

# 論文 ファイバー要素法による短繊維補強セメント材料のスナップバック挙動予測

山田寛次\*1・石山 智\*2

**要旨:**弾性率の低い短繊維で補強されたセメント系複合材料は、曲げ試験時、初期ひび割れ後にスナップバック挙動を示すことがある。この現象をファイバー要素法によって予測できないか検討した。試験片にはポリプロピレン短繊維で補強された押出成形セメント材料を用いて、材料の物性値から、応力および歪みの減少域を伴うファイバー要素の挙動モデルを構成し、逐次、応力-歪み関係をトレースするプログラムによって曲げ挙動を計算した。得られた荷重-変位関係は、曲げ試験結果を概ね説明するものであった。

**キーワード:**ファイバー要素法, 短繊維補強, スナップバック, 曲げ挙動

## 1. はじめに

一般的に弾性率の低い短繊維で補強されたセメント系複合材料は、通常の方法で曲げ試験をした時、初期ひび割れ後にピーク荷重から不連続に除荷する現象を起こすことがある。この原因がスナップバック現象であり、局所化したひび割れによる変形と、除荷による歪みの解放とが同時に起きることにより、試験片の長さ依存して現れると考えられている。

スナップバック現象を含む挙動は応力および歪みの減少域と増加域を伴うため、一意に応力および歪みを定められない。このため、FEMなどの解析にあたって、計算のアルゴリズムに単純な荷重増分法、変位増分法を用いることはできず、通常、弧長法<sup>1)</sup>または座標傾斜法<sup>2)</sup>が用いられる。

ところで、ファイバー要素法は古典的な解析手法であるが、池田ら<sup>3)</sup>の低鉄筋比梁の曲げ挙動解析、Lim<sup>4)</sup>、Craig<sup>5)</sup>、幸左<sup>6)</sup>、輿石<sup>7)</sup>、著者ら<sup>8)9)</sup>による短繊維、または連続繊維補強セメント材料の挙動解析に使用されるなど、マクロな挙動解析には絶大な力を発揮する。

本研究では、このファイバー要素法によって、スナップバック現象を含む挙動を解析することを試みる。

## 2. 解析

### 2.1 解析手法

本研究で用いた解析手法は、以下の仮定を伴うファイバー要素法である。①部材は、ファイバー要素が高さ方向に積層したと考える。要素の応力-歪み関係を求めるとき、実験結果で得られるひび割れ幅を要素長で除して平均歪みに換算し、応力と対応させる。②曲げ応力下で、断面内歪みの平面保持、つまりひび割れ幅と圧縮、引張歪みを合成した変形が、除荷時においても中立軸を中心として線形に分布していると仮定する。③除荷時においても断面内の引張合力と圧縮合力とが釣り合う。

又、計算のアルゴリズムとしては、除荷から再載荷に至る引張側ファイバー要素の応力-歪み関係を、あらかじめ配列の順序として作っておき、その履歴に沿ってそれぞれの状態における断面内の力の釣り合いから、圧縮側歪みと、対応する応力を求める方法によった。圧縮、引張の歪みと応力が決まれば、既往の研究<sup>9)</sup>で示したようにたわみと荷重を逆算できる。ここでFig.1に計算のフローチャートを示し、Fig.2ではFig.1内の記号を説明している。

通常のFEM解析では、応力-歪み関係が一価関数でないと、以上のような単純なアルゴリズムでは解けないのに対して、本法は材軸方向の

\*1 秋田県立大学・教授 建築環境システム学科 工博(正会員)

\*2 秋田県立大学・助手 建築環境システム学科 工修(正会員)

曲げモーメント分布(つまり曲率分布)および断面内の平面保持とそれに伴う応力分布を仮定しているので解けるのである。

本解析の信頼性を最も大きく左右するのは、ひび割れた部材に上記②の仮定が当てはまるか否かであるが、厳密には当てはまらないであろう。また①に関しても、局所化したひび割れを持つ部材を、平均歪みに置換してしまう手法は異論も多いであろう。しかし、ひび割れ幅が引張縁に向かって線形に増加する仮定は、引張軟化曲線を求めるときに使用されて<sup>10)</sup>おり、平面保持の仮定はマクロ的には間違いではないと考えられる。またひび割れ幅を歪みに換算することにより、引張応力分布形という極めて単純なモデルを構成でき、直感的にも把握しやすい。本論文は、そのようなマクロモデルによる解析結果が、説明すべき挙動をどの程度予測できるか、可能性を調査するものである。

