

# 論文 曲げとねじりを同時に受ける立体壁の非線形解析

鈴木紀雄<sup>\*1</sup>・丸田誠<sup>\*1</sup>・宮下丘<sup>\*2</sup>・高橋元美<sup>\*2</sup>

**要旨:** R C 造立体壁が水平力とねじりを同時に受けたときの非線形挙動を計算する解析モデルを開発した。このモデルは、立体壁を構成する個々の壁板の平面保持仮定と、材料の応力-歪関係に基づいている。本モデルによる H 形壁試験体のシミュレーション解析結果は、実験結果と良好に対応するものとなった。この解析モデルは、パラメトリック解析など、複合応力下の立体壁の挙動を把握するのに有効なものと考えられる。

**キーワード:** 立体耐震壁、曲げ、ねじり、解析

## 1. はじめに

鉄筋コンクリート造立体耐震壁をコア壁として用いた高層建物が地震を受けたとき、建物の形状や壁の配置によっては、コア壁に曲げせん断と同時にねじりが作用する。筆者らはこれまでに、H 形の水平断面を持つ立体壁に水平力とねじりモーメントを同時に加える実験を行い、このような複合応力下における立体壁の挙動を調べてきた<sup>1,2)</sup>。また、非線形 FEM<sup>3)</sup>及び非線形ばねを組み合わせた解析モデル<sup>4)</sup>によってシミュレーション解析を実施してきた。

非線形 FEM 解析は材料の応力-歪関係に基づいて構造物の非線形挙動を計算するものであり、構造物内の応力や歪分布など詳細な情報を得ることができるが、高性能の計算機による長時間の演算が必要である。一方、非線形ばねモデルとして、筆者らは、平面壁の側柱部分を軸ばねで、壁板部分を軸ばね・回転ばね・せん断ばねで表現した壁谷澤のモデル<sup>5)</sup>を立体壁に拡張したモデルを開発してきた。このモデルは演算時間が短くてすむので、建物全体の地震応答解析モデルに組み込むことも可能である。しかし、壁の非線形挙動に関する十分な情報量が得られないことや、各ばねの非線形特性を主として経験則に基づいて設定しなくてはならないことが短

所としてあげられる。

本論文で述べる解析モデルは両モデルの中間に位置付けられるもので、比較的簡単な計算で、立体壁の非線形挙動を理解するのに必要な情報を得ることを目的としている。

## 2. 解析モデル

### 2. 1 対象

#### (1) 形状

図-1 のような H 形断面を対象とする。ただしウェブ壁はフランジ壁の中央になくてもよい。ウェブ壁がフランジ壁の端部にあるとすれば C 形断面壁となる。2 枚のフランジ壁は同一断面とするが、ウェブ壁はフランジ壁と異なる断面でもよい。脚部は剛強な基礎に固定され、頂部は

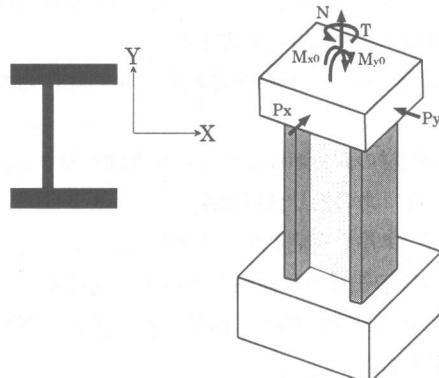


図-1 対象構造

\*1 鹿島技術研究所

\*2 鹿島情報システム部

剛な加力スタブに取り付けられているとする。

## (2) 外力

頂部に直交 2 方向の水平力 ( $P_x, P_y$ ) と水平軸周りのモーメント ( $M_{x0}, M_{y0}$ ), および鉛直力 ( $N$ ) とねじりモーメント ( $T$ ) の計 6 成分が作用する状態を扱う。

