

論文 細孔分布を考慮したコンクリート中の微視的水分移動のモデル化

中本敦*¹・大下英吉*²

要旨: コンクリートを骨材, セメントペースト, 液体および気体の4成分から成る3相複合材料であるものと考え, コンクリート中の力の釣り合い, 質量保存則および液相, 気相における熱力学的平衡の定式化を行い, 連成させることにより, 水分移動に関する解析理論の構築を行うものとする。その結果, コンクリート材齢における供試体高さと同隙水圧および同隙空気圧の関係を予測できることがわかった。

キーワード: 不飽和透水性材料, 熱力学的平衡, 力の釣り合い, 質量保存則

1. はじめに

近年, コンクリート材料の技術的進歩により, 地中あるいは海岸に多くのコンクリート構造物が建造されるようになった。このような, 構造物の主たる外力は, 土圧や水圧であり, 詳細な構造物の設計を行うには, コンクリート中の水分移動が重要な設計要因となる。このような詳細な設計を必要とする構造物の代表的なものに放射性廃棄物処理施設があげられる。わが国では, 比較的良質な岩盤が少なく, さらにシビアな地震が多く発生するため諸外国に比べより詳細な技術開発, 即ち比較的良質でない岩盤内に建造するための設計概念が要求される。従来, コンクリート中の水分移動特性に関する解析的研究は, 一般にコンクリートを飽和材料として捉えてきた。しかしながら, コンクリートは部分的に水で飽和された不飽和透水性材料であり, より詳細な水分移動特性の評価を行うには, 不飽和材料としたコンクリートのモデル化を行わなくてはならない。コンクリートを多孔質不飽和材料として捉えた水分移動モデルの代表事例として, Bazantらの研究¹⁾が挙げられる。その中で, 液相と気相との取り扱いはそれぞれの相を分離しない混合物としているが, このモデルでは, 液相とそれを取り巻く気相界面, 熱力学的平衡を全く無視していたもの

であり, また, 流れの形態はバルク水としての一種類のみに限定されている。本来, 液相と気相はその界面において熱力学的平衡を保ちながら, また, 相転移を行いながら移動が生じるわけであり, さらに, 移動の形態は表面流れ, Knudsen 流れなど多くのものがあるわけである。すなわち, 不飽和材料としてのコンクリート中の水分移動を詳細に評価するためには, これらの現象を統一的に表す必要がある。

そこで, 本研究では, コンクリートを不飽和透水性材料としてモデル化を行い, 気・液界面の熱力学的平衡, 力の釣り合いおよび同隙水の質量保存則を連成させることにより, 不飽和透水性材料における水分移動に関する解析理論の構築を行うものとする。

2. 解析モデル

本研究では, 図-1に示すようにコンクリートを骨材とセメントペーストおよびそれらの空隙は図-2のように同隙水と同隙空気を満たされている多孔質材料として捉え, 骨材とセメントペーストは完全等方弾性体と仮定した。



図-1 コンクリートモデル

*1 中央大学大学院 理工学部土木工学科 修士課程 (正会員)

*2 中央大学助教授 理工学部土木工学科 工博 (正会員)

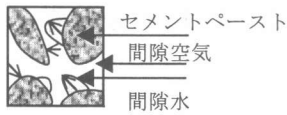


図-2 不飽和材料とした
コンクリート内部状態

三相多孔質材料としてのコンクリート中の水分移動に関する支配方程式は、間隙水と間隙空気の質量保存則と力の釣り合い式および気・液界面の熱力学的平衡の式を連成させなければならない。本研究の特徴は、空隙を間隙水のみではなく間隙空気の状態を考慮したモデルを開発し、水分移動特性を評価することができるということである。

連成式の定式化

本研究は、空隙中の質量保存則と力の釣り合い式および気・液相の熱力学的平衡を満足するコンクリート連成解析であり、以下にそれぞれの定式化および連成の定式化を示す。

2. 1 力の釣り合い式

多孔質材料の全応力 $\{\sigma\}$ 、有効応力 $\{\sigma'\}$ および間隙水圧 P_L 、間隙空気圧 P_G の関係は次式のように表される。

