

## 論文 コンクリートの弾性係数と複合理論の適用

川上 英男\*<sup>1</sup>

要旨：先に筆者はコンクリートの弾性係数評価に従来の複合モデルに替わる近似複合理論式を提案した。それは母材の弾性係数より骨材の弾性係数が大きい場合を対象としていた。本論文では母材の弾性係数より骨材の弾性係数が小さい場合に対して検討した。基本となる複合モデルの選択, 近似複合理論式中の係数の選定, 並びにそのような骨材を用いたコンクリートの実験による検証を経て, 母材と骨材の弾性係数の大小に関係なく近似複合理論式の一般的展開が可能であることを見いだした。なお慣用の圧縮強度と比重をパラメータとする弾性係数算定値との比較を行なった。

キーワード：コンクリート, 弾性係数, 複合モデル, 骨材, 圧縮歪み

## 1. まえがき

コンクリートの弾性係数はコンクリート構造物の剛性評価にとって重要な因子である。セメントを結合材とするコンクリートはセメント硬化体, 細骨材及び粗骨材の複合体であり, その弾性係数もそれらの構成素材の性質と構成比によって異なる。

コンクリートの弾性係数評価の慣用的方法は, コンクリートの圧縮強度と比重をパラメータとするものである<sup>1)</sup>。川上は既報<sup>2)</sup><sup>3)</sup>において, コンクリートを母材モルタルと粗骨材から成る二相材として扱い, これら構成素材の弾性係数と構成比に基づく近似複合理論によってコンクリートの弾性係数を評価する方が慣用的方法より実験値に近い結果を与えることを報告した。

既報では二相複合モデルにおいて骨材の弾性係数が母材モルタルの弾性係数より大きい場合を対象としていた。本論文では骨材の弾性係数が母材の弾性係数より小さい場合(例えば軽量骨材)を対象とし, 近似複合理論式の適用の可能性を検討するものである。これによって母材と骨材の弾性係数の大小に

関係なく適用できる近似複合理論式の一般的展開を意図するものである。

近似複合理論式は基本となる複合モデルの骨材含有率が 0.5 以下の範囲を対象とし, 骨材と母材のModular ratio ( $E_a/E_m$ ) と係数  $k$  の関係を導入することでモデルの解の近似化を図っている。したがって上述のような一般的展開を得るにはその関係が母材の弾性係数より骨材の弾性係数が小さい範囲にも当てはまる必要がある。

それにはまず 1) 複合モデルの選択とそれに基づく近似複合理論式中の係数  $k$  を算定すること, 2)  $E_a/E_m$  と係数  $k$  の関係が拡張範囲も含めて統一した形で表現できることを理論的に追求することが前提となる。次に骨材の弾性係数を設定する必要がある。本論文では粒状体の骨材の弾性係数をコンクリートの実験から近似複合理論を用いて逆解析する方法を試みている。本論文ではそれらに加えて, 川砂利及び 2 種類の焼成軽量骨材を用いたコンクリートの実験によってその適用性を検討するものである。

\*1 福井工業大学教授 工学部 建設工学科 工博(正会員)

## 2. 近似複合理論式の拡張

これまでに提案されている二相モデルを図1に示す。また同図にこれらのモデルによる二相複合体の弾性係数の算定値 ( $E_c$ ) を複合体中の骨材の含有率 ( $V$ ) に対して示した。同一の骨材含有率における弾性係数算定値は 並列モデル (a) (Uniform strain) が上限, 直列モデル (b) (Uniform stress) が下限を示し, (c) (d) (e) は さらに精密な解析を 追及したものであって, それらの算定値はモデル (a) と (b) 中間の値を示す。例として最も精密とされるHashin-Hansenモデル (e) の解を式 (e) に示す。