なお、圧縮側ファイバー要素の応力-歪み関係、圧縮、引張弾性率等の測定、モデル化などは既往<sup>9)</sup>の研究で用いた方法に従うこととした。

## 2.2 ファイバー要素モデル

ひび割れ後のファイバー要素の応力-歪み関係は、ひび割れによる変形と除荷による歪みの解放が同時に生じるものとして、両者を足し合わせることで求めた。まず、初期状態は曲げ応力に相当する引張歪みとして、先に求めておいた引張軟化曲線から、ひび割れによる変形を0.002mmずつ増加させ、対応する応力を順次決める。この応力に対応した除荷歪みは、引張弾性率から順次決まり、両者の差し引きによって歪みが求められる。例えば、Fig.3には、曲げ強度を示すFbの点から、引張軟化曲線上を $\epsilon_L$ だけ進んだBの状況を示す。このときの応力から除荷歪み $\epsilon_U$ が求められる。 $\epsilon_L$ と $\epsilon_U$ との差し引きにより、Fig.4に示すファイバー要素の応力歪み関係が、順次求められる。

## 2.3 断面内の引張応力分布

引張応力-歪み関係が定まり平面保持を仮定すると、断面内の引張応力分布は、载荷と除荷の履歴を考察し、Fig.5に示すように求められる。まずFig.4でA点( $\sigma_A$ )からB点( $\sigma_B$ )に変

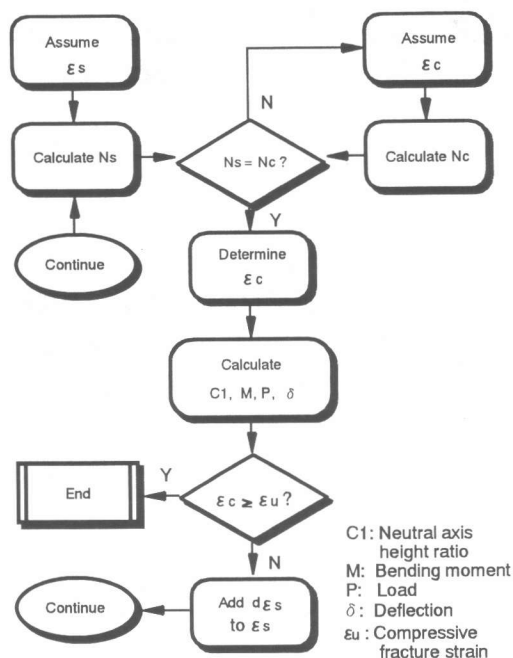


Fig.1 Flowchart of fiber-element method

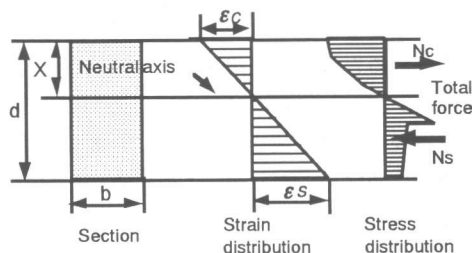


Fig.2 Symbols appeared in Fig.1

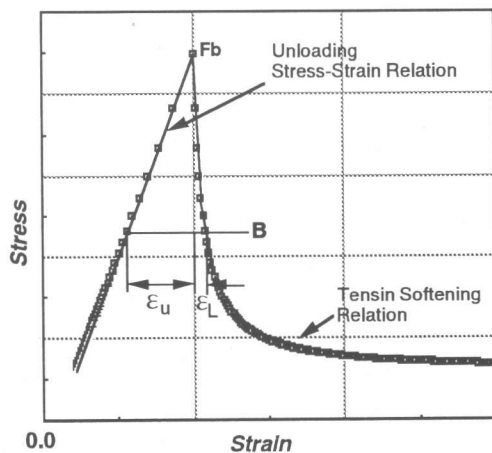


Fig.3 Method of composing stress-strain relation

化したとき、O点を中立軸位置とすると、応力分布はFig.5(a)の△OPAから△OQBへと変化する。その減少分は、図の縦縞模様で示される歪み減少に伴う部分と、横縞模様で示されるピーク減少に伴う部分とに、分けて評価できる。逆にB点からA点に向かうときは△OQBを核にして、縦縞、横縞共に増加するであろう。