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \chi\{m\}P_L - (1-\chi)\{m\}P_G \quad (1)$$

ここで、 $\{m\}$ はクロネッカーのデルタ、および χ は飽和度や応力経路に依存する材料定数である。なお、符号の定義は、応力に関しては引張りを正、間隙水および間隙空気圧は圧縮を正としている。また、全応力とはコンクリート全体（固体相（骨材+セメントペースト）+液体相+気体相）に作用している応力、有効応力とは固体相にのみ作用している応力であり、次式のような増分形で表される。

$$d\{\sigma'\} = [D_T^e] d\{\varepsilon\} - d\{\varepsilon^{PL}\} - d\{\varepsilon^{PG}\} \quad (2)$$

ここで、 $[D_T^e]$ はコンクリート全体の応力-ひずみマトリックス、 $d\{\varepsilon\}$ は全ひずみ増分、 $d\{\varepsilon^{PL}\}$ 、 $d\{\varepsilon^{PG}\}$ はそれぞれ間隙水圧増分 dP_L 、間隙空気圧 dP_G によって生じる固体相のひずみ増分、固体相の平均的な応力-ひずみマ

トリックス $[D_S^e]$ および間隙比 ξ を用いて以下のように表される。

$$[D_T^e] = (1-\xi)[D_S^e] \quad (3)$$

$$d\{\varepsilon^{PL}\} = -[D_S^e]^{-1} \chi\{m\}dP_L \quad (4)$$

$$d\{\varepsilon^{PG}\} = -[D_S^e]^{-1} (1-\chi)\{m\}dP_G \quad (5)$$

そして、仮想仕事の原理から求められる釣り合い方程式を有限要素により離散化すると次式に示すような微分方程式が得られる。

$$K \frac{d\{u\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} - M_1 \frac{d\{P_L\}}{dt} + M_2 \frac{d\{P_G\}}{dt} = 0 \quad (6)$$

ここで、 K は接線剛性マトリックス、 M_1 、 M_2 はそれぞれ間隙水圧、間隙空気圧による固体相の圧縮性の影響に関するマトリックスである。また、 $\{f\}$ は外力ベクトルである。これらのマトリックスはそれぞれ次式のように表される。

$$K = (1-\xi) \int_{\Omega} B^T D_S^e B d\Omega \quad (7)$$

$$M_1 = \xi(1-\chi) \int_{\Omega} B^T \{m\} \bar{N}_L d\Omega \quad (8)$$

$$M_2 = \xi\chi \int_{\Omega} B^T \{m\} \bar{N}_G d\Omega \quad (9)$$

$$f = \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \{t\} d\Gamma \quad (10)$$

2. 2 気・液相の質量保存則

単位体積のコントロールボリュームを考えると、保存則の条件は単位時間あたりに外部に流出する量 (Q_{out}) と外部から流入する量 (Q_{in}) との差が蓄積される流体量 ($-divj$) に等しい式(11)と表すことができる。また、 j_i は液体の流速であり Darcy の法則に従うものと仮定する。

$$Q_{out} - Q_{in} = -divj = \nabla Q \nabla (P_L - P_G) \quad (11)$$

ここで、 Q はコンクリートの透水係数であり、本研究では図-3に示す T.C.Powers²⁾が行った材齢と透水係数の関係の実験結果を用いる。

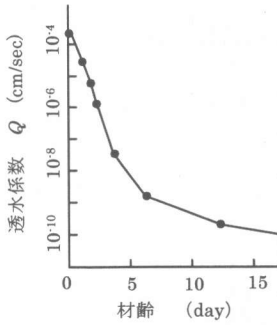


図-3 透水試験結果

また、蓄積量は次に述べる要因から構成される。

(a) 全ひずみによる蓄積量

$$\{m\}^T \frac{d\{\varepsilon\}}{dt} \quad (12)$$

(b) 圧力変化に起因する粒子体積の変化による蓄積

$$(1-\xi)\{m\}^T [D_S]^{-1} \{m\} \frac{d\{\chi P_L - (1-\chi)P_G\}}{dt} \quad (13)$$