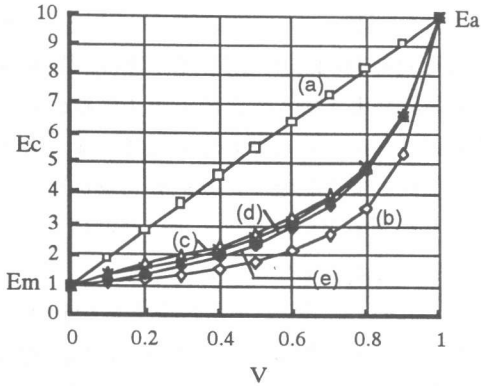
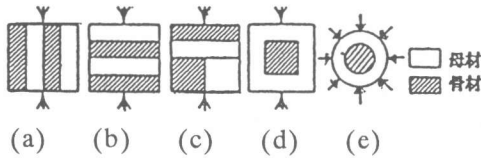


図1 二相複合モデル

$$E_c = \frac{V_m E_m + (1 + V_a) E_a}{(1 + V_a) E_m + V_m E_a} E_m \quad (e)$$

$E_c, E_m, E_a$ : 複合体, 母材, 骨材の弾性係数  
 $V_m, V_a$ : 複合体中の母材, 骨材粒子の体積含有率, ( $V_m + V_a = 1$ )

上述のように複合理論による弾性係数の算定式は, その解析精度を増すモデルになる程, 式は複雑となって, 却って実用には適さない結果となっている。

ここに言う著者提案の近似複合理論式とは図2に示すように 従来の複合理論式を簡略化し, 式 (1) で二相複合体の弾性係数を算定しようとするものである。

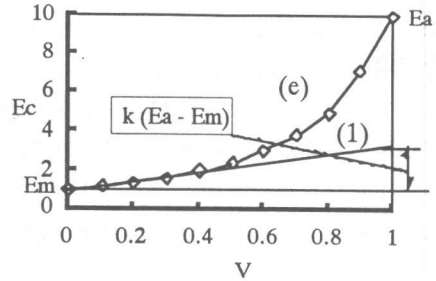


図2 近似複合理論式

$$E_c = E_m + k (E_a - E_m) V \quad (1)$$

$E_c, E_m, E_a$ : 複合体, 母材, 骨材の弾性係数  
 $V$ : 骨材含有率  
 $k$ : ( $E_a/E_m$ ) に対応する係数,  $V < 0.5$

図1の骨材含有率と弾性係数算定値の関係が骨材含有率 0.5 以下では比較的直線に近いこと, また実用のセメント系材料では, モルタル中の砂含有率, 及びコンクリート中の粗骨材の含有率はいずれも 0.5 以下が殆どである点に着目したものである。

ここに式 (1) の  $k$  は骨材と母材の弾性係数比  $E_a/E_m$  によって定まる性格を持っている。モデル (e) の  $V < 0.5$  について, 複合理論値 ( $E_{cr}$ ) と 近似式 (1) による算定値 ( $E_{c1}$ ) との差の  $E_{cr}$  に対する比  $\alpha = (E_{c1} - E_{cr}) / E_{cr}$  が最小となるように Trial and error method によって求めた  $k$  値を表1に示す。

しかしながら, この  $\alpha$  は同一の  $E_a/E_m$  と  $k$  の組み合わせにおいても骨材含有率 ( $V$ ) によって異なった値を示す。  $V$  がごく小さい場合から 0.5 に向けて増加すると,  $\alpha$  の値は正から減少し, やがて負に転ずる。したがって  $k$  の選択にあたっては  $\alpha$  の正負両側の値

が小さくなるように注目する必要がある。

表 1 には選定した  $k$  に対する  $\alpha$  の最大値  $\alpha_{max}$  と対応する  $V$  の値を示しておく。 $\alpha_{max}$  は  $Ea/Em=2$  では  $-0.014$  で、 $Ea/Em$  が大きくなるにつれて大きくなり、 $Ea/Em=5$  では  $-0.06$  である。

なお式 (1) は係数  $k$  の選択によって (a) から (e) のどのモデルにも適用が可能である。

表 1  $Ea/Em$  と  $k$  値

$Ea/Em$	$k$	$\alpha_{max}; V$
1	1	0
2	0.76	0.008; 0.18, -0.014; 0.5
3	0.62	0.021; 0.18, -0.028; 0.5
4	0.52	0.031; 0.18, -0.042; 0.5
5	0.44	0.035; 0.18, -0.060; 0.5

