

論文 Flexibility 法による橋脚の非線形動的解析

中野 友裕*1・木全 博聖*2・田邊 忠顕*3

要旨: Flexibility 法による構造解析の特徴は、要素内のモーメント分布の直線性を規定することである。厳密な力の釣合いを基礎とする本手法においては、変位の近似関数を仮定する剛性法と比べ、大幅に少ない自由度で精度よい解析を行うことができる。本研究は、Flexibility 法を用いて橋脚の地震時動的応答解析を行い、非線形動的解析への Flexibility 法の適用可能性を示したものである。

キーワード: Flexibility 法, 非線形動的解析, $M-\phi$ 曲線, ファイバーモデル

1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物の解析では、材料降伏後の挙動を的確に捉える必要がある。しかしながら、非線形挙動を示すコンクリートにおいて剛性法を用いるためには、要素分割を細かくし、自由度を大幅に上げる必要がある。一方、本研究で用いる Flexibility 法は、厳密な力の釣合いを基に剛性マトリクスを誘導するため、自由度を少なくしても安定した解析が可能である。本研究は、Flexibility 法の有するこのような利点を踏まえ、橋脚の地震時非線形動的解析を行い、橋脚挙動の再現を試みたものである。

2. Flexibility 法によるはり要素の定式化

2.1 Flexibility マトリクスの誘導¹⁾

図-1 に示すような 3 次元 12 自由度のはり要素を考え、 x 軸方向の部材軸方向力および y, z 方向のせん断力を X, Y, Z 、また各軸まわりの曲げ(ねじり)モーメントを M で表す。また、各々に対応する変位として $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ を定める。添字は節点番号もしくは作用力方向(またはその回転軸)を示している。

これらの表記を用いると、剛体モードの節点力ベクトル $\{Q\}$ および節点変位ベクトル $\{q\}$ を次のように表すことができる。

$$\{Q\} = [X1 \ Y1 \ Z1 \ M_{x1} \ M_{y1} \ M_{z1} \ X2 \ Y2 \ Z2 \ M_{x2} \ M_{y2} \ M_{z2}]^T$$

$$\{q\} = [u1 \ v1 \ w1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1} \ u2 \ v2 \ w2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}]^T \quad (1)$$

次に、非剛体モードのモデルを図-2 に示す。非剛体モードの節点荷重ベクトル $\{Q\}$ および節点変位ベクトル $\{q\}$ は以下ようになる。

$$\{Q\} = [M_{y1} \ M_{z1} \ X2 \ M_{y2} \ M_{z2}]^T \quad (2)$$

$$\{q\} = [\theta_{y1} \ \theta_{z1} \ u2 \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}]^T$$

いま、図-3 のようにはりの任意断面における断面力を $N(x), S_y(x), S_z(x), M_y(x), M_z(x)$ 、各々に対応する変位を $\epsilon(x), \gamma_y(x), \gamma_z(x), \phi_y(x)$,

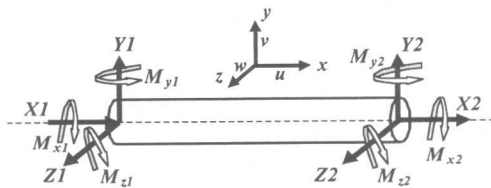


図-1 3次元はり要素と節点力(剛体モード)

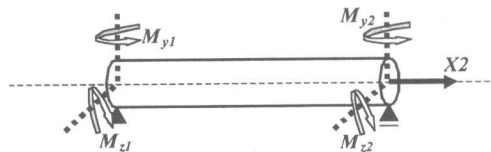


図-2 3次元はり要素と節点力(非剛体モード)

*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

*2 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻助手 工修 (正会員)

*3 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻教授 工博 (正会員)