## 2. 2 基本仮定

H 形断面に軸力と曲げモーメントが作用したとき, 断面の平面保持仮定が成り立つとすると, 軸方向の歪分布は図-2(a)のようになる。また, 弹性ねじり理論によると, 端部の「そり」が拘束された薄肉 H 形断面に純ねじりモーメントが作用したとき, 断面の歪は図-2(b)のようになる。これより, 軸力, 曲げモーメント, ねじりモーメントが同時に作用したときには, 図-2(c)のように, 断面全体としては平面保持が成り立たないが, H 形を構成する 3 枚の平面壁はそれぞれ平面を保持すると仮定する。

この他に, 以下の仮定を設ける。

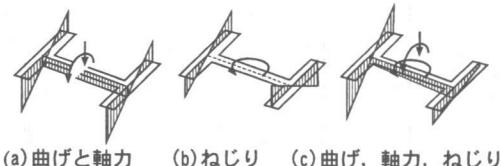


図-2 歪状態

- ①鉛直力は水平断面の団心に作用する。
- ②断面全体の曲げモーメントは, 水平断面の団心を通る水平軸周りに算定する。
- ③ねじりモーメントは弾性ねじり中心に作用する。
- ④壁板個材の面外剛性とねじり剛性は無視する。

## 2. 3 力の釣り合い条件

以下の条件を満足しなくてはならない。

- ①壁全体の任意水平断面において, 曲げモーメント, せん断力, 軸力, ねじりモーメントが外力と釣り合う。
- ②個々の壁板の任意水平断面において, 曲げモーメント, 軸力, せん断力が, その壁の頂部に作用する水平力, モーメント, 軸力, 隣接する壁板との境界に作用する鉛直力と釣り合う。

## 2. 4 変位の適合条件

以下の条件を満足しなくてはならない。

- ①ウェブとフランジが連結されている。
- ②脚部で剛な基礎に固定されている。
- ③頂部で剛な加力スタブに取り付けられている。

## 2. 5 材料の 1 軸応力-歪関係

コンクリートの圧縮応力-歪関係は Fafitis-Shah<sup>6)</sup>の式で表現し, 引張り強度は無視する。

$$\sigma = \sigma_B \cdot \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{E_c}{\sigma_B / \varepsilon_0}} \right\} \quad \text{for } \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_B \cdot \exp \{ -17.03 \cdot \sigma_B \cdot (\varepsilon - \varepsilon_0)^{1.15} \}$$

$$\text{for } \varepsilon > \varepsilon_0 \quad (2)$$

ただし,  $\sigma_B$ : コンクリートの圧縮強度( $N/mm^2$ ),  $\varepsilon_0$ : 圧縮強度時の歪,  $E_c$ : ヤング係数

