

論文 コンクリートと付着の応力履歴を考慮した PRC 部材の時間依存性挙動解析

袖山隆行^{*1}・佐藤良一^{*2}・許明^{*3}・楊楊^{*4}

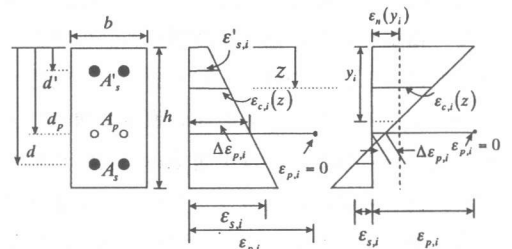
要旨: プレストレス導入から短期載荷, 長期材齢に至るまで PRC 部材の長期変形挙動を評価するために, コンクリートのクリープおよび付着すべり関係における応力履歴の影響を考慮した重ね合わせの原理に基づく PRC 曲げ部材の変形解析法を提案する。また, 一定荷重を受ける PRC 曲げ部材の持続載荷試験を行い実測値と比較した。その結果, 本解析法は PRC 曲げ部材の経時的変形挙動を概ね予測することができた。

キーワード: PRC, クリープ, 付着クリープ, 収縮, 付着すべり, 重ね合わせ

1. はじめに

RC と PC の中間的構造物として, PRC 構造物がある。PRC は RC と比較した場合, RC にプレストレスを付加することにより, たわみ・ひび割れ制御が容易に可能となる等の利点がある。このような点から, 近年, PRC が実構造物に用いられるケースが増えてきている。これまで PRC 構造のクリープ解析は, ひび割れ断面, 全断面各々に対して行い, これを経験則に基づいて按分する方法が主であった。しかし, この方法によればプレストレスが大きい場合に変形を過大評価したり, ひび割れ幅が算定できないなど, その適用性は限られた範囲のものであった。

そこで本研究は, PRC 部材のクリープ解析のより一般化を目指し, 重ね合わせの原理に基づいた付着クリープ則を基本方程式に導入し, これを数値解析することによって, プレストレス導入から長期にわたるまでの PRC 部材の時間依存性解析を可能にする付着に基づくクリープ解析法を提案する。なお, 本解析法は, RC 部材に対して開発された方法^[1]をプレストレス効果を取り込んで発展させたものである。



(a)プレストレス導入時 (b)静的載荷時
およびストレスロス時
図-1 全断面有効時のひずみ分布

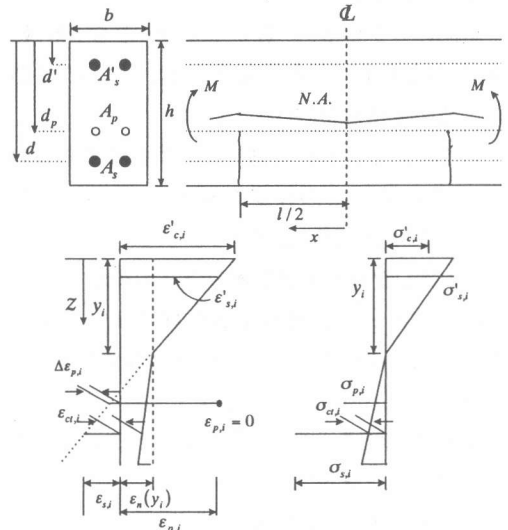


図-2 任意断面のひずみ・応力分布

*1 宇都宮大学大学院 工学研究科建設学専攻 (正会員)
*2 宇都宮大学教授 工学部建設学科 工博 (正会員)
*3 宇都宮大学助手 工学部建設学科 (正会員)
*4 宇都宮大学大学院 工学研究科建設学専攻 (正会員)

2. 解析方法

プレストレス導入時からの変形挙動を検討するため、任意断面のひずみ分布はひび割れ発生前後で大きく2つに分けられる。図-1にひび割れ発生前の全断面を有効とした場合のひずみ分布を示す。ここで、プレストレスによるPC鋼材の初期緊張ひずみ $\varepsilon_{p,i}$ はPC鋼材の温度ひずみとして与えた。