またC点からD点に移行する場合も同様である。ここでC点は、Fig.4に示す全履歴の内歪みが最小になった部分である。Fig.4でC点からD点に移行するとき、Fig.5(a)でA点がB点に向かって変化したと同じように考えると、Fig.5(b)に示すように歪みが最初の微小部分△R進んだ状態では、多角形RR<sub>1</sub>U<sub>1</sub>Cが歪み増加に伴う部分、△OUCがピーク減少に伴う部分である。このとき△OQBに相当するのは△ORUとなる。結局、D点に到達したとき、Fig.5(c)に示すように増加分は多角形RSDCに、減少分は△OVCに、核となって残っているのは△ORVになり、差し引きの応力分布形状は多角形OSDCVとなる。

同様に考えて、Fig.4に示すB、C、D、Eの各点に対応する応力分布形状は、それぞれFig.6に示す△OQB、△ORC、多角形OSDCV、多角形OTEDCWとなるはずである。

#### 2.4 たわみの計算方法

既往の論文<sup>9)</sup>で示したように、中央集中荷重を受けて、単一ひび割れで折れ曲がった形状では、たわみの計算に式(1)を用いるのが妥当と考えられる。但し、本研究では、弾性変形から徐々に折れ曲がっていく過程を問題にしているため、最終的に式(1)と同じ結果となるように、

以下のように弾性たわみの計算式(2)を元に、補正することを検討した。

$$\delta_c = \frac{WL}{4d} \quad \text{----- (1)}$$

$$\delta_f = (\epsilon_c + \epsilon_s) \frac{L^2}{12d} \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 $\delta_c$ : 折れ曲がり形状のたわみ、 $\delta_f$ : 弾性変形状態を仮定したたわみ、W: ひび割れ幅、L: 曲げスパン、d: 厚さである。

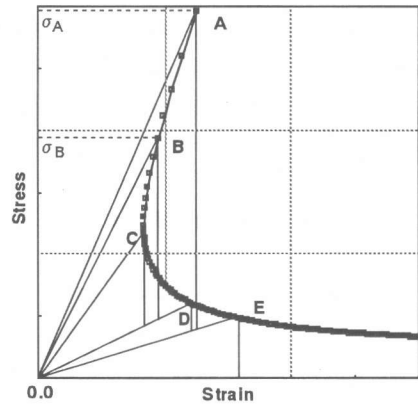


Fig.4 Trace of tensile stress-strain relation

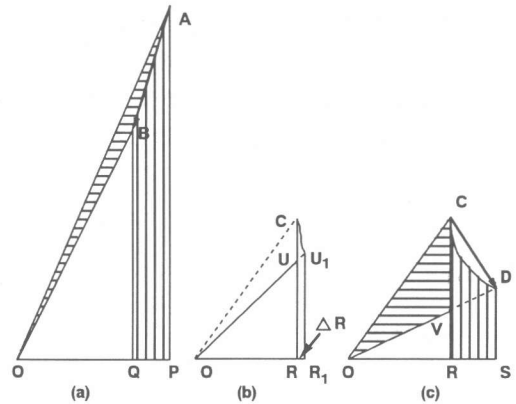


Fig.5 Decreasing and increasing stresses

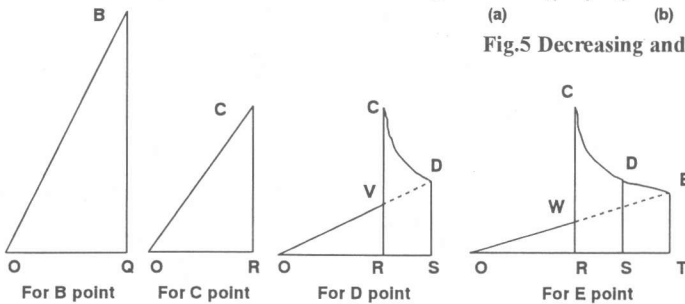


Fig.6 Tensile stress distribution models

式(2)で、完全に折れ曲がった状態のたわみを計算することを考える。まず、圧縮縁を中心に回転している状況を考え、式(2)の $\varepsilon_c$ を0と仮定する。このときの $\varepsilon_s$ を $\varepsilon_{s_c}$ とすると、 $\delta_c$ と $\delta_f$ を等値することにより式(3)が得られる。

