, W.F.Chen⁴⁾が示しているような簡単なひび割れモデルを用いた解析を行った。

コンクリートのひび割れモデルは, 平面応力状態を考え, ひび割れは, 最大引張主応力の方向に直交する平面内に生じ, ひび割れが生じるとひび割れ面に直交する垂直応力とひび割れ面に平行なせん断応力は解放されると仮定した。つまり, ひび割れが発生するとひび割れ方向に平行な1軸応力状態となる⁴⁾ (Fig.4(b)参照)。

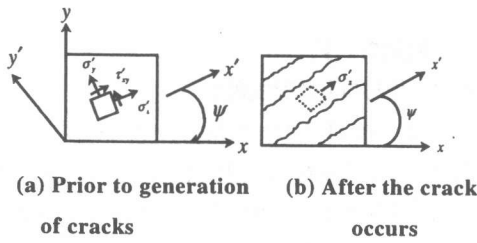


Fig.4 Distribution of stresses and cracking pattern

Fig.4(b)のようにひび割れ発生後ひび割れと平行な方向を x' 軸、ひび割れと直交する方向を y' 軸とすると隣接する2つのひび割れ間の板状の材料は線形弾性で $x'y'$ 面内で面内等方性をなすとするとひび割れが発生したコンクリートの応力-ひずみ関係は次のようにもとめられる。

ひび割れ発生後の $x'y'$ 座標系での応力は、ひび割れ方向と平行な垂直応力以外は解放されるから次式ようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

(1)式より $x'y'$ 座標系での応力状態は x' 軸に1軸状態であるから

$$\sigma'_x = E\varepsilon'_x \quad (2)$$

となる。ここで、 E は、弾性係数である。

(2)式を xy 座標系に変換して次の応力-ひずみマトリックスを得る。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = E\{b(\psi)\}\{b(\psi)\}^T \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $\{b(\psi)\} = \begin{Bmatrix} \cos^2 \psi \\ \sin^2 \psi \\ \sin \psi \cos \psi \end{Bmatrix}$ 、 ψ は x 軸とひび割れ

方向のなす角、上付き添え字 T は転置を表す。

(3)式より、次式が得られる。

$$[D_c] = E\{b(\psi)\}\{b(\psi)\}^T \quad (4)$$

$$= E \begin{bmatrix} \cos^4 \psi & \cos^2 \psi \sin^2 \psi & \cos^3 \psi \sin \psi \\ \sin^2 \psi \cos^2 \psi & \sin^4 \psi & \sin^3 \psi \cos \psi \\ \sin \psi \cos^3 \psi & \sin^3 \psi \cos \psi & \sin^2 \psi \cos^2 \psi \end{bmatrix}$$

(4)式が、本解析で用いたひび割れ要素の応力-ひずみマトリックス $[D_c]$ である。

また、健全な三角形要素の応力-ひずみマトリックス $[D_e]$ は、通常平面応力問題で用いられているものを用いた。それぞれの条件にあった応力-ひずみマトリックスを用いて要素剛性マトリックスを作成し、それを用いて解析を行った。

3.2 解析方法

構造物の弾塑性解析を行うには荷重増分法や変位増分法を用いるが、本研究では FMM がコンクリートのひび割れ進展問題に適用可能かどうかの基礎的検討を行うために引張りひび割れに対して(4)式を用いた。なお、圧縮領域での塑性、ひび割れ面の再接触および引張軟化は考慮してない。このため、コンクリートは弾性挙動だけを考慮しており、増分法によらなくても解析が可能である。つまり、あるひび割れ状態で次にひび割れを進展させるためにはいくらの荷重が必要かを計算し、次の段階でコンクリートの引張強度に近い最大の引張主応力を示す節点をひび割れ節点とすればよい。具体的に示すと、任意の荷重を作用させ、節点ごとに最大の引張主応力 σ_1 を求め、(5)式で定義される R の最も大きい節点を探し、次の段階で、この節点をひび割れ節点とする。

$$R = \frac{\sigma_1 - f_t}{f_t} \quad (5)$$

解析形状および作用している荷重が対称の場合はひび割れが同時に2カ所発生したと見なした。 R が決まると、この節点のひび割れ発生直前の荷重 P ・応力 σ ・変位 u はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 P &= P' / (1+R) & \sigma &= \sigma' / (1+R) \\
 u &= u' / (1+R)
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