ひび割れ発生後は隣接するひび割れの間を要素を取り出し、基本となる方程式を誘導するにあたり以下の仮定を設けた。

2.1 仮定

1) 断面内の温度は一樣であり、収縮は断面内で一樣に生じる。2) ひび割れ断面のコンクリートは引張応力を負担しない。3) 圧縮応力域のコンクリートひずみとPC鋼棒の増分ひずみ、鉄筋ひずみの間には平面保持の仮定が成立する。4) 引張応力域のコンクリートひずみは応力に関する中立軸からの距離に比例する。5) すべてのひび割れ幅およびひび割れ間隔は同一である。6) 要素はひび割れ間の中央に対して対象である。

上記の仮定のうち、仮定3)はRCからPRCに理論を拡張するために新たに設けたものであり、他の仮定は文献[1]に従った。

以上に示した仮定に基づき、隣接する二つのひび割れ間要素の任意断面についてのひずみ・応力分布を図-2に示す。

2.2 コンクリートのひずみと応力表示

コンクリートの弾性係数の経時変化およびクリープに及ぼす荷重時材齢の影響を考慮し、重ね合わせの原理に基づけば、上縁から z の位置における考慮している時点 t_i での全ひずみは式(1)のように表せる。

$$\varepsilon_{c,i}(z) = \sigma_{c,i}(z)J(t_i, t_1) + \sum_{j=2}^{i-1} \Delta\sigma_{c,j-1}(z)J(t_i, \bar{t}_{j-1}) + \varepsilon_{sh,i} \quad (1)$$

式(1)を $\sigma_{c,i}$ で表すと

$$\sigma_{c,i} = E_c(t_i, \bar{t}_{i-1}) \left\{ \varepsilon_{c,i}(z) - \varepsilon_{sum,c,i-1}(z) - \varepsilon_{sh,i} \right\} \quad (2)$$

である。ここで、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sum,c,i-1}(z) &= \sigma_{c,i}(z)J(t_i, t_1) \\ &+ \sum_{j=2}^{i-1} \Delta\sigma_{c,j-1}(z)J(t_i, \bar{t}_{j-1}) \\ &- \sigma_{c,i-1}(z)J(t_i, \bar{t}_{i-1}) \\ J(t_i, \bar{t}_{j-1}) &= 1/E_c(t_i, \bar{t}_{j-1}) \\ &= 1/\bar{E}_{c,j-1} + \varphi(t_i, \bar{t}_{j-1})/E_{c28} \end{aligned}$$

である。ただし、

t_j, \bar{t}_j : j 番めのタイムインターバルの始点と中間の材齢, $\bar{t}_j = (t_j + t_{j+1})/2$, $\varepsilon_{sh,i}$: t_i における収縮ひずみ, $\bar{E}_{c,j-1}, E_{c28}$: コンクリートの材齢 \bar{t}_{j-1} および標準養生された28日弾性係数, $\Delta\sigma_{c,j-1}(z) = \sigma_{c,j}(z) - \sigma_{c,j-1}(z)$, $\varphi(t_i, \bar{t}_{j-1})$: \bar{t}_{j-1} に荷重されたときの t_i におけるクリープ係数である。(以下、 $E_c(t_i, \bar{t}_{i-1})$ を省略して $E_{c,i}$ と表示する。)

2.3 すべり量と付着応力表示

付着剛性の経時変化および付着クリープに及ぼす荷重時材齢の影響を考慮し、重ね合わせの原理に基づけば、考慮している時点 t_i , ひび割れ間中央断面からの距離 x における鉄筋とコンクリート間のすべり量 $\delta_{x,i}$ は、次のように表される。

$$\delta_{x,i} = \tau_{x,i}J_k(t_i, t_1) + \sum_{j=2}^{i-1} \Delta\tau_{x,j-1}J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) \quad (3)$$

式(3)を $\tau_{x,i}$ で表すと

$$\begin{aligned} \tau_{x,i} &= K_c(t_i, \bar{t}_{i-1}) \left\{ \delta_{x,i} - \tau_{x,i}J_k(t_i, t_1) \right. \\ &- \sum_{j=2}^{i-1} \Delta\tau_{x,j-1}J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) \\ &\left. + \tau_{x,i-1}J_k(t_i, \bar{t}_{i-1}) \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