$$\varepsilon_{s_c} = \frac{3W}{L} \quad \text{----- (3)}$$

一方、ファイバー要素の中央部最大引張歪みを $\varepsilon_{s_f}$ と置き、この集積がひび割れ幅になってたわみを引き起こすと仮定する。ここでは、長手方向の歪み分布が三角形である中央集中荷重時を対象にしているので、式(4)が得られる。

$$W = \frac{L}{2} \varepsilon_{s_f} \quad \text{----- (4)}$$

式(3)と式(4)から、式(5)が得られる。

$$\varepsilon_{s_c} = 1.5 \varepsilon_{s_f} \quad \text{----- (5)}$$

つまり、式(1)の示す折れ曲がった状態のたわみは、式(2)で引張側ファイバー要素歪みを1.5倍に補正することにより計算できることになる。本研究では、繊維長が6mmの繊維を使用しているので、ひび割れ幅が0の時は係数が1で、3mmの時に係数が1.5になるように、式(2)に下記の補正項kを掛けることにした。

$$k = \frac{W}{6} + 1 \quad \text{----- (6)}$$

### 3. 実験結果

#### 3.1 物性値

既往の論文<sup>9)</sup>中にある、押出成形されたG3調合(Table-1)試験片の挙動予測を行う。試験片の調製の手順は、概略次の通りである。材料を混練、押出成形、オートクレーブ養生した後、成形体を研磨して幅、厚さ、長さをそろえた。さらに試験前に100℃で2日間乾燥させたのち室温に戻し、試験片とした。圧縮、引張、繊維引抜試験および切り欠き梁の3点曲げ試験を実施して、圧縮、引張応力-歪み関係および引張軟

化曲線を求めた。

圧縮、引張応力-歪み関係は、破壊に至るまで直線関係であり、Table-2に破壊時の応力、歪みを示す。最終的に得られた引張軟化曲線を、モデルに使用した回帰曲線と対比して、曲げ試験時のたわみが概ね0.5mmまでの範囲(ひび割れ幅0.4mmまで)に関してFig.7に示す。ここで引張軟化曲線がY軸と交わる値は材料の引張強度であるが、本論文では曲げ強度と同一強度としている。このことは未だ一般に認められたものではないが、既往の研究<sup>11)</sup>において、同様の材料では寸法効果を考慮することにより、曲げ引張縁強度は曲げ強度と一致する可能性が示唆されており、その結果を用いたものである。

なお、モデル化した引張軟化曲線は実験結果<sup>9)</sup>を回帰したもので、下記(1)、(2)項に示す二つの関数を足し合わせたものになっている。(1)項は骨材のかみ合いなどによる引張軟化特性を2直線近似したもので、軟化開始応力を曲げ強度の24.52MPaにしてあり、(2)項は繊維の引抜挙動を関数近似したものである。

Table 1 Mix proportion of G3-mix (Volume %)

Mix	Cement	Silica powder	PP fiber	Methyl Cellulose	Water
G3	26.38	29.39	3.51	2.40	38.32

Table 2 Strength and fracture strain

Mix	Compressive fracture		Tensile fracture	
	MPa	$\mu$ strain	MPa	$\mu$ strain
G3	116.5	5780	8.43	346