ここで、 P' は任意荷重(一定)、 σ' 、 u' はそれぞれ任意荷重を加えたときの応力と変位である⁵⁾。

FMMでは、要素を意識しないで解析できる反面、応力評価に問題がある。従来の有限要素法解析の応力評価は、要素単位や積分点単位で行うが、FMMは、要素を意識しないため応力評価が難しくなる。そこで、この研究では、応力を Fig.5(a)のように一時的に三角形要素を作るときにすべての節点(中心節点)に対して衛星節点を記憶して、応力を求める際に再び要素を作り、中心節点まわりの要素の平均応力を中心節点の応力とした。また、中心節点がひび割れ節点と判定された場合は Fig.5(b)のように中心節点と衛星節点で形成するすべての要素にひび割れが一様に生じるとした。Fig.5(c)のように健全な節点(中心節点)とひび割れ節点(衛星節点)がある場合の中心節点の応力は、ひび割れ節点を含む要素の応力を除いた健全な要素のみの平均をとった。

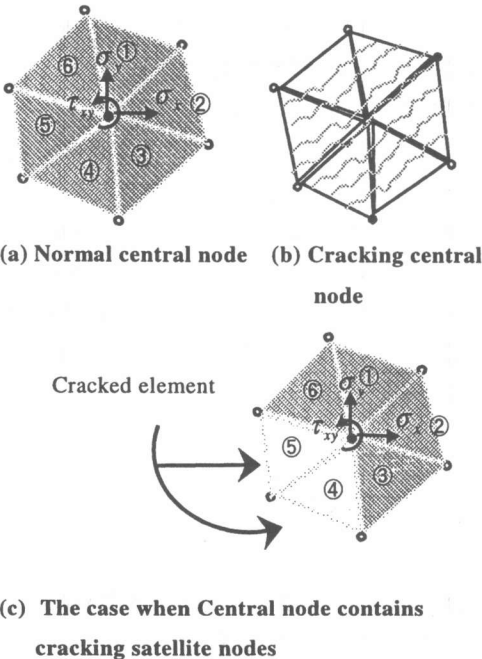


Fig.5 Idea of stress of central node and crack node

4. 数値解析例

4.1 片持りの弾性解析

ここでは、FMMを用いた解析方法の精度の評価を行うために Fig.6 に示す片持りの弾性解析を行った。解析では A 端に荷重 F が作用したときの A 端の鉛直変位 δ_A を4ケース(341, 1281, 7701, 30401 節点)の節点分布で求め、せん断変形を考慮したはり理論解(116.12)⁶⁾と比較した。

節点分布は Fig.6 のような格子状に配置した。なお、Fig.6 の節点分布は 341 節点のものである。Fig.7 に片持ちり先端(A 端)の鉛直変位 δ_A と節点数と節点数の関係と解析時間(メッシュ生成および解析全体に要した時間)を示す。

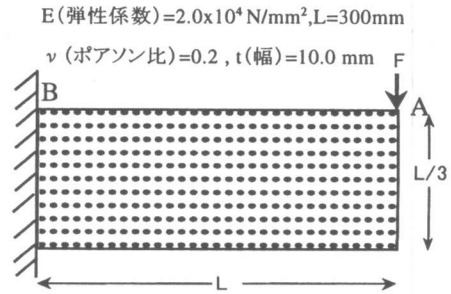


Fig.6 Cantilever for analysis and distribution of Nodes (341)

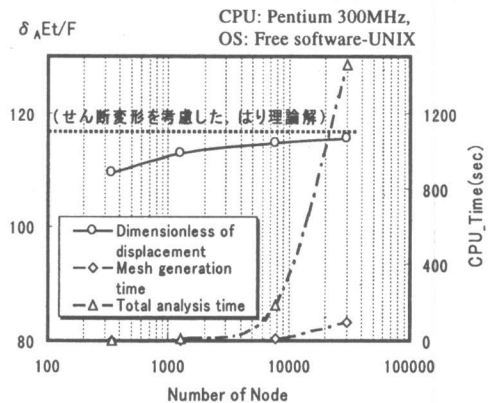


Fig.7 Settling characteristic of displacement by differences of numbers of nodes

Fig.7 より節点数が多いほど理論解に近づくことがわかる。つまり、節点分布を密にすることにより複雑な要素を考慮することなく高精度の解析ができる。

FMM の解析データは節点情報のみであるので、このような節点分布の密な解析データを作成することが従来の有限要素法に比べ容易であり、解析解の精度についても良好な結果を示した。しかし、節点数が増えると伴に解析時間が長くなる。この問題は並列計算を行うことで解決できると考えられる。