(c) 液相および気相の体積変化による蓄積

$$\frac{\xi}{K_f} \frac{d\{\chi P_L - (1-\chi)P_G\}}{dt} \quad (14)$$

ここで、 K_f は水の体積弾性係数である。

(d) 温度変化に起因する液体の体積変化による蓄積量

$$-3\xi\mu \frac{dT}{dt} \quad (15)$$

ここで、 μ は水の線膨張係数である。

(e) 有効応力の変化によって生じる固体粒子の体積変化による蓄積

$$-\{m\}^T [D_S]^{-1} \frac{d\{\sigma^1\}}{dt} \quad (16)$$

また、本研究では毛管内の流れとして、Lee³⁾らが提案した、図-4に示す代表的な6つのモードを用いるものとする。

ここで、 P_1 、 P_2 はそれぞれ毛管の上・下流端、 P_i は毛管凝縮力、 P_0 は毛管の半径に依存する毛管の飽和蒸気圧、 r は毛管内におけるメニスカスの半径、 t_1 、 t_2 はそれぞれ上・下流端の吸着相の厚さである。以上の6つの flow model を考慮することにより式(11)の流速 j_i は以下のように示される。

1) モード F_1 における流速 j_1

$$j_1 = Q \nabla P_G \quad (17)$$

2) モード F_2 における流速 j_2

$$j_2 = Q_2 \nabla (P_L - P_G) \quad (18)$$

$$Q_2 = Q \frac{l(P_1 - P_2)}{(l-z)(P_1 - P_2)} \quad (19)$$

3) モード F_3 における流速 j_3

$$j_3 = Q_3 \nabla (P_L - P_G) \quad (20)$$

$$Q_3 = Q \frac{l}{(l-z)} \quad (21)$$

ここで、 l 、 z はそれぞれ毛管長、両端の気液界面の最短長である。

なお、吸着相の厚さは異なっているが、モード F_4 はモード F_2 と、モード F_5 はモード F_3 と用いる式は同じなので、ここでは省略する。

6) モード F_6 における流速 j_6

$$j_6 = Q \nabla P_L \quad (22)$$

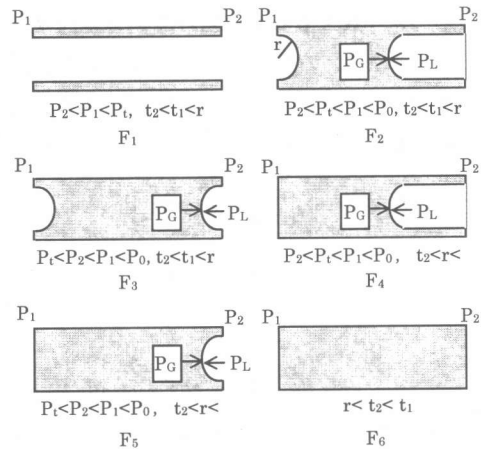


図-4 毛管内の水の流れ

以上のような6つのモードを考慮することにより、気・液相における質量保存則は有限要素法の離散化に Galerkin 法を用いて次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & -H\{\bar{P}_L\} + H\{\bar{P}_G\} - L^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - S_1 \frac{d\{\bar{P}_L\}}{dt} \\ & + S_2 \frac{d\{\bar{P}_G\}}{dt} + W \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、マトリックス H , L^T , S_1 , S_2 および W は、それぞれ液体の移動に関するマトリックス、固体相の圧縮性に関するマトリックス、液体相の圧縮性に関するマトリックス、気体相の圧縮性に関するマトリックス、および温度変化による固体相と液体相、気体相の圧縮性に関するマトリックスである。これらのマトリックスはそれぞれ次式のように表される。