である。ここで、

$$\begin{aligned} J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) &= 1/K_c(t_i, \bar{t}_{j-1}) \\ &= 1/\bar{K}_{j-1} + \varphi_b(t_i, \bar{t}_{j-1})/K_{28} \end{aligned}$$

である。ただし、

$\bar{K}_{j-1} = (K_j + K_{j-1})/2$, \bar{K}_{j-1}, K_{28} : 荷重材齢 \bar{t}_{j-1} および28日の付着剛性, $\Delta\tau_{x,j-1} = \tau_{x,j} - \tau_{x,j-1}$, $\varphi_b(t_i, \bar{t}_{j-1})$: \bar{t}_{j-1} に荷重された t_i における付着のクリープ係数である。

2.4 つりあい条件

ひび割れ間中央断面を原点とし、座標 x において軸方向力および中立軸まわりの曲げモーメントに関し、つりあい条件を適応すれば次式が得られる。

$$C_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + C_s(y_i, \varepsilon_{s,i}) + T_c(y_i, \varepsilon_{ct,i}) + T_s(\varepsilon_{s,i}) + T_p(y_i, \varepsilon_{s,i}) = 0 \quad (5)$$

$$M_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + M_{cs}(y_i, \varepsilon_{s,i}) + M_{tc}(y_i, \varepsilon_{ct,i}) + M_{ts}(\varepsilon_{s,i}) + M_{tp}(y_i, \varepsilon_{s,i}) = M \quad (6)$$

ただし、 M は作用曲げモーメント、 $M_c(y_i, \varepsilon_{s,i})$ 、 $M_{cs}(y_i, \varepsilon_{s,i})$ 、 $M_{tc}(y_i, \varepsilon_{ct,i})$ 、 $M_{ts}(y_i, \varepsilon_{ct,i})$ および $M_{tp}(y_i, \varepsilon_{s,i})$ は中立軸まわりのコンクリートの圧縮合力 $C_c(y_i, \varepsilon_{s,i})$ 、圧縮鉄筋合力 $C_s(y_i, \varepsilon_{s,i})$ 、コンクリートの引張合力 $T_c(y_i, \varepsilon_{ct,i})$ 、引張鉄筋合力 $T_s(\varepsilon_{s,i})$ 、PC鋼材合力 $T_p(y_i, \varepsilon_{s,i})$ による曲げモーメントである。

式(5)、(6)の連立方程式を解き未知変数である $\varepsilon_{s,i}$ 、 $\varepsilon_{ct,i}$ を y_i の関数で表せば次式のようになる。

$$\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_n(y_i) = \frac{M_e}{E_{e,i} I_e(y_i)} (d - y_i) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ct,i} - \varepsilon_n(y_i) = -\frac{G_{cr}(y_i)}{G_c(y_i)} \frac{M_e}{E_{e,i} I_e(y_i)} (d - y_i) + \frac{A_{s,p,cc}(y_i)}{G_c(y_i)} (d - y_i) \quad (8)$$

ただし、

$$M_e = M + \Delta M_{cc}(y_i) + \Delta M_{cs}(y_i) + \Delta M_{tc}(y_i) + \Delta M_{tp1}(y_i) + \Delta M_{tp2}(y_i)$$

$$\Delta M_{cc}(y_i) = E_{e,i} \int_{A_c} \{ \varepsilon_{sum,c,i-1}(z) + \varepsilon_{sh,i} - \varepsilon_n(y_i) \} (z - y_i - y_c) dA_c$$

$$\Delta M_{cs}(y_i) = -A'_s E_s \varepsilon_n(y_i) (d' - y_i - y_c)$$

$$\Delta M_{ts}(y_i) = -A_s E_s \varepsilon_n(y_i) (d - y_i - y_c)$$

$$\Delta M_{tp1}(y_i) = -A_p E_p \varepsilon_n(y_i) (d_p - y_i - y_c)$$

$$\Delta M_{tp2}(y_i) = -A_p E_p \varepsilon_{p,i} (d_p - y_i - y_c)$$

($\Delta M_{tp2}(y_i)$: 初期緊張力によるモーメント)

$$A_{s,p,cc}(y_i) = \int_{A_c} \{ \varepsilon_{sum,c,i-1}(z) + \varepsilon_{sh,i} - \varepsilon_n(y_i) \} dA_c - n_{s,i} (A'_s + A_s) \varepsilon_n(y_i) - n_{p,i} A_p \varepsilon_{p,i}$$