モデル (e) に対する  $k$  値と ( $Ea/Em$ ) との関係を図 3 に、関係式を式 (2) に示す。

$$k = -0.3473 \ln(Ea/Em) + 1.006 \quad (2)$$

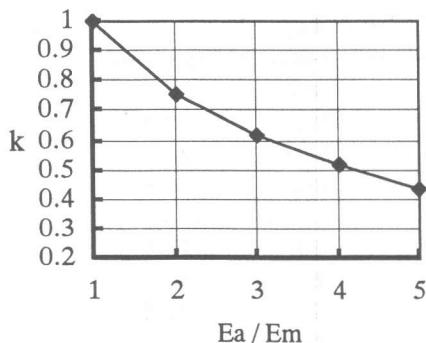


図 3  $Ea/Em$  と  $k$  の関係

この  $k$  は  $Ea/Em > 1$  に対して求めたものである。式 (1) を  $Ea/Em < 1$  の範囲も含

めて適用するためには  $Ea/Em$  と  $k$  の関係について比較的簡明で、しかも出来るだけ精度の高い外挿ができる形を求める必要がある。

ここでは  $Ea/Em$  の対数 (常用) と  $k$  の関係を直線で表現する式 (3) が上記の目的に対して適切であることを見いだした。

図 4 は式 (3) を示したものである。

$$k = -0.8 \log(Ea/Em) + 1 \quad (3)$$

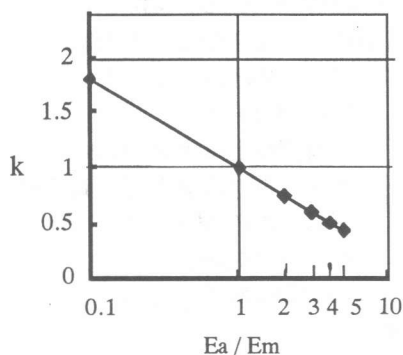


図 4  $Ea/Em$  と  $k$  の関係

式 (3) では  $Ea/Em$  が 0.1 で  $k=1.8$  を与えている。さらに  $Ea/Em$  が小さくなると、対数軸の故に図 4 の横軸は 0.01, 0.001 と延長されるごとに、 $k$  の値は 0.8 ずつ増加し、 $Ea/Em = 0$  に対して理論的には一定値を示さないことになる。因に筆者はゴムを用いたモルタルの実験から  $Ea/Em = 0.0028$  に対して  $k=2.2$  と求めており<sup>4)</sup>、 $Ea/Em=0$  に対して Ishai<sup>5)</sup> は 1.91 を与えている。

このように  $Ea/Em$  の極めて小さい場合における式 (3) の信頼性については不明瞭であるものの、実用のコンクリートに用いられる骨材に対しては  $Ea/Em > 0.1$  を見込んでおけば式 (3) は充分適用可能と考えられる。

ここに  $Ea/Em$  が 0.1 より 5 という実用的範囲において式 (1) を適用できる可能性が得られた。

### 3. 実験

上述の近似複合理論式の適用について、 $E_a/E_m > 1$ の例として川砂利、 $E_a/E_m < 1$ の例として焼成軽量骨材2種を用いて実験的に検討した。

#### 3.1 実験概要

##### (1) 材料

普通ポルトランドセメント，比重：3.15

細骨材 豊浦産 珪砂，比重：2.63

粗骨材 九頭竜川産砂利（以下Gvと略）

粒径：5-10mm，表乾比重：2.64

M社製 破碎型焼成軽量骨材

（以下Me骨材と略称）

粒径：5-10mm，

24時間吸水時比重：1.63

A社製 造粒型焼成超軽量骨材

（以下As骨材と略称）

粒径：5-10mm，

24時間吸水時比重：0.94

##### (2) 調合

モルタルの水セメント比は0.4、0.6の2種類とし、それぞれのモルタルに表乾状態の川砂利または24時間吸水の軽量粗骨材を内

割り（絶対容積）で35%加えてコンクリートとした。調合を表2に示す。

表2 調合表 (1/m<sup>3</sup>)

w/c	水	セメント	細骨材	粗骨材
0.4	232	185	223	350
0.6	258	137	245	350

##### (3) 混練、養生

モルタルミキサを用いて、珪砂モルタルを機械練り（2分半）の後、所定量のモルタルと粗骨材を練り鉢に取り分け、手練りを加えて型枠（5cmφ x 10cm）に打ち込んだ。翌日キャッピング、翌々日脱型、材齢4週迄水中養生。

