

論文 簡単な画像処理を用いたフリーメッシュ法の二次元問題への適用

松本 洋*1・伊良波 繁雄*2・富山 潤*3・矢川 元基*4

要旨 :近年の計算機性能の飛躍的な向上に伴って数値解析技術が大きく発展しており,有限要素法(FEM)はこの有力なものとして様々な分野で幅広く利用されている。一方,解析対象の大規模化,複雑形状化に伴い,解析モデルを作成するのに多大な労力を必要とする。このような背景のなか,入力データとしては節点情報のみを必要とするフリーメッシュ法(以下 FMM)が矢川・山田らによって提案されている。本研究は解析に必要な入力データをデジタルカメラで写したデジタル画像データを用いることにより,フリーメッシュ法を用いた二次元解析が更に容易になることを示した。

キーワード :フリーメッシュ法,有限要素法,コンクリート,デジタル画像

1. はじめに

近年の計算機性能の飛躍的な向上に伴って数値解析技術が大きく発展しており,有限要素法(FEM)はこの有力なものとして様々な分野で幅広く利用されている。一方,解析対象の大規模化,複雑形状化に伴い,解析モデルを作成するのに多大な労力を必要とする。これらに対処する手段として,要素(格子)を必要としないメッシュレス法の研究が盛んに行われてきている。

メッシュレス法の一種に矢川・山田らによって提案された FMM がある。FMM は有限要素法を基にしたメッシュレス法の一種で,入力データとして要素一節点コネクティビティ情報を必要とせず,節点情報のみを与えるだけで良く,剛性行列の評価は各節点単位で行われる。

デジタル画像は,ピクセル(画素)という単位からなり,1ピクセルは方眼紙でいう1マス(アスペクト比1:1の場合)に相当する。また,各ピクセルはRGBカラー情報を持っている。本研究は FMM が解析データとして節点情報のみを必要とすることと上述のデジタル画像の性質を利用し,デジタル画像から FMM の解析データ作成法を示し,二次元応力問題に適用した。

2. フリーメッシュ法³⁾

2.1 基本的アルゴリズム

FMM については矢川・山田³⁾が詳しく述べているので,ここでは簡単に説明する。従来の有限要素法解析プログラムでは,剛性行列が要素単位で評価されるため,入力データとして各節点情報と要素一節点コネクティビティ情報が必要となるのに対し,FMM の入力データは節点情報のみでよく,剛性行列の評価は各節点単位で行われる。

基本的なアルゴリズムとしては,各節点ごとに,その付近の節点(衛星節点)を集めて一時的に三角形要素を作り,これらの一時的な三角形要素の要素剛性行列から中心節点に寄与する成分を集め,全体剛性行列を作成していく。具体的には,図-1のように,中心節点 l 付近にある衛星節点 (m, n, o, p, \dots) を集め,中心節点 l に対して時計または反時計まわりに並べ,順に二点をとって中心節点 l とともに一時的に三角形要素 (lmn, lno, lop, \dots) を作る。各三角形要素(例 lmn)について有限要素法と同様に要素剛性行列 $[K_e]_{lmn}$ を作成し, $[K_e]_{lmn}$ の中心節点 l に寄与する成分のみを全体剛性行列 $[K]$ に足し込んでいく。得られた剛性行列をもとに連立一次方程式を解く方法は,従来用いられている直接法や反復法を用いること

*1 琉球大学大学院 工学研究科 環境建設工学専攻 (正会員)

*2 琉球大学助教授 工学部環境建設工学科 工博 (正会員)

*3 琉球大学大学院 工学研究科 工学修士 (正会員)