であり、また

$n_{s,i} : E_s / E_{e,i}$ 、 $n_{p,i} : E_p / E_{e,i}$ 、 $y_c : I_c(y_i) / G_c(y_i)$
 $I_e(y_i) : I_{cr}(y_i) - G_{cr}(y_i) y_c$
 $G_{cr}(y_i) : G'_c(y_i) + n_{s,i} \{ G'_s(y_i) + G_s(y_i) \} + n_{p,i} G_p(y_i)$
 $I_{cr}(y_i) : I'_c(y_i) + n_{s,i} \{ I'_s(y_i) + I_s(y_i) \} + n_{p,i} I_p(y_i)$
 A_c : コンクリート断面積、 A'_s, A_s : 圧縮鉄筋および引張鉄筋の断面積、 $G'_c(y_i), G_s(y_i)$: 中立軸まわりの圧縮域のコンクリートおよび圧縮鉄筋の断面一次モーメント、 $G_c(y_i), G_s(y_i)$: 中立軸まわりの引張域のコンクリートおよび引張鉄筋の断面一次モーメント、 $I'_c(y_i), I_s(y_i)$: 中立軸まわりの圧縮域のコンクリートおよび圧縮鉄筋の断面二次モーメント、 $I_c(y_i), I_s(y_i)$: 中立軸まわりの引張域のコンクリートおよび引張鉄筋の断面二次モーメントである。

したがって、任意断面での鉄筋とコンクリートとのすべりを δ_x とすればその勾配 $d\delta_x / dx$ が y_i の関数として次のように求められる。

$$\frac{d\delta_x}{dx} = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{ct,i} \quad (9)$$

$$= \left[1 + \frac{G_{cr}(y_i)}{G_c(y_i)} \right] \frac{M_e}{E_{e,i} I_e(y_i)} (d - y_i) - \frac{A_{s,p,cc}(y_i)}{G_c(y_i)} (d - y_i) \quad (10)$$

また、式(9)を x で微分したものに、式(7)、(8)を微分したものと $d\varepsilon_{s,i} / dx = \{ u / A_s E_s \} \tau_{x,i}$ を代入すると基礎方程式として次式が得られる。

$$\frac{d^2 \delta_x}{dx^2} = \left(1 - \frac{\frac{\partial}{\partial y_i} A}{\frac{\partial}{\partial y_i} B} \right) \frac{u}{A_s E_s} \tau_{x,i} \quad (11)$$

ここで、 u は引張鉄筋の全周長である。また A と B は次式のとおりである。

$$A = -\frac{G_{cr}(y_i)}{G_c(y_i)} \frac{M_e}{E_{e,i} I_e(y_i)} (d - y_i) + \frac{A_{s,p,cc}(y_i)}{G_c(y_i)} (d - y_i)$$

$$B = \frac{M_e}{E_{e,i} I_e(y_i)} (d - y_i)$$

付着応力 $\tau_{x,i}$ はすべり量と位置の関数であり、 $\delta_{x,i}$ と y_i が未知変数であるので、式(10)と連立すれば、次の境界条件のもとで数値解析ができる。

2.5 境界条件

境界条件はひび割れ間中央断面($x=0$)およびひび割れ断面($x=a$)において次のように定められる。

$$x=0 : \delta_x = 0$$

$$x=a : \frac{d\delta_x}{dx} = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{t,i}$$

ただし、 $\varepsilon_{t,i} = \varepsilon_{sum,c,i-1}(d) + \varepsilon_{sh,i}$ である。

3. 実験概要

本解析法の妥当性を検証する実験値は文献^[2]を参考にしたものであるので、ここではその概要を簡潔に説明する。

3.1 供試体の作製

供試体の形状は、断面が 20×25 cm、長さが 240cm の矩形断面はりである。供試体の種類は断面を図-3 に示すような鋼材の構成により、表-1 の一覧表に示すように引張鉄筋比、圧縮鉄筋比およびプレストレス量をパラメータとした PRC 部材 6 種類である。またこの他に同断面のクリープおよび収縮計測用のプレーン供試体を作製した。供試体の荷重条件は、材齢 9 日でプレストレスを導入し、材齢 17 日で持続荷重を荷重した。養生条件としては、プレストレス導入時まで湿潤養生を行い、導入後直ちに乾燥を開始した。