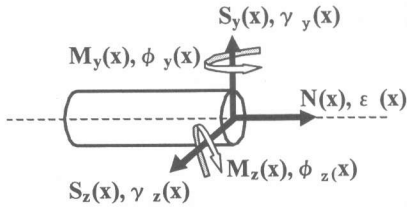


図-3 任意断面の断面力・ひずみ

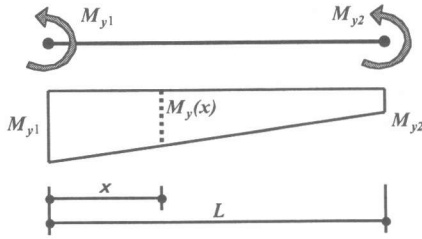


図-4 y 軸まわりのモーメント分布

$\phi_z(x)$ と表すと、断面力および変位ベクトル $\{D(x)\}$, $\{d(x)\}$ は(3)式で表される。

$$\begin{aligned} \{D(x)\} &= [N(x) \ S_y(x) \ S_z(x) \ M_y(x) \ M_z(x)]^T \\ \{d(x)\} &= [\epsilon(x) \ \gamma_y(x) \ \gamma_z(x) \ \phi_y(x) \ \phi_z(x)]^T \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、断面力と変形を節点力及び節点変位に結びつけるための補間関数 $a(x)$, $b(x)$ を導入して、次のように表す。

$$\begin{aligned} \Delta\{d(x)\} &= [a(x)] \cdot \Delta\{q\} \\ \Delta\{D(x)\} &= [b(x)] \cdot \Delta\{Q\} \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式の $[b(x)]$ を求めるには、モーメント分布の直線性を用いれば良い。図-4 を参照すれば、y 軸まわりの曲げモーメントに関する補間関数 $[b_{my}(x)]$ として次の式が容易に得られる。

$$[b_{my}(x)] = \left[\left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad -\frac{x}{L} \right] \quad (5)$$

また、任意断面における荷重-変位関係は、断面剛性を $f(x)$ とすれば、次のように表すことができる。

$$\Delta\{d(x)\} = f(x) \cdot \Delta\{D(x)\} \quad (6)$$

(6)式を離散化すれば、次式を得る。

$$\int_0^L \delta\{D(x)\}^T \cdot [\Delta\{d(x)\} - f(x) \cdot \Delta\{D(x)\}] dx = 0 \quad (7)$$

一方、仮想変位の原理により次式が得られる。

$$\int_0^L \delta\{d(x)\}^T [\{D(x)\} + \Delta\{D(x)\}] dx = \delta\{q\}^T \{P\} \quad (8)$$

(4)-(8)式より、(9)式が導かれる。

$$\begin{aligned} [F]^{-1} \Delta\{q\} &= \Delta\{P\} \\ [F] &= \int_0^L [b(x)]^T \cdot f(x) \cdot [b(x)] dx \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $[F]$ は、軸力及び y, z 軸に関する曲げ・せん断に対して独立に得られる。

2.2 剛性マトリクス誘導

剛体モードの荷重及び変位ベクトル $\{\bar{Q}\}$, $\{\bar{q}\}$ は、非剛体モードベクトル $\{Q\}$, $\{q\}$ と、それぞれ次のような線形関係を有する。

$$\begin{aligned} \{\bar{Q}\} &= [t]\{Q\} & \{\bar{q}\} &= [t]\{q\} \end{aligned} \quad (10)$$

図-5 のように考えると次の関係が得られる。

$$\theta_1^* = \theta_1 - \frac{v_2 - v_1}{L} \quad \theta_2^* = \theta_2 - \frac{v_2 - v_1}{L} \quad (11)$$

同様にして

$$\begin{aligned} M_1 &= M_1^* & M_2 &= M_2^* \\ S_1 &= \frac{M_1 + M_2}{L} & S_2 &= \frac{M_1 + M_2}{L} \end{aligned} \quad (12)$$

(10)-(12)より、

$$\begin{Bmatrix} \theta_{1y}^* \\ \theta_{2y}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 1 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{1y} \\ \theta_{2y} \\ v_{1y} \\ v_{2y} \end{Bmatrix} = [t]^T \{\bar{q}\} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} M_1^* \\ M_2^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 1 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ S_1 \\ S_2 \end{Bmatrix} = [t]^T \{\bar{Q}\}$$