鉄筋は引張り, 圧縮の双方に対して完全弾塑性の特性を有するものとする。

## 2. 6 断面の歪と断面力の関係

各壁板の任意断面において, 団心の軸方向歪と曲率が決まれば任意位置の歪が決まる。材料の応力-歪関係により, この歪に対応した応力

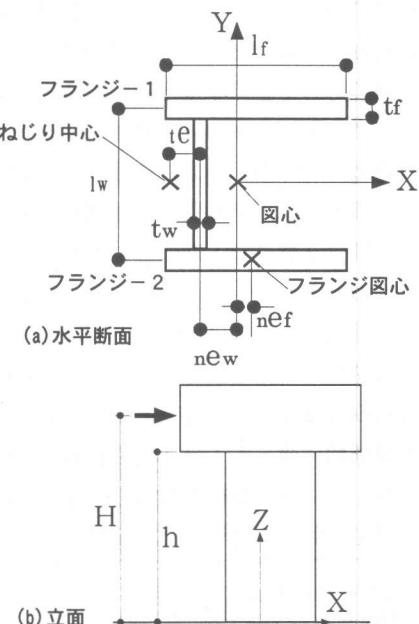


図-3 解析対象

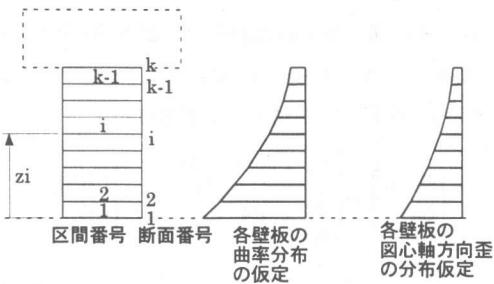


図-4 高さ方向の分割と曲率、軸方向歪の分布  
度が決まる。この応力度の総和が断面の軸力となる。また、応力度に図心からの距離を乗じた積の総和が断面の曲げモーメントとなる。

## 2.7 定式化

以上の条件を定式化して解けば応力や変形を求めることが出来る。しかし、すべての水平断面で式を作成して解くことは不可能なので有限個の水平断面についてのみ式を作り、その間の軸方向歪や曲率は線形補間することとする。

### (1) 記号

#### a. 座標系と寸法

2枚のフランジの内、Y座標の大きい方を「フ

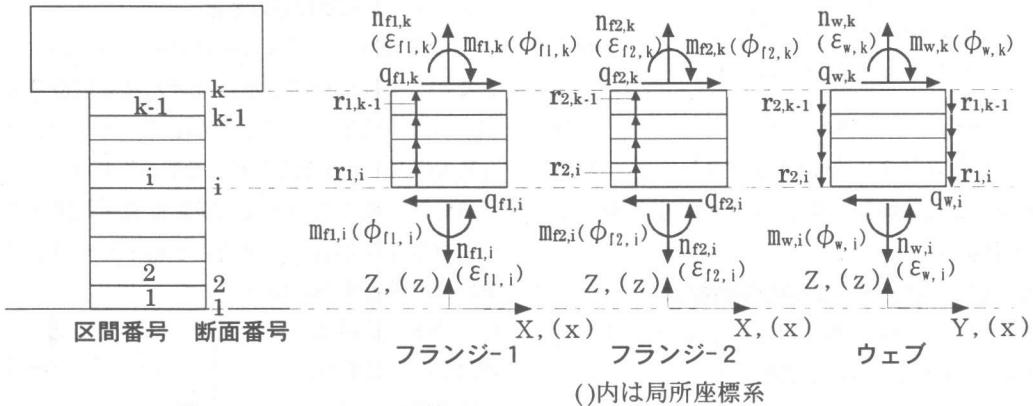


図-6 内力

ランジ-1」、他を「フランジ-2」と呼ぶ。全体座標系、寸法、高さなどの記号は、図-3に示す。

#### b. 高さ方向の分割

図-4のように、高さ方向に( $k-1$ )等分割し、 $k$ 個の断面で各壁板の曲げモーメントと軸力および曲率と軸方向歪を計算する。脚部断面を「断面1」とし、頂部の断面を「断面k」とする。これ以降に現れる記号の添え字の内、"f1"

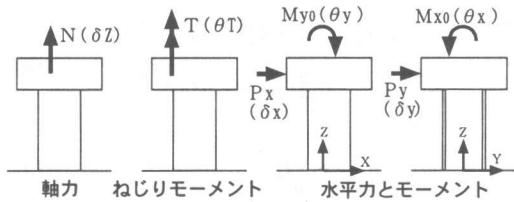


図-5 外力と変形

はフランジ-1、"f2"はフランジ-2、"w"はウェブを表す。また、これらの右に続く添え字は断面番号を意味する。

#### c. 外力と全体変形

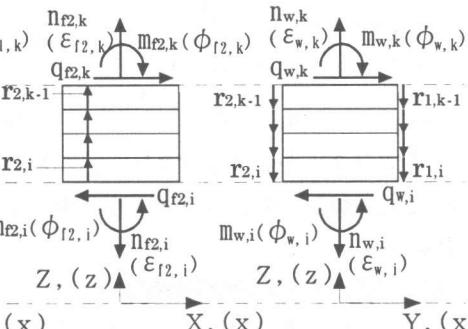
外力は図-5のように定義する。また、これらの外力に対応する壁頂部の図心における変位を同図の( )中のように定義する。