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T Q \nabla \bar{N} d\Omega \quad (24)$$

$$L^T = \int_{\Omega} \bar{N}^T \{m\}^T B d\Omega \quad (25)$$

$$S_1 = \int_{\Omega} \bar{N}^T \frac{\xi \chi}{K_f} \bar{N} d\Omega \quad (26)$$

$$S_2 = \int_{\Omega} \bar{N}^T \frac{\xi(1-\chi)}{K_f} \bar{N} d\Omega \quad (27)$$

$$W = \int_{\Omega} \bar{N}^T 3\xi\mu \bar{N} d\Omega \quad (28)$$

2. 3 気・液界面における熱力学的平衡

毛管内における気・液相の平衡条件式として熱力学的平衡条件を考慮した Kelvin 式⁴⁾ $F_{(r)}$ は、次式のように表される。

$$F_{(r)} = -\frac{V_{L0}}{RT} \left(\Delta P_L - \frac{2\gamma}{r} \cos\theta \right) + \ln \left(1 + \frac{\Delta P_G}{P_G^{(n)}} \right) \quad (29)$$

ここで、 V_{L0} , R , T はそれぞれ液相の体積初期値、気体定数、温度である。また、 γ , r , θ はそれぞれ、表面張力、毛管半径、接触角である。

しかし、式(29)はコンクリート内における、ある一本の毛管に関する相平衡式であるため、本研究では図-5に示す空隙分布図⁵⁾をもとに、空隙分布関数を定義した。この関数を用いることにより、一本の毛管内におけるミクロ的な流れをコンクリート内のマクロ的な流れと評価し、本研究で定義した空隙分布関数 $f_{(r)}$ は、以下のように表される。

$$f_{(r)} = \frac{V_0 r \exp^{-A_0 r^{B_0}}}{r_{\min}} \quad (30)$$

ここで、 V_0 , r_{\min} はそれぞれコンクリート供試体中の全空隙量の百分率、空隙が最大となる空隙半径である。また、 A_0 , B_0 は材料定数である。

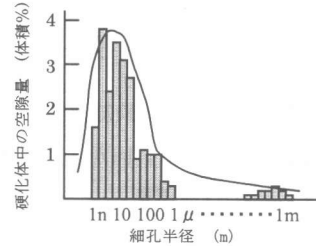


図-5 コンクリートの空隙分布図

式(30)に示す空隙分布関数を用いることで式(29)は以下のようにコンクリート全体へと拡張される。

$$F = \int_{\Omega} f_{(r)} F_{(r)} dr \quad (31)$$

ここで、式(31)はコンクリート中の全毛管に対する相平衡式で、部分積分を行い、それを有限要素により離散化すると次式に示すような微分方程式が得られる。

$$-X \Delta \bar{P}_L + Y \Delta \bar{P}_G - Z \{ \bar{P}_G \} = 0 \quad (32)$$

ここで、 X は、液体の移動に関するマトリックス、 Y , Z は、気体の移動に関するマトリックス、固体相の圧縮性に関するマトリックスである。これらのマトリックスはそれぞれ次式のように表される。

$$X = \alpha \int_{\Omega} \bar{P}_G N d\Omega \quad (33)$$

$$Y = \int_{\Omega} N^T N d\Omega \quad (34)$$

$$Z = \alpha \beta \int_{\Omega} N^T N d\Omega \quad (35)$$

ここで、 \bar{P}_G はガウスポイントにおける間隙空気圧であり、 α , β は次式のように表される。

$$\alpha = \frac{V_{L0}}{RT} \quad (36)$$

$$\beta = -\frac{2\gamma L_0}{r_{\min}} \left[\sum_{k=1}^n \frac{A_0^k r^{k_i B_0 + 1} \exp^{-A_0 r^{B_0}}}{\left(k + \frac{1}{B_0}\right)} \right]_0^\infty \quad (37)$$