##### (4) 圧縮試験

試験体両側面に歪みゲージ（モルタル用-検長20mm、コンクリート用-検長30mm）を貼り付け、荷重段階1000-2500N毎に圧縮歪みを計測した。試験体は各種3本、合計36本である。

表3 実験結果

W/C	粗骨材	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	Fc (MPa)	Eo (GPa)	E (GPa)
0.4	(Mortar)	2.23	45.1	30.4	28.3
0.4	As	1.74	26.2	20.3	19.9
0.6	(Mortar)	2.19	33.0	27.7	24.3
0.6	As	1.69	19.4	18.3	16.6
0.4	(Mortar)	2.22	56.3	32.1	28.9
0.4	Me	1.94	30.0	21.9	20.6
0.6	(Mortar)	2.19	31.9	25.8	23.1
0.6	Me	1.95	24.1	20.4	18.6
0.4	(Mortar)	2.22	45.7	32.2	29.2
0.4	Gv	2.37	47.2	39.3	36.5
0.6	(Mortar)	2.18	29.5	27.0	23.4
0.6	Gv	2.33	25.8	35.0	31.4

### 3.2 実験結果

圧縮試験で得た応力度歪度関係を式(4)で表した。相関係数はほとんどの場合 0.999 以上であった。これより初期弾性係数 ( $E_0$ ) と最大応力度の 1/3 における割線弾性係数 ( $E$ ) を求めた。

$$s = Ae + Be^2 + Ce^3 \quad (4)$$

$s$  : 応力度,  $e$  : 歪度

解析結果を比重 ( $\rho$ ) 及び圧縮強度 ( $F_c$ ) と共に表 3 に示す。各値は試験体 3 本の平均値である。

## 4. 考察

### 4.1 粗骨材の弾性係数

複合理論によってコンクリートの弾性係数を算定するには母材と骨材の弾性係数が必要である。骨材の弾性係数は川砂利の場合は別に母岩コアから求めることも不可能ではない。しかしそれでも川砂利のように多種の岩種を含む場合には砂利全体の弾性係数を求めるのは容易ではない。まして焼成軽量骨材のように、骨材粒の表面は焼成過程において溶解して硬質の皮殻を形成し、内部は porous な気泡構造をなしている場合は骨材自体から骨材粒の弾性係数を求めることはできない。

そこで弾性係数実験値  $E_0$  に式(1)を適用して Trial and error method による逆解析を行い、骨材の弾性係数  $E_a$  を間接的に求めた。それらの値を表 4 に示す。

このような手法を用いれば粒状体の母材中における弾性係数の想定が可能となった。しかし同種の骨材でも調合によってその値は必ずしも一致していない。それが実験のばらつきに起因するのか本質的に調合と関連するのかについてはさらに検討する必要がある。ここでは各骨材について平均値  $E_a$  を採用しておくことにする。

表 4 粗骨材の弾性係数

骨材	W/C	$E_a$ (GPa)	$E_a$ (GPa)
As	0.4	10.2	9.7
	0.6	9.2	
Me	0.4	11.0	12.2
	0.6	13.3	
Gv	0.4	57.6	57.9
	0.6	58.2	

### 4.2 コンクリートの弾性係数算定

以上の検討によって近似複合理論式の適用範囲が拡張され、また粗骨材の弾性係数  $E_a$  が算定されたことから、コンクリートの弾性係数算定の条件が整った。各種骨材の弾性係数平均値  $E_a$  と母材モルタルの弾性係数実験値  $E$  を用いて式(1)によってコンクリートの弾性係数  $E_1$  を算定した結果を実験値  $E$  と共に表 5 に示す。