3.2 荷重方法および計測項目

荷重はスパン 210cm、せん断スパン長 65cm の 2 点荷重とした。純曲げ区間 80cm を試験対象区間として平均曲率、コンクリートの圧縮ひずみ、ひび割れ幅、鉄筋ひずみを計測した。

4. 材料の性質

コンクリートの圧縮強度、引張強度および弾性係数は、標準養生材齢 28 日で 44.5、3.6、 36.8×10^3 であり、荷重時で 45.4、3.6、 32.2×10^3 (単

位はいずれも N/mm^2) である。解析において、材齢 t_j におけるコンクリートの弾性係数 $E_{c,j}$ には荷重時の弾性係数を用いた。プレーン供試体のクリープ係数および収縮ひずみの測定結果を図-4、5 に示す。図-4 に示す複数の実線は CEB-MC90 の方法で求めた荷重時材齢を考慮したクリープ係数を実測のクリープひずみで一致するように補正したものである。

5. 付着特性

持続荷重試験の静的荷重時と同時に破壊まで荷重したほぼ同一断面の供試体 3 体の試験対象区間内において、ひび割れ間隔が広い区間を 1 つ選び、その区間内で実測された鉄筋ひずみ分布から求めた付着すべり関係を図-6 に示す。実線はドットで示す 3 体の供試体の実測結果を回帰した直線であり、その勾配を付着剛性 \bar{K}_j とした。また 28 日における付着剛性 K_{28} は \bar{K}_j と同値とした。ひび割れ近傍の付着劣化領域の範囲は鉄筋径の 1.5 倍とし、経

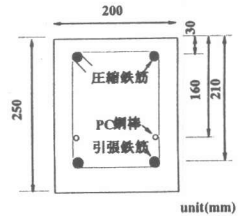


図-3 断面図

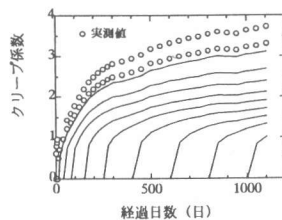


図-4 クリープ係数の経時変化

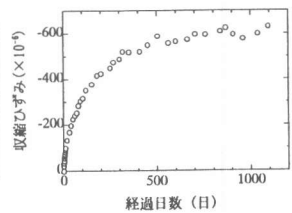


図-5 収縮ひずみの経時変化

表-1 供試体一覧

名称 引張鉄筋 - 圧縮鉄筋 (PC鋼棒)	引張鉄筋		PC鋼棒		圧縮鉄筋		PC鋼棒 緊張 応力 (N/mm^2)	持続 荷重 モーメント ($kN \cdot m$)
	断面 積 A_s (mm^2)	鉄筋 比 ρ_s (%)	断面 積 A_p (mm^2)	鉄筋 比 ρ_p (%)	断面 積 A_s' (mm^2)	鉄筋 比 ρ_s' (%)		
D16-0(7.1)	397.2	0.79	80	0.16	-----	-----	882	22.1
Dm16-D16(7.1)	315.1	0.63	80	0.16	397.2	0.79	882	22.1
D13-0(9.0)	253.4	0.51	128	0.26	-----	-----	921	22.2
Dm13-D16(9.0)	186.1	0.37	128	0.26	397.2	0.79	921	22.2
D10-0(10.7)	142.7	0.29	180	0.36	-----	-----	921	23.5
D10-D16(10.7)	142.7	0.29	180	0.36	397.2	0.79	921	23.5

(Dm: 溝切り加工した鉄筋)

時的に一定とした。付着劣化域の付着剛性は、図-7に示すようにひび割れ断面に向かって直線的に低下させた。

図-8は荷重時材齢を考慮した付着のクリープ係数である。ドットで示す $\phi_b(t_i, t_1)$ は高橋らの実験結果^[3]を参考に、実線はコンクリートと同様に荷重時材齢がたつに従って付着クリープ係数が小さくなるように $\phi_b(t_i, \bar{t}_{j-1}) = \{1 - \bar{t}_{j-1} / t_i\} \phi_b(t_i, t_1)$ と仮定して求めた。