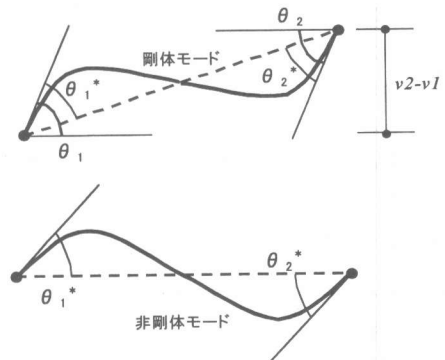


図-5 剛体モードと非剛体モード

非剛体モードでは、 $\{q\} = [F_m]\{Q\}$ であるので、(10)式から次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} \{Q\} &= [F_m]^{-1} [t]^T \{q\} \\ \{Q\} &= [t] [F_m]^{-1} [t]^T \{q\} \end{aligned} \quad (14)$$

すなわち、曲げに関する剛性マトリクス $[K_m]$ は、次のようになる。

$$[K_m] = [t] [F_m]^{-1} [t]^T \quad (15)$$

せん断力による変形を考慮する場合は、せん断変形に関する Flexibility マトリクス $[F_s]$ を用いて次のように得られる。

$$[K] = [t] [F_m]^{-1} [I] + [F_s] [F_m]^{-1} [t]^T [I] - [\alpha] [\beta]^{-1} \quad (16)$$

ただし、本研究ではせん断力による変形を考慮せず、曲げのみで解析を行うため、式の誘導の詳細については参考文献 2) を参照されたい。

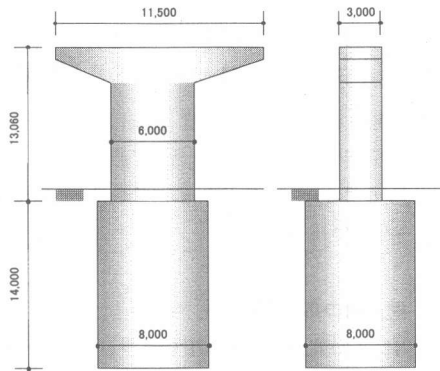


図-6 武庫川橋梁寸法図[単位: mm]

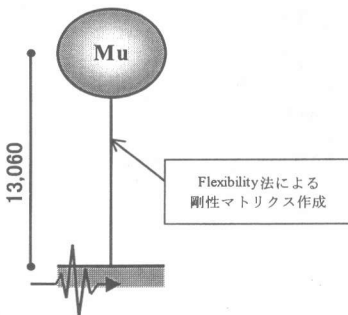


図-7 解析モデル

3. 解析対象および解析方法

3.1 解析対象橋脚

本研究では、解析対象構造物として、兵庫県南部地震において損傷を受けた、山陽新幹線武庫川橋梁を取り上げる。武庫川橋梁は、PC11連(スパン 42.25m)の橋梁である。構造の概略を図-6 に示す。

3.2 解析モデル

Flexibility 法を用いて図-6 に示した橋脚の非線形動的解析を行うにあたって、橋脚を、上部構造を含めた 1 自由度集中質点系に置換したモデルを考える(図-7)。本研究で用いたパラメーターを表-1 に示す。

3.3 モーメント-曲率関係

Flexibility 法を用いた解析においては、当該構造物の与えられたモーメント分布に対する断面剛性 EI が必要となる。その際の EI を、ファイバーモデル³⁾により求める。

ファイバーモデルに用いたコンクリートの繰返し構成則を図-8 に、鉄筋の繰返し構成則を図-9 にそれぞれ示す⁴⁾。また、図中の各定数は、表-2 のとおりである。

武庫川橋梁の断面は、図-10 に示す小判型をしている。ファイバー分割をする際には、図に示すように断面の存在しない部分も分割要

表-1 橋脚モデルに用いた定数

質点質量	2179.7 [ton]
橋脚高さ	13.06 [m]
橋脚の減衰定数	0.05

表-2 構成則の定数

コンクリート		
圧縮	強度 f_c	28.4 [MPa]
	ひずみ ϵ_c	0.003
引張	強度 f_t	-2.2 [MPa]
	ひずみ ϵ_t	-0.0001
鉄筋 SD30		
	降伏応力 f_y	470.0 [MPa]
	ヤング率 E_s	206.0 [GPa]