なお、 N 、 \bar{N} はそれぞれ変位、間隙水圧に関する形状関数であり、 B はひずみ-変位マトリックスである。また、 $\{b\}$ 、 $\{t\}$ はそれぞれ領域 Ω に作用する物体力、境界 Γ に作用する表面力である。

2. 4 連成方程式

力の釣り合い方程式である式(6)と質量保存則である式(23)と熱力学的平衡の式である式(32)は、次式のようなマトリックスにより表すことができる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -H & H \\ 0 & -X & Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{P}_L \\ \bar{P}_G \end{Bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -X & Y+Z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{P}_L \\ \bar{P}_G \end{Bmatrix}^{n-1}$$

$$+ \begin{bmatrix} K & -M_1 & M_2 \\ -L & -S_1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\bar{u}}{dt} \\ \frac{d\bar{P}_L}{dt} \\ \frac{d\bar{P}_G}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{df}{dt} \\ \frac{d\bar{T}}{dt} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (38)$$

本研究では、式(38)に後退差分法を適用し次式のような増分形のマトリックスで表される連立方程式を用いることにした。

$$\begin{bmatrix} K & -M_1 & M_2 \\ -L & -S_1 - \Delta t^n H & S_2 + \Delta t^n H \\ 0 & -\Delta t^n X & \Delta t^n Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{u}^n \\ \Delta \bar{P}_L^n \\ \Delta \bar{P}_G^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta f^n \\ W \Delta \bar{T}^n + \Delta t^n H \bar{P}_L^{n-1} - \Delta t^n H \bar{P}_G^{n-1} \\ \Delta t^n Z \bar{P}_G^{n-1} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

ここで、 $\Delta \bar{u}^n$ 、 $\Delta \bar{P}_L^n$ 、 $\Delta \bar{P}_G^n$ 、 \bar{P}_L^{n-1} および \bar{P}_G^{n-1} はそれぞれ節点変位増分、節点間隙水圧増分、節点変位間隙空気圧増分、前ステップにおける節点変位間隙水圧、節点変位間隙空気圧である。

3. コンクリート中の水分移動特性に関する解析

2章における解析理論を基に有限要素法により数値計算を行うこととする。以下に解析条件および解析パラメータを示す。

解析条件は、初期条件としてコンクリート内部には力は働かないものと仮定し、図-6に示す境界条件を設定し、外力は供試体上部に2MPa 与え、供試体側面部に大気圧を与えた。解析に用いた諸係数は、表-1、2に示す通りである。

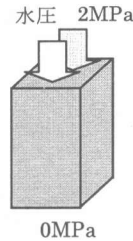


図-6 解析条件

表-1 コンクリート供試体における諸係数

体積弾性係数 (MPa)	間隙比
2.2×10^3	0.17
材料定数 (A_0)	材料定数 (B_0)
22	0.15
材料定数 (r_{\min})(cm)	材料定数 (χ)
5.23×10^{-6}	0.80

表-2 液体および気体における諸係数

透水係数 (cm/sec)	表面張力 (dyn/cm)
$10^{-6} \sim 10^{-15}$	72.75
気体定数 (J/mol·K)	温度 (K)
8.31	293