#### d. 内力と各壁板の変形、曲率、軸方向歪

断面*i*において、各壁板内部の曲げモーメント、軸力、せん断力、およびウェブとフランジの結合面に作用する力を図-6のように定義する。

また、これに対応する曲率と断面図心の軸方向歪を同図の( )ように定義する。

#### (2) 力の釣り合い式と変形の適合条件式



( )内は局所座標系

#### a. 頂部を除く各断面における各壁板毎のモーメントと軸力の釣り合い

断面*i* ( $i=1 \sim k-1$ )において、釣り合い条件の②は以下のように定式化できる。壁板には、曲げモーメントと軸力の他に、互いの接合面に沿った鉛直力が作用する。

$$m_{f1,i} = -q_{f1,k} \cdot (z_i - h) + m_{f1,k} + \sum_{j=i}^{k-1} r_{1,j} \cdot ({}_n e_f + {}_n e_w) \quad (3)$$

$$n_{f1,i} = n_{f1,k} + \sum_{j=i}^{k-1} r_{1,j} \quad (4)$$

$$m_{f2,i} = -q_{f2,k} \cdot (z_i - h) + m_{f2,k} + \sum_{j=i}^{k-1} r_{2,j} \cdot ({}_n e_f + {}_n e_w) \quad (5)$$

$$n_{f2,i} = n_{f2,k} + \sum_{j=i}^{k-1} r_{2,j} \quad (6)$$

$$m_{w,i} = -q_{w,k} \cdot (z_i - h) + m_{w,k} + \sum_{j=i}^{k-1} r_{1,j} \cdot \frac{l_w}{2} - \sum_{j=i}^{k-1} r_{2,j} \cdot \frac{l_w}{2} \quad (7)$$

$$n_{w,i} = n_{w,k} - \sum_{j=i}^{k-1} r_{1,j} - \sum_{j=i}^{k-1} r_{2,j} \quad (8)$$

### b. 頂部断面における内力と外力の釣り合い

$$q_{f1,k} + q_{f2,k} = P_x \quad (9)$$

$$m_{f1,k} + m_{f2,k} - n_{f1,k} \cdot {}_n e_f - n_{f2,k} \cdot {}_n e_f + n_{y,k} \cdot {}_n e_w = P_x \cdot (H - h) + M_{y0} \quad (10)$$

$$q_{w,k} = P_y \quad (11)$$

$$m_{w,k} - n_{f1,k} \cdot \frac{l_w}{2} + n_{f2,k} \cdot \frac{l_w}{2} = P_y \cdot (H - h) - M_{x0} \quad (12)$$

$$n_{f1,k} + n_{f2,k} + n_{w,k} = N \quad (13)$$

$$-(q_{f1,k} - q_{f2,k}) \cdot l_w + q_{w,k} \cdot e = T \quad (14)$$

式(3)～式(14)から、釣り合い条件の①を導くことが出来る。

### c. ウエブ壁とフランジ壁の連続性

断面  $i$  ( $i = 1 \sim k$ )において、変形の適合条件の①は以下のように定式化できる。

$$\varepsilon_{w,i} = \{\phi_{f1,i} \cdot ({}_n e_w + {}_n e_f) + \varepsilon_{f1,i} + \phi_{f2,i} \cdot ({}_n e_w + {}_n e_f) + \varepsilon_{f2,i}\} / 2 \quad (15)$$

$$\phi_{w,i} = \{-\phi_{f1,i} \cdot ({}_n e_w + {}_n e_f) - \varepsilon_{f1,i} + \phi_{f2,i} \cdot ({}_n e_w + {}_n e_f) + \varepsilon_{f2,i}\} / l_w \quad (16)$$