*4 東京大学教授 工学部システム量子工学科 工博

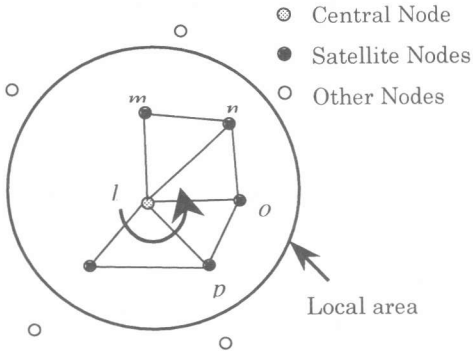
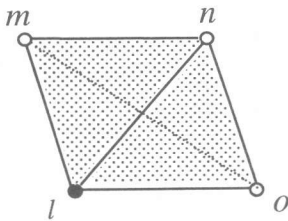


図-1 節点 l 周りの一時的な三角形要素ができる。

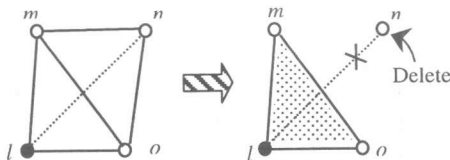
2.2 衛星節点の選択法

FMM では、衛星節点選択手法としてどの節点(中心節点)に関しても同じ三角形要素を作成する必要がある。以下に最適衛星節点の選択方法を示す。

図-2 に示すように中心節点 l と衛星節点 (m, n, o) で形成される四角形の対角線 $(\overline{ln}, \overline{mo})$ の長さを比較して \overline{ln} が \overline{mo} より短ければ節点 n を中心節点 l の衛星節点として採用する(図-2(a)参照), 逆に \overline{mo} が \overline{ln} より短ければ節点 n を中心節点 l の衛星節点から省く(図-2(b)参照)という考え方を一般化した方法である。また、対角線の長さが等しい場合は、中心節点を座標原点としたときの第1, 3象限では、図-2(a)を第2, 4象限では図-2(b)のパターンをそれぞれ採用した。



(a) $\overline{ln} < \overline{mo}$ の場合

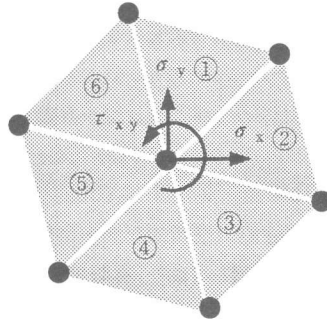


(b) $\overline{mo} < \overline{ln}$ の場合

図-2 最適衛星節点選択アルゴリズム

2.3 中心節点の応力評価

従来の有限要素法解析の応力評価は、要素単位や積分点単位で行うが、FMM では要素を意識しないため応力評価が困難となる。そこで、図-3 に示すように中心節点と衛星節点とで一時的に三角形要素が形成されるとき、それらすべての三角形要素の応力を計算し、それらの平均値を中心節点の応力としている。



$$\{\sigma\} = \frac{\left(\sum_{i=1}^6 \sigma_i\right)}{\sum_{i=1}^6 \text{Element}_i} \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

図-3 節点応力の考え方

3. デジタル画像を用いたフリーメッシュ法用のデータ作成(二次元)

FMM の解析データとして必要な節点情報とは、節点の座標とその節点の材料特性(弾性係数、ポアソン比、強度等)である。デジタル画像のピクセルの位置を節点の座標に、RGBカラー情報を材料特性に変換すれば、デジタル画像と FMM の解析データを比較的容易に対応させることができる。

以下にデジタル画像から FMM 解析データ作成法を図-4 に示す円柱コンクリート供試体を例にあげて述べる。

- (1) 図-4 に示すコンクリート供試体の寸法は $\phi 10 \times 20 \text{ cm}$ で、この供試体を横に $1/2$ に切断し、切断面を洗浄した後、切断面をデジタルカメラにより撮影。(デジタル化)
- (2) 撮影したデジタル画像から図-4 に示す $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ の正方形を取り出して、これを解析の対象と