6. 結果と考察

6.1 平均曲率の経時変化

平均曲率の経時変化について代表的な例を図-9, 10に示す。解析値としては、本解析値とともに、山本ら^[2]の方法で計算した全断面有効断面およびひび割れ断面と、この2つを用いて得られたCEB-MC90の方法による按分値を示す。図-9に関して、実測値と本解析値を比較すると本解析方法は概ねよく評価している。しかし、図-10に示すD10-D0(10.7)供試体の場合、本解析値およびCEB-MC90はともに実測値を過大評価している。この理由としてひび割れ断面における引張域のコンクリートが引張応力を負担している可能性が考えられる。このことからプレストレス量が大きく特にひび割れ幅が小さい場合、ひび割れ断面のコンクリートの引張力の考慮が必要であると考えられる。また全ての供試体について経過日数1100日時点での実測値に対する本解析値の比は全供試体の平均で1.04であり、全体的に本解析値は実測値を精度良く評価していると考えられる。

6.2 圧縮部コンクリートひずみの経時変化

圧縮縁から1cm位置のコンクリートの平均圧縮ひずみの経時変化について代表的な例を図-11, 12に示す。また、全供試体について1100

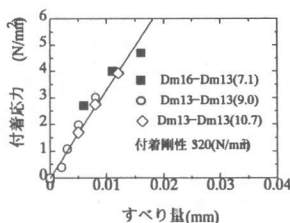


図-6 付着すべり関係

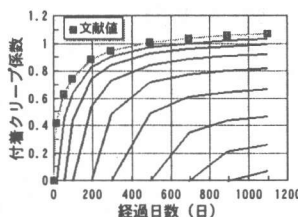


図-8 付着クリープ係数の経時変化

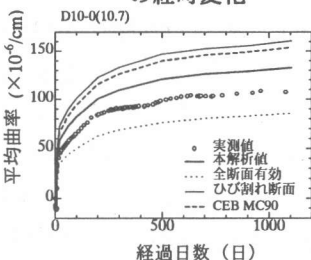


図-10 曲率の経時変化

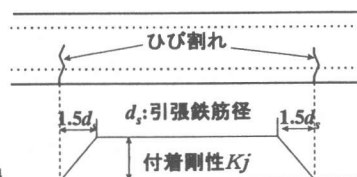


図-7 付着劣化

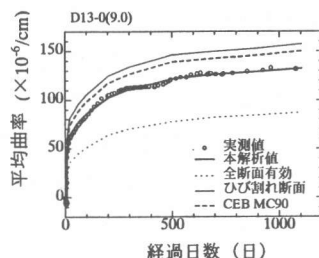


図-9 曲率の経時変化

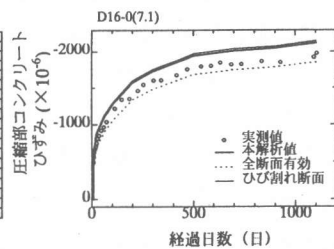


図-11 圧縮部コンクリートひずみの経時変化

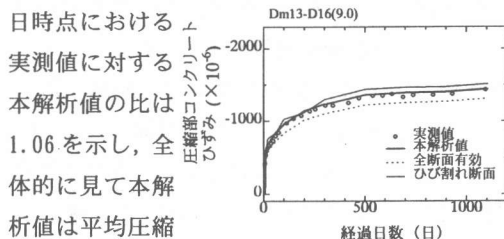


図-12 圧縮部コンクリートひずみの経時変化

日時点における実測値に対する本解析値の比は1.06を示し、全体的に見て本解析値は平均圧縮ひずみに関して

6.3 引張鉄筋ひずみの経時変化

図-13, 14にDm16-D16(7.1)およびDm13-D16(9.0)についての鉄筋の平均ひずみとひび割れ断面での最大ひずみを示す。ここで、CEB-MC90とは曲率を求める場合と同様に全断面有効断面とひび割れ断面を按分した値である。CEB-MC90の場合、平均ひずみをいずれの供試体に対しても過大評価し、特にその傾向はプレ