### d. 加力梁が剛

これは、変形の適合条件③を定式化したものである。

$$\int \phi_{f1} \cdot dz = \int \phi_{f2} \cdot dz \quad (17)$$

変形の適合条件②は、式(12)や式(13)の境界条件として使用される。

### e. モーメント・軸力と曲率・軸方向歪の関係

断面  $i$  ( $i = 1 \sim k$ ) の軸力・モーメントと軸方向歪・曲率の関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta m_{f1,i} \\ \Delta n_{f1,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int f_1 E \cdot x^2 \cdot dA & \int f_1 E \cdot x \cdot dA \\ \int f_1 E \cdot x \cdot dA & \int f_1 E \cdot dA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi_{f1,i} \\ \Delta \varepsilon_{f1,i} \end{bmatrix} \quad (18)$$

ただし、 $E$  は図心から距離  $x$  の点におけるコンクリート、あるいは鉄筋の接線剛性である。フランジ-2 とウェブについても同様の関係が成り立つ。

## 2. 8 解法

以上を整理すると、以下の未知数とする (14k-2) 元連立一次方程式となる。

$$\begin{aligned} m_{f1,i}, n_{f1,i}, m_{f2,i}, n_{f2,i}, m_{w,i}, n_{w,i} & i = 1, k \\ \phi_{f1,i}, \varepsilon_{f1,i}, \phi_{f2,i}, \varepsilon_{f2,i}, \phi_{w,i}, \varepsilon_{w,i} & i = 1, k \\ \sum_{j=1}^{k-1} r_{1,j}, \sum_{j=1}^{k-1} r_{2,j} & i = 1, k-1 \end{aligned}$$

これを解いて、曲率を積分することにより回転角や変形を計算することが出来る。

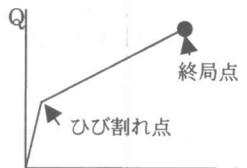
## 2. 9 せん断変形の考慮

ここまで、各壁板の曲げ変形のみを扱ってきたが、実際の壁の変形にはせん断変形成分も含まれる。そこで、以下の方法で、各壁板のせん断力に対応するせん断変形を取り入れる。

各壁板のせん断力-せん断変形関係を図-7のようなひび割れ点と終局点を結ぶバイリニア型の折れ線とする。各点の強度と変形は、次のように算定する。

弾性剛性

$$K_s = G \cdot A / (\kappa \cdot h) \quad (19)$$



ひび割れ強度：引張

り主応力度がコンクリートの引張り強度に達したときとする。

$$Q_{cr} = \kappa_w \cdot A_c \cdot \sqrt{f_t (f_t + \sigma_0)} \quad (20)$$

終局強度：文献 7)による。

$$Q_u = t \cdot l \cdot p_s \sigma_{sy} + \tan \theta (1 - \beta) \cdot t \cdot l \nu \sigma_B / 2 \quad (21)$$

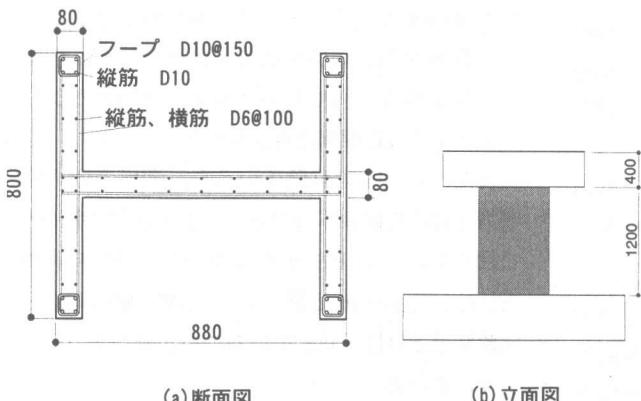


図-8 試験体<sup>1)</sup>

表-1 試験体一覧と材料特性

弱軸方向加力 試験体名	ねじりモーメントと 脚部曲げモーメントの比率
HW00	0.00
HW25	0.33
HW50	1.00
HW75	3.00
強軸方向加力 試験体名	ねじりモーメントと 脚部曲げモーメントの比率
HS25	0.33
HS50	1.00
HS75	3.00