して市販画像処理ソフトで処理した。

- (3) 次に切り出した画像を市販画像処理ソフトで単純色化する。ここで、単純色化の方法とは、異なる材料ごとに単純な色(白, 黒, 赤など)に区別することである。ここでコンクリート材料の場合、不均一性をすべて考慮することは困難なため、コンクリートを骨材とモルタルの二相材料とみなした骨材—モルタル平面モデルを用いた。これにより、**図-4**に示すように粗骨材の部分を黒色、モルタルの部分を赤色として表すことができる。
- (4) これによって得られた画像を Visual Basic で作成したピクセルの位置を節点の座標に、RGB カラー情報を材料特性に変換可能なソフト(以下、節点作成ソフト)で読み込む。
- (5) その節点作成ソフトに単純色化された色別に材料特性(弾性係数, ポアソン比, 強度等)を入力する。
- (6) 同じく節点作成ソフトに読み込まれた画像を何ピクセルごとに解析データとして読み込むか決定し入力する。これにより、ある程度の節点数を調整することができる。
- (7) さらに取り入れた画像はピクセルで表されているので、読み込む各ピクセルの位置をデカルト座標系に節点作成ソフトで変換する。
- (8) 以上より得られた解析データを**図-5**に示すデータ系列でテキスト形式のファイルを節点作成ソフトで作成する。

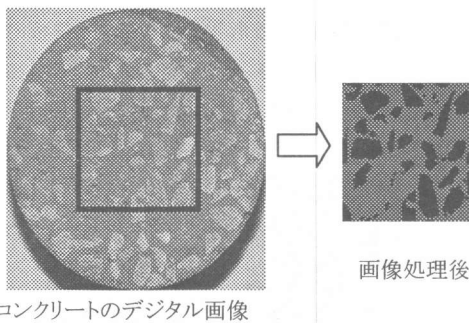


図-4 画像の単純色化

節点数 350

X座標 (cm)	Y座標 (cm)	検索半径 (cm)	ヤング係数 (kgf/cm ²)	ポアソン比	引張強度 (kgf/cm ²)	圧縮強度 (kgf/cm ²)	境界判定
0	0.09	0.18	547000	0.15	5.2	52	1
0.09	0.09	0.18	227000	0.2	3.6	36	1
0.18	0.09	0.18	227000	0.2	3.6	36	1
0.27	0.09	0.18	227000	0.2	3.6	36	1
0.36	0.09	0.18	547000	0.15	5.2	52	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

図-5 デジタル画像より得られる FMM の解析データ構造例

4. 数値解析例

4. 1一軸方向に引張力を受ける円孔を有する長方形板の応力集中問題の解析

最初に FMM の精度を確かめるために、円孔を有する長方形板(縦:20mm×横:36mm, 厚さ:1mm)の弾性解析を行った。なお、解析は対称性を考えて、**図-6**に示すように半径 5mm の円孔を有する長方形板の 1/4 だけを解析した。また、FMM に用いる有限要素は種々の要素を用いることが可能であるが、本論文ではすべての計算例で三角形定ひずみ要素を用いて解析した。なお、節点分布は格子状に配置し、この節点総数は 11520 とし、材端に作用する σ_m は 1.0kgf/mm^2 とした。

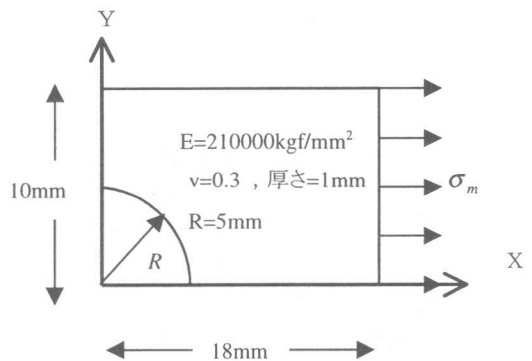


図-6 円孔を有する長方形板 (1/4)