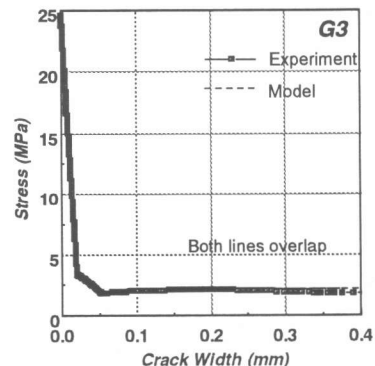


Fig. 7 Tension softening behavior

(1) 繊維以外の寄与

$$0 \leq W < 0.02$$

$$\sigma_1 = 24.52 - 1118.5W \quad \text{----- (7)}$$

$$0.02 \leq W < 0.054$$

$$\sigma_1 = 3.415 - 63.235W \quad \text{----- (8)}$$

$$W \geq 0.054 \quad \sigma_1 = 0.0 \quad \text{----- (9)}$$

(2) 繊維単独の寄与

$$0 \leq W < 0.01$$

$$\sigma_2 = 33.948W \quad \text{----- (10)}$$

$$0.01 \leq W < 0.3$$

$$\sigma_2 = 1.02769 + 0.14711 \log W \quad \text{--- (11)}$$

$$0.3 \leq W < 3.0$$

$$\sigma_2 = 0.9451 - 0.315W \quad \text{----- (12)}$$

$$W \geq 3.0 \quad \sigma_2 = 0.0 \quad \text{----- (13)}$$

ここで、Wはひび割れ幅(mm)、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ は引張軟化応力の成分(MPa)である。

### 3.2 曲げ試験

曲げ試験は、支点間距離160mmの中央集中荷重(載荷速度0.5mm/分)で実施し、3体に関して荷重と載荷点下のたわみを最大2.8mmまで連続的に計測した。ひび割れ強度が中間の値を示した代表試験片の名称、形状<sup>9)</sup>をTable 3に、得られた荷重-たわみ関係<sup>9)</sup>をFig.8に示す。図から分かるように、ひび割れ直前に850.9Nであった荷重は、ひび割れ後には206.5Nに低下している。

## 4. 解析結果と考察

### 4.1 解析結果の照査

第2章で述べたファイバー要素法に従って、第3章で述べた材料物性値を使用し、解析を行った。解析によって得られる、要素のひび割れ以降の応力-歪み関係をFig.9に、それを利用して解析した曲げ試験片の荷重-たわみ関係をFig.10に示す。なお、曲げ試験結果には載荷初期の部分に試験片のねじれに由来すると考えられる曲げ剛性の低い部分があったので、計算結果のたわみに0.017mmだけ補正を行って、ひび割れ直前のピーク位置を合わせてある。

図から分かるように、提案したモデルは、ひび割れ以降、連続的に、実験による荷重-たわみ関係の傾向を表現することができる。なお、ひび割れ後の最

Table 3 Dimension of specimens

Name of specimen	Mix	Dimensions	
		Width mm	Height mm
G3-D	G3	39.28	14.56

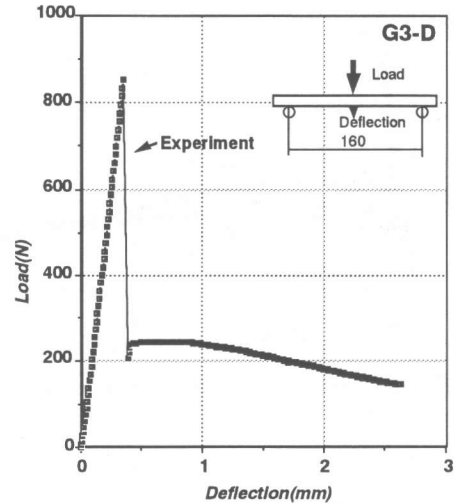


Fig. 8 Bending test result

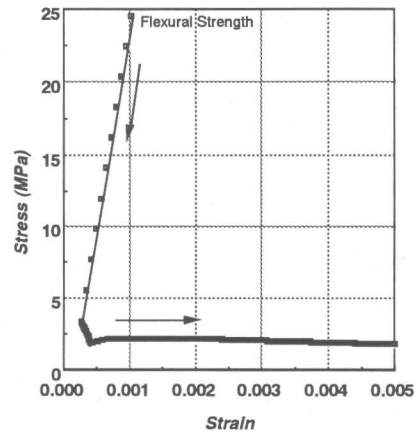


Fig. 9 Calculated stress-strain relation

大荷重に約29%の違いがあり、また、たわみが大きくなってくると減少傾向に違いが生じる。これらの差は、本解析方法の限界を示すものであろうが、ひび割れ前後のマクロな挙動を連続的に表現できる点で、意義が大きい。