コンクリート圧縮強度: 43.5MPa

最大骨材径: 10mm

D10 降伏強度: 403MPa

D6 降伏強度: 365MPa

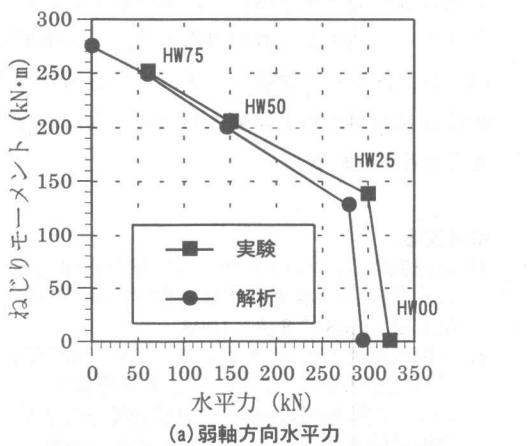


図-9 最大強度の相関

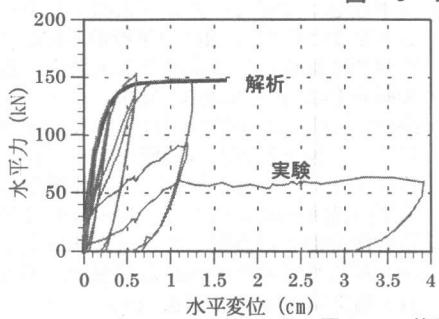
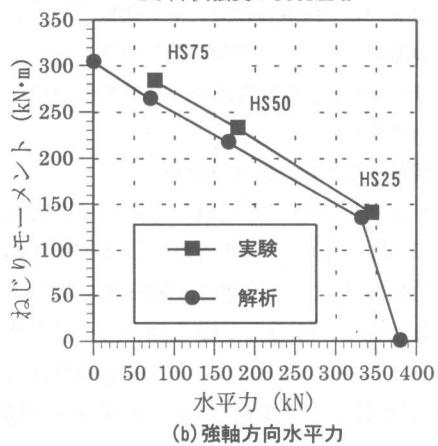


図-10 荷重-変形関係 (HW50)

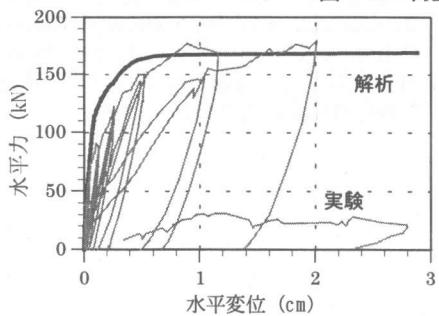
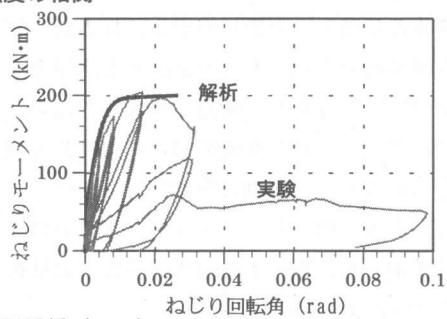


図-11 荷重-変形関係 (HS50)