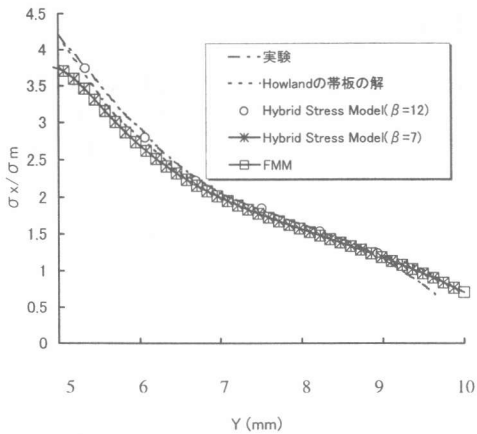


図-7 Y軸上の応力 σ_x の分布

解析結果は図-7に示す。同図よりFMMによる応力の精度は、応力の集中する円孔の縁付近で実験値、解析値^{1), 4)}に比べ10%程度低めとなっているが、他の部分ではほぼ一致することが分かる。

4. 2一軸方向に引張力を受ける円孔を有する正方形板の応力集中問題の解析

円孔を有する正方形板(縦:10mm×横:10mm, 厚さ:1mm)が一軸方向に引張力を受ける問題の弾性解析を行い、FMMで問題な応力評価を行った。なお、解析は対称性を考えて、図-8に示すように円孔を有する正方形板の板1/4だけを解析した。また、FMMによる解析は節点分布は格子状に配置し、総節点数は22801である。なお、荷重は等分布荷重であり $\sigma_m = 1.0 \text{kgf}/\text{mm}^2$ である。

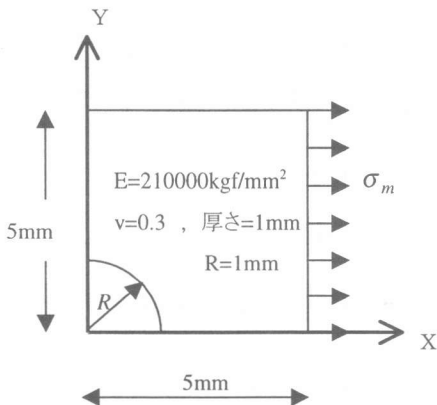


図-8 円孔を有する正方形板 (1/4)

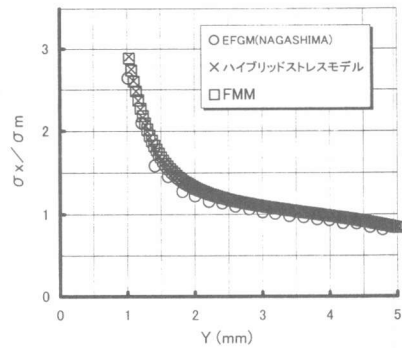


図-9 Y軸上の応力 σ_x の分布

図-9に示す解析結果からFMMによる応力の精度は、応力の集中する円孔の縁付近($Y=1.0\text{mm}$)で、理論値 ($\sigma_x / \sigma_m = 3.0 \text{kgf}/\text{cm}^2$) に近い値となり、EFGM¹⁾よりも良好な精度が得られた。

4.3 画像処理による任意形状の孔を有する長方形鉄板の孔の周りの応力分布の解析

ここでは、FMMを用いた応力の解析結果より、十分な精度で解析できることが分かったので、実際に図-10に示すように孔の縁が腐食し複雑な形状となった孔を有する鉄板の応力集中問題の解析例を示す。解析は図-10に示すように、複雑形状の孔を有する鉄板に画像処理(単色化)をほどこし入力データを作成した。FMMを用いて解析する時は図-11に示すように鉄板の下端の鉛直移動を拘束し、上端部を一樣な外力で引張っての応力分布を求めた。節点分布は、格子状に配置した。