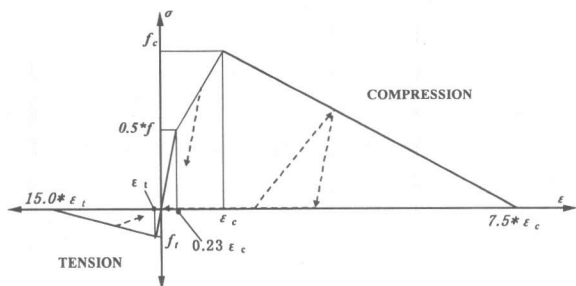


図-8 コンクリートの構成則

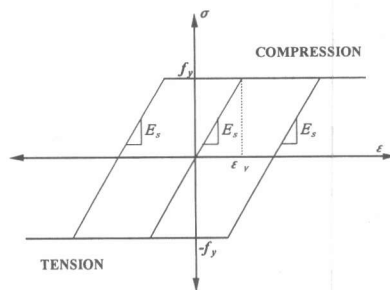


図-9 鉄筋の構成則

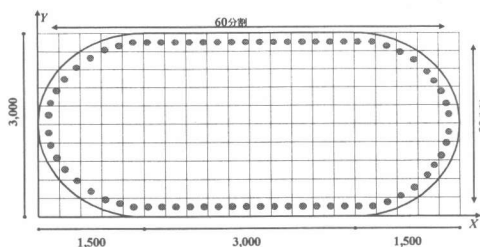


図-10 橋脚断面ファイバー分割図

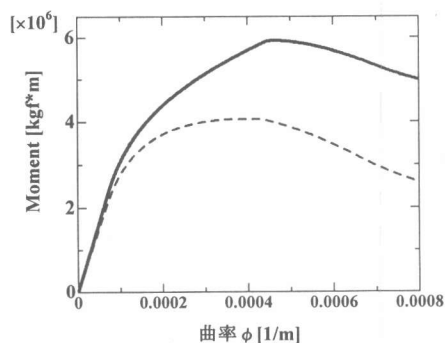


図-11 橋脚のM-φ曲線

(実線：段落し下・破線：段落しより上半分)

素に加え、その部分の面積を 0 もしくは存在している面積分だけを計算に寄与させた。

これらの構成則を用いて求めたモーメント-曲率関係を図-11 に示す。図-11 の実線は橋脚下半分（段落しよりも下）のM-φ曲線を表し、破線は橋脚上半分（段落しよりも上）のそれを表している。なお、図-10 に示した橋脚断面図は段落しよりも上の部分である。下半分は、軸方向鉄筋が二列に配置されている。寸法は図-10 と同じである。

4. 地震応答解析

4.1 入力地震波

以上の方法に基づき、Flexibility 法を用いて時刻歴応答解析を行う。入力加速度波形

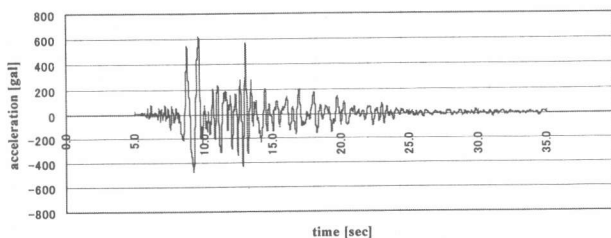


図-12 神戸海洋気象台EW加速度成分

として、1995 年の兵庫県南部地震において神戸海洋気象台で観測された、地震波を用いる（図-12）。この波は 9.62sec で最大加速度 617gal をとる。

4.2 構造物の応答解析

図-7 に示したモデルを用いて時刻歴応答を計算する。Flexibility 法による時刻歴応答解析の妥当性を判断するために、非線形解析とともに線形弾性解析を行う。