$$\tan \theta = \sqrt{(h/l)^2 + 1} - (h/l) \quad (22)$$

$$\beta = (2 \cdot p_s \cdot \sigma_{sy}) / (\nu \sigma_B) \quad (23)$$

$$\nu = 1.70 \cdot \sigma_B^{0.667} \quad (24)$$

終局強度時の変形

$$\delta_{su} = 0.004 \cdot h \quad (25)$$

ただし、 $G$ ：コンクリートの弾性せん断係数、  
 $A_c$ ：壁板の断面積、 $\kappa$ ：1.2、 $\kappa_w$ ：フランジでは $2/3$ 、ウェブでは $1.0$ 、 $f_t = 0.313\sqrt{\sigma_B}$ ：コンクリートの引張り強度、 $\sigma_B$ ：コンクリートの圧縮強度( $N/mm^2$ )、 $\sigma_0$ ：壁板の軸方向応力度で脚部断面の軸力 $n_{f1(f2,w),1}$ を壁板の断面積で除した値を用いる、 $t$ ：壁板の厚さ、 $l$ ：壁板の長さ、 $p_s$ ：壁横筋比、 $\sigma_{sy}$ ：壁横筋の降伏強度、

$\sigma_0$ が時々刻々変動するので、ひび割れ点の強度も変動することになる。

### 3. 実験シミュレーション解析

ねじりと水平力を同時に加えた立体壁の実験<sup>1),2)</sup>のシミュレーション解析を行い、本解析法の妥当性を検証する。試験体は、図-8に示すようなH形断面で、剛強な基礎と加力スタブを持っている。側柱はないが、フランジ壁の端部にはD10の縦筋4本とそれを囲むD6のフープ筋で柱型の配筋が行われている。

試験体の基礎を半力床に固定し、加力スタブに鉛直軸まわりのねじりモーメントと水平力を正負繰り返しで与えた。軸力は加えていない。水平力の方向を、H形断面の曲げに対する強軸方向としたものと、弱軸方向にしたもの2シリーズがある。ねじりモーメントと水平力の大きさは比例させ、表-1に示すように、試験体毎に比率を異なるものとした。

解析から得られた最大強度の相関を、実験結果と比較して図-9に示す。弱軸方向の水平力を加えたシリーズの実験結果を見ると、ねじりモーメントが純ねじり時の最大強度の $1/2$ 以下のときには曲げ強度はあまり低下しないが、ねじりモーメントがこれ以上大きくなると曲げ強度の低下率が大きくなっている。解析結果は実験結果とほぼ同じ値となっている。強軸方向に水

平力を加えたシリーズでは、水平力とねじりモーメントを単独に加えた試験体はないが、解析でこれを補うと弱軸方向に水平力を加えたシリーズとよく似た相関曲線が得られる。

また、これらの試験体のうち、弱軸方向の水平力と加えた試験体HW50と強軸方向の水平力を加えた試験体HS50の荷重-変形関係を実験と比較して図-10と図-11に示す。解析結果は実験結果とほぼ一致していることが分かる。

### 4. まとめ

ねじりモーメントと水平力を同時に受けるH形壁の解析モデルを開発し、実験結果と比較したところ、良好な一致が得られた。このモデルは、パラメトリック解析など、複合応力下の立体壁の非線形挙動を理解するのに有効な手法であると考えられる。

### 参考文献

- 1) 丸田誠他：H形断面RCコア壁の水平力ねじり実験、日本建築学会大会学術講演梗概集C-2, pp.847-848, 1998
- 2) 西岡聖雅他：H形断面RCコア壁の曲げねじり性状の研究（その1：実験概要）（その2：実験結果の検討）、日本建築学会大会学術講演梗概集C-2, pp.451-454, 1999
- 3) 宮下丘他：曲げモーメントとねじりモーメントを受けるH形RCコア壁のFEMによる弾塑性解析、日本建築学会大会学術講演梗概集C-2, p.455-456, 1999
- 4) 高橋元美他：H形断面RCコア壁の水平力ねじり実験を対象とした壁谷澤モデルによるシミュレーション解析、日本建築学会大会学術講演梗概集C-2, pp.709-710, 1999
- 5) 壁谷澤寿海：耐震壁を有する鉄筋コンクリート構造物の非線形地震応答解析、第5回JCI論文集, pp.213-216, 1983
- 6) Fafitis, A. and Shah, S.P. : Lateral Reinforcement for High Strength Concrete Columns, ACI, SP-87, pp.213-232, 1985
- 7) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針, 1990