なお、図-12は複雑形状の孔を有する鉄板の主応力を示し、図-13は鉄板の孔付近の高さ14.625cm位置での主応力を示している。

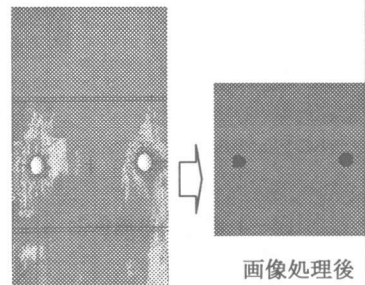


図-10 道路橋吊り材のデジタル画像

総節点数 : 18090

材料特性: $E=210000\text{kgf/mm}^2, \nu=0.2$

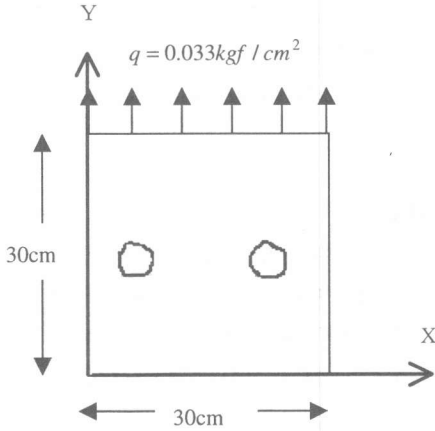


図-11 吊り材の正方形板

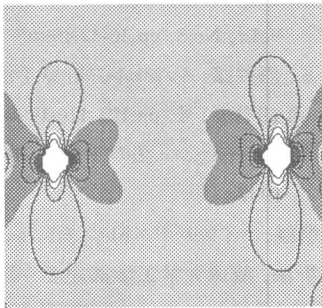


図-12 主応力分布 (kgf/cm²)

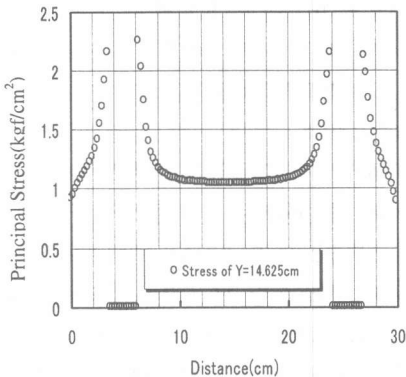


図-13 高さ14.625cm位置での主応力

図-12、図-13に示すように、孔の縁付近に応力集中が起こっていることが分かるが、その応力分布の形状は、孔の形状が複雑になっているので非対称な応力分布となっている。

4.4 画像処理によるコンクリートの応力分布の解析

ここでは、FMMを用いて3.で述べたコンクリート供試体の解析を行った。解析に用いたコンクリート供試体($\phi 10 \times 20\text{cm}$)は3.1の図-4に示すものと同じで、この切断面から $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ の正方形を取り出し、厚さを 5cm とした。解析は、図-14に示すコンクリート供試体の中央($X=2.5\text{cm}$)の上下端に集中荷重Pを作用させたときの応力分布を求め、集中荷重の作用点を結ぶ線上(Y' 軸上)の応力 σ_x を理論解と比較した。この時、コンクリート供試体を二相材料の場合と均質材料の場合の両方を求めた。

また、粗骨材とモルタルのヤング率およびポアソン比は表-1に示し、コンクリートの配合条件、圧縮強度、ヤング係数およびポアソン比を表-2に示す。

表-1 コンクリート構成材料の材料定数

	ヤング係数 (kgf/cm ²)	ポアソン比
粗骨材	5.47×10^5	0.15
モルタル	2.27×10^5	0.20

表-2 コンクリートの配合と均質としての物性

単位容積重量 (kgf/m ³)	水	180
	セメント	290
	粗骨材	886
	細骨材	983
ヤング係数 = 3.77×10^5 kgf/cm ²		
ポアソン比 = 0.168		
水セメント比 : 62%		
セメント : 普通ポルトランドセメント		