### 4.2 靱性を高める要因

通常の曲げ試験で、ひび割れ後に不安定に荷重が低下しない条件を著者のモデルで考える。Fig.4,5で仮にA点がひび割れ応力、D

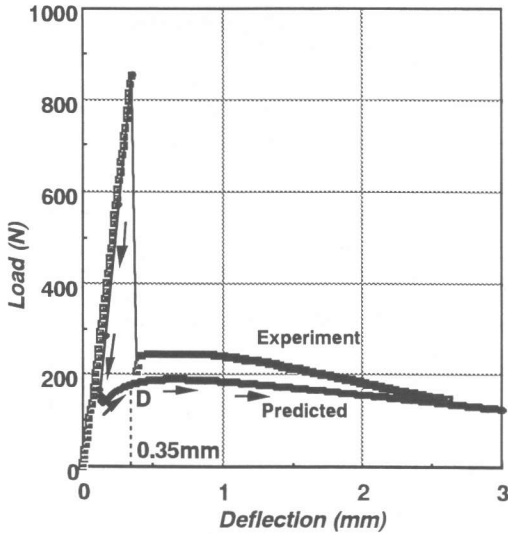


Fig. 10 Calculated and experimental curves

点がひび割れ後に同じたわみとなったときのファイバー要素の応力とする。圧縮側の影響を無視して単純に考えると、曲げによる断面内の引張側合力はひび割れ直前には $\Delta OPA$ の面積であり、ひび割れ直後には多角形OSDCVの面積へと変化している。この両者の面積を近づけることにより靱性は高まると考えられる。計算結果では、Fig. 10に示すD点でのファイバー要素の仮想ひび割れ幅は0.134mmであることから、引張軟化曲線のうち繊維以外の寄与の全て(式(7)~式(9))と、繊維引抜挙動の初期挙動を示す式(10)、(11)が重要である。

## 5. まとめ

スナップバック挙動を示す材料の曲げ挙動をファイバー要素法によって解析し、実験結果と比較した。その結果、下記の結論を得た

(1) 応力および歪みの減少域を伴う引張挙動モデルを用いたファイバー要素法プログラムによって、試験した材料の曲げ挙動は概ね予測できる。

(2) スナップバック挙動を示す材料の靱性を高めるためには、引張軟化曲線の初期の挙動が大きな意味を持っている。

## 参考文献

- 1) 例えば細野透：弧長法による弾性座屈問題の解析，日本建築学会論文報告集，No. 242，pp. 41-49，1976.4，
- 2) 吉川弘道，西岡真帆：ひずみの局所化領域を有するコンクリート単軸部材の変形挙動と安定/不安定条件，コンクリート工学論文集，Vol. 6，No. 1，pp. 89-101，1995.1
- 3) 池田尚治，山口隆裕，後藤康之：鉄筋比の小さい鉄筋コンクリートはりの曲げ挙動に関する研究，コンクリート工学論文集，Vol. 1，No. 1，pp.51-59，1990.1
- 4) Lim, T.Y., Paramasivam, P. and Lee, S.L. : Analytical Model for Tensile Behavior of Steel-Fiber Concrete, ACI Materials Journal / July-August, pp.286-298, 1987.
- 5) Craig, R.J., Decker, J. and Dombrowsky, L. : Inelastic Behavior of Reinforced Fibrous Concrete, Journal of the Structural Engineering ASCE, No. 113(ST4), pp.802-817, 1987.
- 6) 幸左賢二，Naaman, A. : 腐食によるスチールファイバーコンクリートの力学的性質の劣化，土木学会論文集，V-13，No. 420，pp.143-152，1990.
- 7) 興石直幸，手塚升，田村恭：不連続炭素繊維で補強したモルタルの曲げ強度とたわみに関する研究(第2報)，日本建築学会構造系論文集，No. 472，pp.1-10，1995.
- 8) 山田寛次，三橋博三：高強度連続繊維筋で補強された繊維強化セメント系複合材料梁の曲げ靱性向上に関する考察，日本建築学会構造系論文集，No. 537，pp. 1-6，2000.11
- 9) 山田寛次，三橋博三：ポリプロピレン短繊維補強セメント系押出成形材料の高靱性化のメカニズムに関する考察，日本建築学会構造系論文集，No. 520，pp.1-8，1999.6
- 10) 内田裕市，六郷恵哲，小柳治：曲げ試験に基づく引張軟化曲線の推定と計測，土木学会論文集，V-14，No. 426，pp.203-212，1991.
- 11) 山田寛次，三橋博三，板垣直行，石山智：ポリプロピレン短繊維強化押出成形体の引張強度の寸法効果に関する確率論的検討，日本建築学会構造系論文集，No. 540，pp. 7-12，2001.2