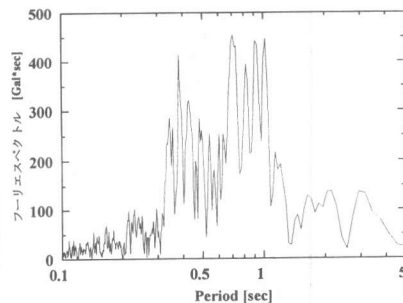


図-13 入力波スペクトル

解析には増分形の Newmark の β 法 ($\beta = 1/4$)⁵⁾⁶⁾ を用い、時間刻みは 0.001[sec]とした。計算時間は 0.0~40.0[sec]である。非線形形の剛性については当該時刻ステップでのファイバーモデルの M- ϕ 関係から得られる値から計算する。線形弾性解析には、初期剛性を用いる。

5. 解析結果及び考察

5.1 解析結果

動的解析結果を、図-14~図-17に示す。図-14, 15 が加速度応答(非線形および線形)、図-16, 17 が変位応答(非線形および線形)をそれぞれ表している。

それぞれの最大応答値およびその発生時刻は、絶対加速度応答については、非線形解析で-321.24 [gal] (8.62[sec])、線形弾性解析で+1320.72[gal] (11.54[sec])である。また、変位応答については、非線形解析で-21.9[cm] (9.16 [sec])の応答に対し、線形弾性解析では-7.2[cm] (11.56[sec])となった。

5.2 考察

5.2.1 応答解析値に関する検討

以上の結果を踏まえ、加速度応答に対するフーリエスペクトル⁷⁾を求めると、図-13, 図-14 に対応する図-18, 図-19 の加速度スペクトルが得られる。

図-18(非線形解析)のスペクトルによれば、波形の卓越周期は 1.5[sec]~3.0[sec]であり、弾性応答のスペクトルである図-19 の表す、加速度波形の卓越周期 0.45[sec]~0.50[sec]よりも周期が長期化していることが分かる。

以上の結果を総合的に見ると、今回の入力波形は 8.0[sec]付近で非常に大きな振幅が起こってお

り、このときの地震荷重によって構造物が非線形領域に入り、その後は非線形の動的応答挙動を示したと考えられる。

一方、応答振幅についての非線形による結果は、弾性解析の最大加速度の 24%、変位は 304%となった。これらの、非線形解析と線形弾性解析との波形ならびに振幅の比較から、加速度は非線形域に入って小さくなり、変位は

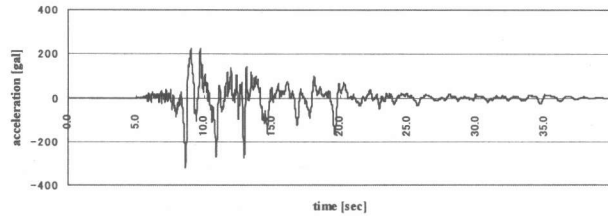


図-14 橋脚天端加速度応答解析結果 (非線形解析)

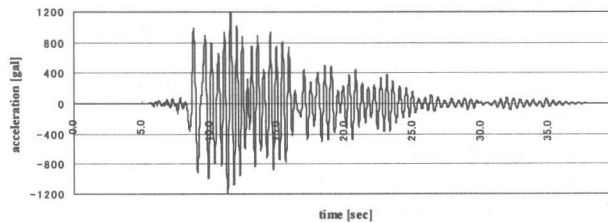


図-15 橋脚天端加速度応答解析結果 (線形弾性解析)

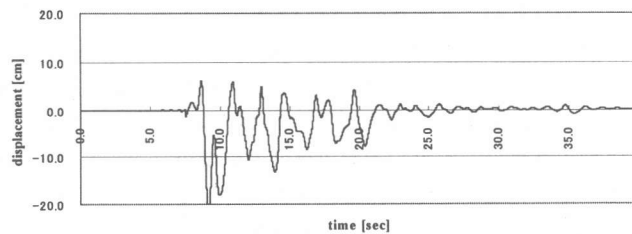


図-16 橋脚天端変位応答解析結果 (非線形解析)

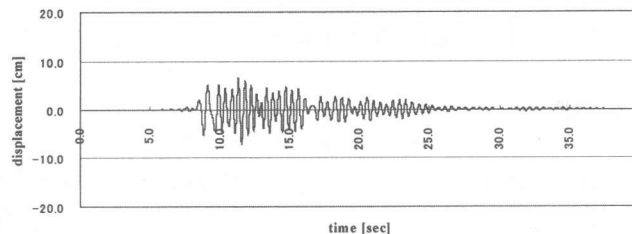


図-17 橋脚天端変位応答解析結果 (線形弾性解析)