4.2 内圧を受けるコンクリートのひび割れ解析

ここでは、FMM を用いて Fig.8 に示すような直径 20mm の鉄筋が中心間隔 300mm で配置されたコンクリートスラブの鉄筋が腐食膨張した場合のひび割れ進展問題の解析を行った。Table.1 にコンクリートの材料定数を示す⁶⁾。

解析では Fig.9 に示すように縦:200mm, 横:300mm, 上面から 50mm の位置を中心に直径 20mm の円孔を考え、鉄筋の腐食膨張を円孔に一樣な圧力を加えることで近似した。また、境界条件は左右側面をローラー支承で固定してある。

Table.1 Material Property of concrete

弾性係数 (N/mm ²)	ポアソン 比	圧縮強度 (N/mm ²)	引張強度 (N/mm ²)
3.0x10 ⁴	0.125	30.0	3.0

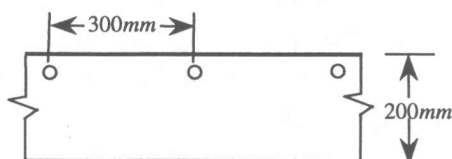


Fig.8 Concrete slab

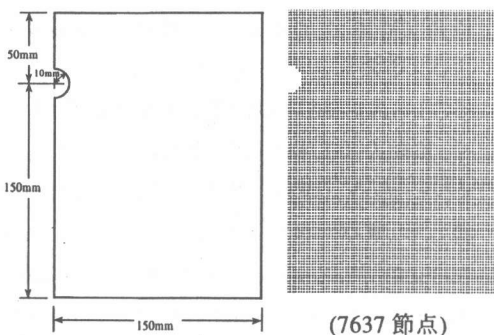


Fig.9 Analytical object and Distribution of nodes

Fig.10 に内圧と荷重 Step の関係を示した。また、Fig.11 は、Fig.9 に示す試験体の円孔付近の領域 (120x80mm) でのひび割れ進展状況を示したものである。

Fig.10 にある簡易解析とは、Tepfer の簡易解析解⁷⁾ (4.6N/mm²) である。

Tepfer の簡易解析と本解析結果を比較すると本解析結果は、全体的に低めとなった。これは、Tepfer の簡易解析が Fig.9 のコンクリート断面を内圧を受ける中空円筒でモデル化して破壊圧力を求めているために、その差が出たと思われる。

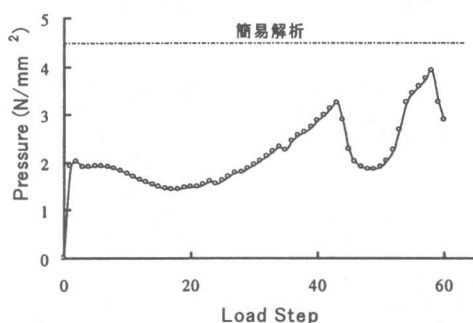


Fig.10 Change of Pressure on inside

Fig.11 は、ひび割れ進展の様子を Step 2, 8, 20, 43, 58, 60 の順に(a)~(f)に示したものである。

Fig.11 のひび割れ進展状況は、次のようにまとめることができる。

- 1) 荷重 Step1回目は、斜め上下方向にひび割れが入り、荷重 Step2回目以降、斜め下方向は停止する(Fig.11(a)参照)。
- 2) 荷重 Step2回目以降、斜め上方向ひび割れだけが進展している(Fig.11(a)(b)参照)。
- 3) 荷重 Step20回目までひび割れが斜め上方向にある程度進展すると荷重 Step43のように鉄筋下面付近からひび割れが下方向に進展する(Fig.11(c)(d)参照)。
- 4) 下方向にひび割れがある程度進展すると、次は荷重 Step58回目のようにコンクリート表面から鉄筋方向にひび割れが進展してくる(Fig.11(e)参照)。
- 5) 最後に、荷重 Step60回目のように水平方向の