ストレス量の大きい Dm13 - D16(9.0)の場合顕著である。これに対し、本解析法によるテンションスティフニング効果は概ね高い精度で評価されている。しかし、実測平均ひずみが経時的に増大しているにも拘わらず、本解析法は

Dm16-D16(7.1)の場合ほぼ一定、Dm13-D16(9.0)の場合逆に減少する傾向を示している。この理由の一つにひび割れ断面のコンクリート引張応力負担の減少による鉄筋ひずみ増加が挙げられ、Dm16-D16(7.1)の平均ひずみは最大ひずみ

とほぼ並行に増大している。平均ひずみの減少は付着の効果が増大していることを示すもので、収縮の進行によりすべりが増大する一方、これに対応して進行する付着クリープを小さく評価するモデルを用いているためと考えられる。このことから付着クリープは鉄筋径の影響を受ける可能性がある。

6.3 平均ひび割れ幅の経時変化

図-15, 16 に試験区間で計測された平均ひび割れ幅と解析値の経時変化を比較して示す。解析値においては実測平均ひび割れ間隔を用いている。これによれば、解析値は概ね実測値とよく一致している。このことから、ひび割れ間隔を実際に近い値に推測できれば、ひび割れ幅もかなり高い精度で予測できるといえよう。ただし、プレストレスが高く、ひび割れ幅が小さい D10-0(10.7)および D10-D16(10.7)の場合には、解析値は過大評価した。これは、図-10 においても述べたように、引張部コンクリートの応力負担であると考えている。また、D16-0(7.1)の場合解析値は実測値を過大評価しているが、実測値が小さすぎることも一因と思われる。

7. まとめ

本研究の範囲内で得られた結論をまとめる

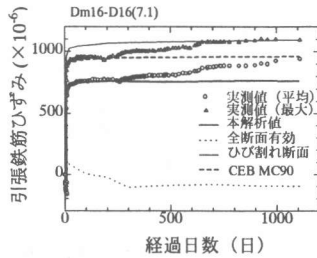


図-13 鉄筋ひずみの経時変化

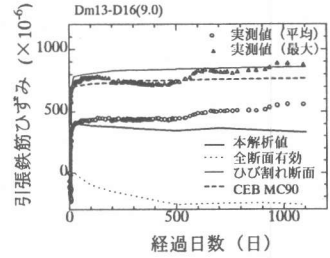


図-14 鉄筋ひずみの経時変化

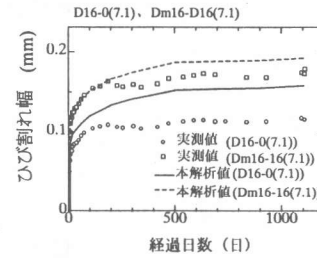


図-15 ひび割れ幅の経時変化

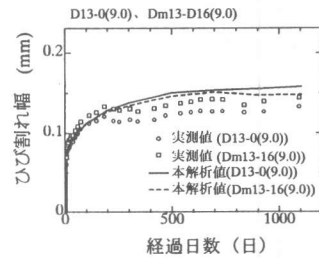


図-16 ひび割れ幅の経時変化

と以下のとおりである。

1) PRC 曲げ部材のひび割れ間要素の時間依存性変形解析のための、コンクリートおよび付着すべり関係に重ね合わせの原理を適用した、付着に基づく基礎方程式を定式化した。

2) この方程式に基づき、ひび割れ間隔以外は、経験則に基づくことなく、プレストレス導入から長期にわたるまでの変形、平均ひび割れ幅の連続的な解析が可能となった。

3) 本解析法による時間依存性変形、平均ひび割れ幅は実測値とかなりよく一致した。ただし、プレストレスがかなり高い場合には過大評価する傾向がある。

参考文献

- [1]阿部司ほか：重ね合わせの原理に基づく RC 曲げ要素の変形解析理論について、コンクリート工学年次論文報告集，Vol.19,No.2,pp.687-692,1997
- [2]山本浩嗣ほか：PRC 部材の長期変形挙動の検討，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.16,No.2,pp.973-978,1994
- [3]高橋久雄ほか：鉄筋とコンクリートの付着クリープ性状に関する研究，コンクリート工学年次講演会講演論文集，Vol.1,pp.465-468,1979