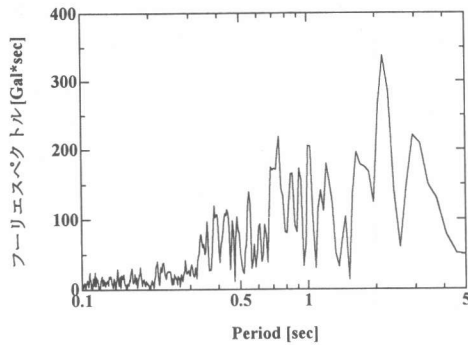


図-18 加速度応答解析（非線形）のフーリエスペクトル

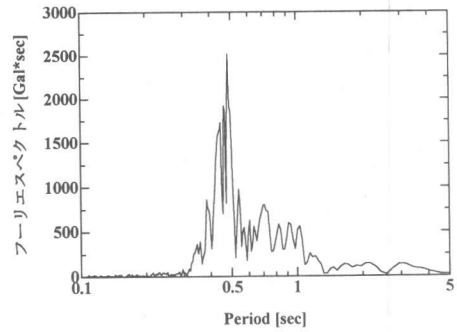


図-19 加速度応答解析（線形弾性）のフーリエスペクトル

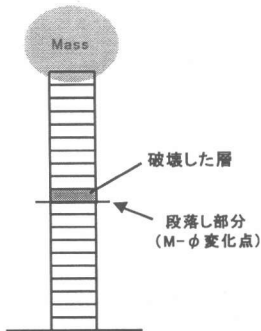


図-20 解析による局所破壊

大きくなるという結果が得られた。このことから、今回の Flexibility 法による解析は地震応答性状の一般的傾向を捉えたといえる。

起こすような複雑な挙動に対して安定した計算が可能である。

- 2) このような利点がある反面、Flexibility 法は $M-\phi$ 関係にその精度を依存している。そのため、とりわけ繰返し载荷を受けるようなコンクリートの構成則および座屈を考慮したような鉄筋の構成則について、より一層の検討が必要である。

5.2.2 局所破壊に関する検討

本解析では、図-11 に示したように $M-\phi$ 関係として、段落しの上下で異なった特性が得られているため、橋脚基部において破壊は生じていない。解析の過程で破壊を起こしたのは、段落しのわずかに上の部分、すなわち鉄筋量の少ない上半分の最下部である（図-20）。この解析結果は、実際の武庫川橋梁の破壊が段落し部分に集中していたことをよく再現したと思われる。しかしながら、本解析は、コンクリートの spalling やそれに伴う鉄筋の座屈などを考慮に入れていない。これら の点については今後の検討課題とする。

6. 結論

Flexibility 法を用いて実構造物レベルでの非線形動的解析を行った結果、以下の結論が得られた。

- 1) Flexibility 法を用いた場合、少ない要素数であっても、構造物が局所的な破壊を

参考文献

- 1) A. Neuenhofer and F.C. Filippou : Evaluation of Nonlinear Frame Finite-Element Models, Journal of Structural Engineering, ASCE, pp.958-966, July, 1997
- 2) 木全博聖・チアホン・田邊忠顕 : フレキシビリティ法を用いた RC はりの解析, コンクリート工学年次論文報告集 vol.21-3, pp.499-504, 1999
- 3) 田邊忠顕・檜貝勇・梅原秀哲・二羽淳一郎 : コンクリート構造, pp.70-82, 朝倉書店, 1992
- 4) W.F. Chen (色部・河角・安達監訳) : コンクリート構造物の塑性解析, 丸善, 1985
- 5) N.M. Newmark : A Method of Computation for Structural Dynamics, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, pp.67-96, July, 1959
- 6) 柴田明德 : 最新耐震構造解析, pp.97-108, 森北出版, 1981
- 7) 大崎順彦 : 新地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会, 1994