また、解析パラメータとして、材齢を1日、3日、7日、28日と変化させることにより水の浸透深さを求めた。

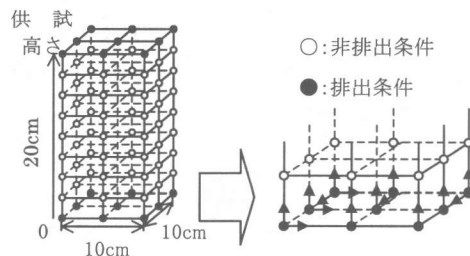


図-7 解析モデル

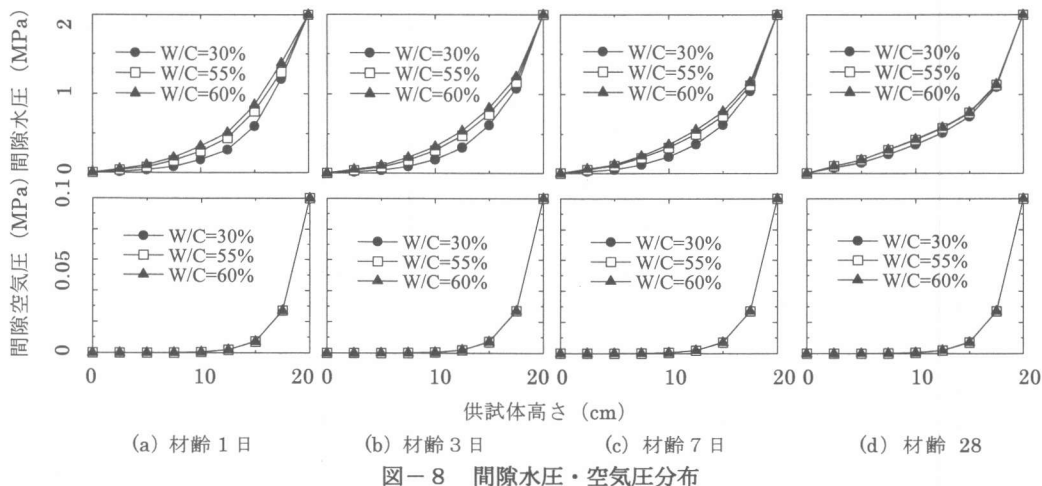


図-8 間隙水圧・空気圧分布

解析の対象としたモデルは図-7に示すように、 $10 \times 10 \times 20 \text{cm}$ の形状寸法をした角柱供試体を用い、それを32要素に分割したものである。また、水セメント比については、55%、60%および30%を用いることとする。

4. 解析結果および考察

解析結果を図-8に示す。上図(a), (b), (c), (d)は、材齢1日、3日、7日、28日の間隙水圧分布(上段)と間隙空気圧(下段)の結果であり、W/C30, 55, 60%をそれぞれ記号●, □, ▲で示している。

まず、間隙水圧分布は、急激な変化を示しており、時間とともに徐々に緩やかとなっている。特に、W/Cが小さいほど、この傾向は顕著であり、これは最大連続空隙径が小さいため水分が移動しにくいことによるものである。

次に、間隙空気圧分布であるが、間隙水圧分布とは対称的に時間の変化に伴う分布の変化は全く発生していない。さらに、W/Cによる変化もなく、細孔組織に依存しないものとなっている。このことはおそらくその性質上、空気は圧力の作用により瞬時に供試体全体へと拡散するものと思われる。

5. まとめ

本研究では、コンクリートを不飽和透水材料としてモデル化を行い、気・液界面の熱力学的

平衡、力の釣り合いおよび間隙水の質量保存則を連成させることにより、不飽和材料における水分移動に関する解析理論の構築し、その評価を行った。本研究で得られた結論を要約すると以下ようになる。

- (1) W/Cが大きくなるにつれて、水の浸透経過が速くなる。
- (2) 時間の経過とともにコンクリート中の水分移動は落ち着き、W/Cの依存度は小さくなる。
- (3) W/Cが小さいほど、間隙水は通りにくい。
- (4) 間隙空気圧の変化が瞬時に行われている。

参考文献

- 1) Z.P.Bazant, L.J.Najjar: Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete, Material Science, pp.744-752, 1972
- 2) T.C.Powers, L.E.Copeland, J.C.Hayes and H.M.Mann: Permeability of Portland Cement Paste, ACI Journal, No.51-41, pp. 285-298, Nov.1954
- 3) K.H.Lee and S.T.Hwang: The Transport of Condensable Vapors through a Microporous Vycor Glass Membrane Journal of Colloid and Interface Science, Vol.110 No2, pp.545-555, April.1986
- 4) 近藤清一, 石川達雄, 安部郁夫 共著: 吸着の科学, 丸善株式会社, 1991
- 5) セメント・コンクリート研究会 水委員会: セメントコンクリート中の水の挙動, pp.244, 1993