表 5 コンクリートの弾性係数

骨材	w/c	$E$ (GPa)	$E_1$ (GPa)	$E_4$ (GPa)
As	0.4	19.9	19.4	15.7
As	0.6	16.6	17.6	12.9
Me	0.4	20.6	21.3	19.7
Me	0.6	18.6	18.4	17.7
Gv	0.4	36.5	36.9	33.4
Gv	0.6	31.4	31.7	24.1

また比較のために比重と圧縮強度をパラメータとする慣用の式(4)<sup>1)</sup>による弾性係数  $E_4$  を求めた結果を表 5 に併記する。

$$E_c = 2.1 \times 10^5 (\rho/2.3)^{1.5} (F_c/200)^{0.5} \quad (4)$$

$\rho$  : 比重,  $E_c$  : 弾性係数 ( $\text{kg/cm}^2$ )

$F_c$  : 圧縮強度 ( $\text{kg/cm}^2$ )

弾性係数算定値 E1 と E4 を実験値と比較したのが 図 5 である。

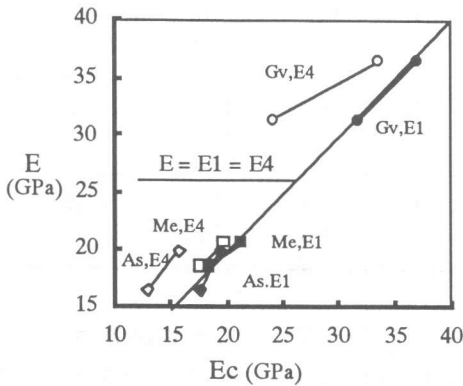


図 5 実験値 E と算定値 Ec

E4 は Me 骨材の場合は実験値に近いが、As 骨材と Gv 骨材では実験値よりかなり低い値を示している。一方 E1 はどの骨材の場合も実験値に近い結果を与えているが、これは同一の実験結果から推定した  $E_a$  を用いているので当然の帰結である。その信頼性は別の実験に対して本論で得られた骨材の弾性係数を用いて検証する必要がある。

以上、前節のように骨材の弾性係数が推定できれば、それが母材に比べて小さい場合も大きい場合と同様の扱いでコンクリートの弾性係数評価の手掛かりとなることを示した。

## 5 むすび

粗骨材の弾性係数が母材モルタルの弾性係数より小さい場合を含めて、コンクリートの弾性係数評価に対して著者提案の近似複合理論式の適用を検討し、次の結果を得た。

- 1) Hashin-Hansen 複合モデルに基づく場合に対して、著者提案の近似複合理論式中の係数  $k$  と  $E_a/E_m$  の対数との関係が直線近似で表されることを見いだした。そして

近似複合理論式を Modular ratio  $E_a/E_m$  が 1 より小さい範囲に拡張した。

- 2) コンクリートと母材モルタルの初期弾性係数から川砂利、軽量骨材及び超軽量骨材の弾性係数を近似複合理論式を用いた逆解析によって評価する手掛かりを得ることができた。

このような手法で求めた骨材の弾性係数のばらつきの範囲とそれに基づいた複合理論によるコンクリートの弾性係数算定値の実験値に対する比較検証は今後の検討課題である。

## 謝辞

実験については福井工業大学学生 山本健太郎、三谷浩司、丸谷直己の諸君に負うところ大きく、機器の整備には伊豆蔵庫喜氏の御協力を得ました。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会構造委員会：コンクリート構造物の剛性評価に用いるヤング係数について、建築雑誌，Vol.100，No.1241，pp.36-47，1985.12
- 2) 川上英男：コンクリートのヤング係数評価と複合モデルの近似，第 21 回セメントコンクリート研究会論文報告集，pp.85-88，1994.10
- 3) 川上英男：コンクリートの弾性係数と近似複合理論，コンクリート工学年次論文集，Vol.17，No.1，pp.497-500，1995.6
- 4) 川上英男：モルタルの弾性係数評価と近似複合理論，コンクリート工学年次論文集，Vol.20，No.2，pp.559-568，1998.7
- 5) Newmann, K. : Composite Materials - Concrete Systems-, Elsevier Publ. Co., pp.336-452, New York, 1966