総節点数 : 19320

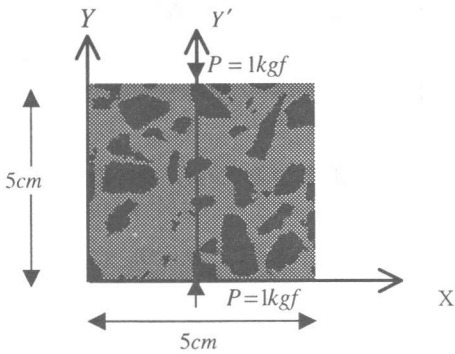


図-14 コンクリート断面図

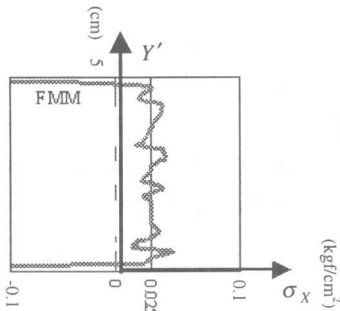


図-15 二相材料でのY'軸上の σ_x の分布

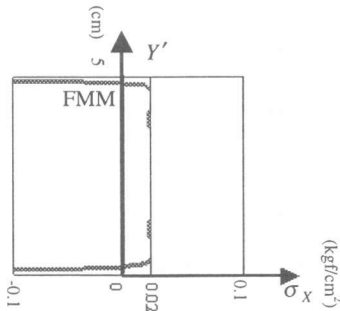


図-16 コンクリートのY'軸上の σ_x の分布

図-15 に二相材料でコンクリート供試体をモデル化した時の σ_x の分布を示す。なお、この時の正方形断面を正方形断面に内接する円形断面(円柱)で、モデル化した時の理論値($\sigma_x = 2P/\pi dl$: P :荷重, d :直径, l :円柱の長さ)は $\sigma_x = 0.025 \text{ kgf/cm}^2$ であるが、FMMによる解はY'軸上で粗骨材が不規則に分布するために、理論値を境に粗骨材の部分で高めとなっている。しかし、その平均的はほぼ理論値に一致しているのが分かる。また、図-16に示すように、均質材料でも荷重載荷地点付近で理論解との差

が見られるが、他の部分ではほぼ理論値に近い値が得られた。

以上のことより、コンクリートを粗骨材とモルタルの二相材料としてモデル化し、粗骨材によって応力分布の変化する様子が容易に求められることが分かった。

5. まとめ

フリーメッシュ法(FMM)は入力データの作成が容易である。このフリーメッシュ法の特長とデジタルカメラから作られたデジタル画像を組み合わせることで、二次元の応力解析がさらに容易になることを示した。

参考文献

- 1) 奥田洋: 計算工学におけるメッシュレス解法, 計算工学, Vol.1, No.3, pp.36-47,1996
- 2) 矢川元基, 酒井謙:メッシュレス計算手法, 機械の研究, 第49巻第1号, pp.103-110,1997
- 3) 山田知典:フリーメッシュ法の並列化, 東京大学修士論文, 1997
- 4) 伊良波繁雄:ハイブリッドストレスモデルによる弾塑性解析法, 琉球大学工学部紀要 第35号, pp.35-48,1988
- 5) ToshinNagashima,HiroshiOkuda,GenkiYagawa: Development of Meshless Approach based on the Galerkin Method, Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science, Vol, May.1996
- 6) 永井学志・山田貴博・和田章:三次元実画像データに基づくコンクリート材料の有限要素解析手法, 日本建築学会構造系論文集 第509号, pp.77-82,1988
- 7) 梶川泰男・橘吉宏・吉田博:土木学会論文集 第356号/I-3, 1985
- 8) 国分正胤:土木材料実験 pp.142-147,1972
- 9) Tepfer,R: Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Reinforcing Bar, Magazine of Concrete Research,Vol31,No.106, March.1979