ひび割れが進展し始める(Fig.11(f)参照)。

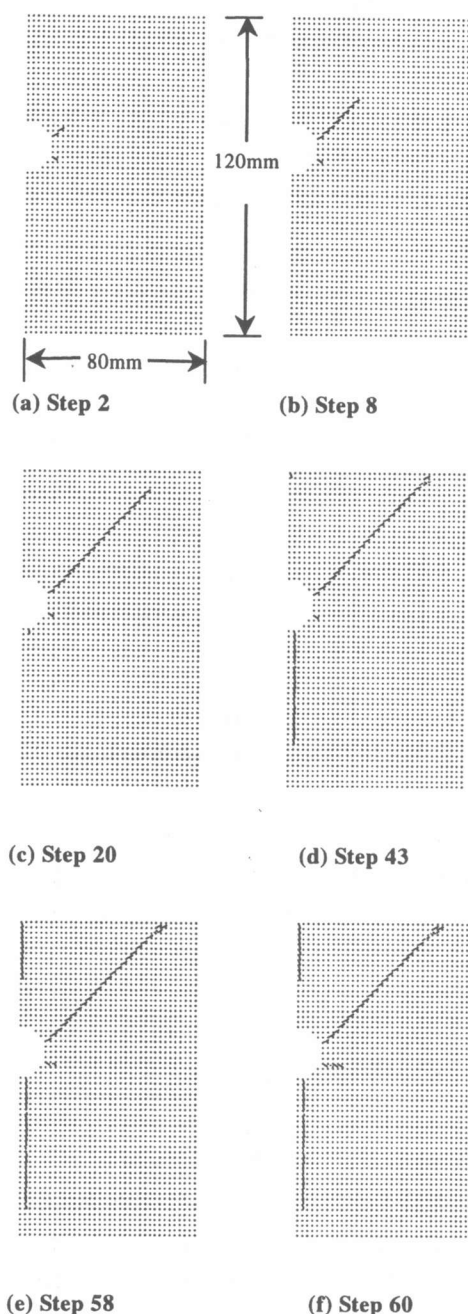


Fig.11 Process of growth of crack

以上のように、コンクリートスラブで鉄筋の腐食膨張によって、鉄筋を頂点とする山形断面形状の剥離片が形成される様子をシミュレーションする事が

できた。このような、山形断面の剥離片はコンクリートスラブの鉄筋の腐食によってよく生じ、鉄筋コンクリート構造物の耐久性調査ではよく見られる剥離片である。なお、Fig.11のひび割れ進展状況は文献5)に示されている有限要素解析によるひび割れ進展状況とほぼ同じ結果である。

5. まとめ

FMMは、解析データとして節点情報のみが必要であることより解析が容易になる。コンクリートのひび割れ進展のシミュレーションも複雑で特殊な要素を用いることなく、単純な定ひずみ三角形要素を用いて、節点分布を密にすることで良好な結果を得ることができる。しかし、節点分布が密になると計算時間の問題が出てくる。これは、FMMが並列分散処理に優れていることを利用して並列計算を行うことで解決できると思われる。並列計算についての検討は今後の課題である。

参考文献

- 1) 奥田洋: 計算工学におけるメッシュレス解法, 計算工学, Vol.1, No.3, pp.36-47, 1996
- 2) 矢川元基, 酒井譲: メッシュレス計算手法, 機械の研究, 第49巻第1号, pp.103-110, 1997
- 3) 山田知典: フリーメッシュ法の並列化, 東京大学修士論文, 1997
- 4) W.F.Chen (色部誠・河角誠・安達洋 監訳): コンクリート構造物の塑性解析, 丸善株式会社, pp.90-97, 1985
- 5) 伊良波繁雄・具志幸昌・和仁屋晴謙: 有限要素法による鉄筋とコンクリートとの付着強度解析 その1-異形鉄筋の割り裂き付着破壊について-, 琉球大学工学部紀要 第24号, 1982
- 6) S.Timoshenko (鞆戸口英善・国尾武 共訳): 材料力学, 東京図書株式会社, pp.165-169, 1957
- 7) Tepfer.R: Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Reinforcing Bar, Magazine of Concrete Research, Vol31, No.106, March.1979