

# 論文 コンクリート内部の圧縮応力分布の測定方法に関する解析的検証

黒木 康博\*1・塩屋 晋一\*2・大迫 亘\*3

**要旨:** 本論文では、既に提案している、コンクリート内部の対称面の直圧縮応力分布を測定する方法の適用性を検証するために非線形有限要素解析を行っている。その結果、適切な面剛性を有する面分布ロードセルを採用することにより、不均一な応力分布に起因する対称面の平面性の崩れは、測定される応力分布の精度にほとんど影響を与えないことを確認した。また、Drucker-Prager型等方硬化降伏曲面に関連流れ則を適用した弾塑性増分理論による非線形有限要素解析では、中心圧縮力を受けるコンクリートシリンダーの圧縮強度以降に生じる応力分布を説明できないことが明らかになった。

**キーワード:** コンクリート, 測定方法, 応力分布, 有限要素解析, 応力ひずみ関係

## 1. はじめに

コンクリート内部のある面の応力分布が詳細に測定されると、既往のコンクリート系部材の応力解析方法を精度の高いレベルで検証できる。また、これまで不明な応力分布も明らかになる可能性もある。塩屋<sup>1)</sup>は、力学的対称性を利用してコンクリート内部の対称面の直圧縮応力分布を詳細に測定する方法を提案している。そこでは、一軸圧縮力を受けるコンクリートシリンダーに適用して、その測定方法の妥当性を実験結果に基づいて検証している。

本論文では、コンクリートシリンダーの非線形有限要素解析を行い、その解析結果に基づいて測定方法の適用性を検証している。また、非線形有限要素解析によって、測定されるコンクリートシリンダーの直圧縮応力分布をどの程度推定できるかについても検討している。

## 2. 測定手法と検証事項

### 2.1 測定原理

材料・形状・荷重などに対称性がある構造物では、対称線や対称面に仮想の支持条件を与え

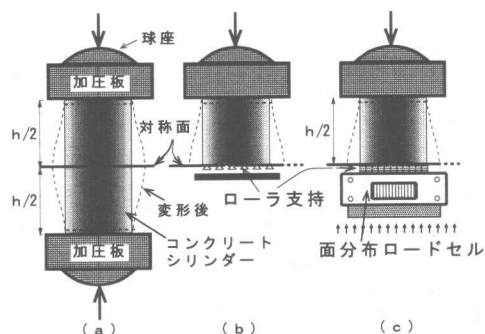


図-1 対称面の直圧縮応力分布の測定原理

ることにより、構造物の一部だけを扱うことが可能になる。対称線や対称面での主応力方向はそれらに対して平行または垂直であり、提案している方法是对称面に対して垂直な直圧縮応力を測定するものである。図-1 (a)に示すように一軸圧縮力を受けるコンクリートシリンダーでは、中央高さの水平面が対称面となり、そこをローラー支持すると図-1 (b)のようにコンクリートシリンダーの上半分高さの部分だけを取り扱える。対称面の鉛直反力分布を測定することは、図-1 (a)のコンクリートシリンダー内部の対称面での直圧縮応力分布を測定してい

\*1 鹿児島大学助手 工学部建築学科 工修(正会員)

\*2 鹿児島大学助教授 工学部建築学科 工博(正会員)

\*3 鹿児島大学大学院 理工学研究科建築学専攻 (正会員)

ることになる。本研究では、鉛直反力の面分布を測定できる面分布ロードセルを開発し、図-1(c)のようにセットして反力分布を測定している。このように対称面に垂直な主応力が主に圧縮応力である部材の応力状態としては図-2のようなものが挙げられる。

## 2.2 面分布ロードセルの機構

図-3に面分布ロードセルの概略を示す。図-3(a)中に示すような荷重検出用素子（以後素子と称す）を鋼材で製作し、受感部に2枚のひずみゲージを貼付して曲げ成分を除去できるようにしている。素子が受ける荷重は、個別の換算係数と受感部の平均のひずみの積として検出している。そして素子を磨き鋼板の上に図-3(b)のように11行11列のます目状に並べている。対称面のローラー支持については、図-3(c)中に示すように対称面と素子の上面の間に焼き入れ角鋼（研磨仕上げ）とグリース塗りの二重テフロンフィルム(0.05mm)およびゴムシート(0.5mm)をセットし、これらの中で対称面の横変形を拘束しないようにしている。詳細は文献1)を参照されたい。

## 2.3 対称面のローラー支持与平面性の崩れ

対称面に垂直な主応力が圧縮応力である場合、ローラー支持は、対称面の広がり変形が拘束されなくて、そしてその平面性が崩れないように支持される必要がある。対称面を面分布ロードセルで支持する場合、広がり変形の拘束については、2.2節で述べた方法で十分であることが確認されている<sup>1)</sup>。しかし、平面性の崩れについては、面分布ロードセルの荷重検出の機構上、対称面の応力分布が不均一な状態になれば、各素子の応答縦ひずみが異なり、図-4に示すように対称面の平面性は崩れる。この平面性の崩れは本測定方法では不可避であり、それが測定される応力分布に生じさせる誤差が問題となる。文献1)では図-1(a)と図-1(b)の両方の供試体の実験結果を比較し、対称面の横ひずみ挙動や破壊状況および平均の応力-ひずみ関係において、両者に差異がないことから、

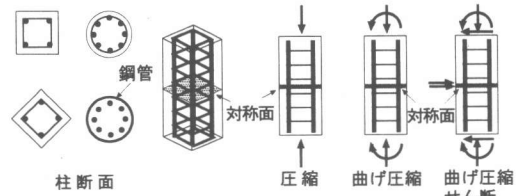
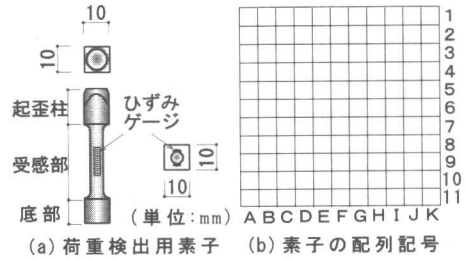


図-2 コンクリート系部材の対称面の例



(a) 荷重検出用素子 (b) 素子の配列記号

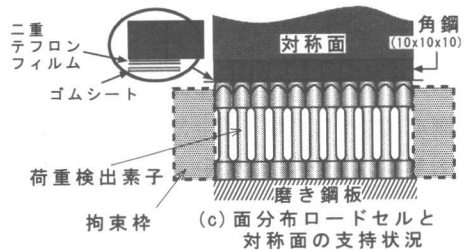


図-3 面分布ロードセルと荷重検出素子配列

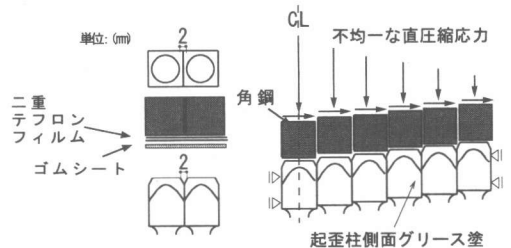


図-4 対称面での平面性の崩れ

その平面性の崩れは測定される応力分布にほとんど誤差を生じさせないものと推察した。

## 3 非線形有限要素解析

### 3.1 解析方針

前述のように、コンクリートシリンダーの対称面を面分布ロードセルで支持する場合には、その平面性が崩れる。その平面性の崩れが、測定される直圧縮応力分布に生じさせる誤差を検証することが本解析の目的である。その誤差は、平面性が全く崩れない水平ローラーで支持する

場合と、面分布ロードセルで支持する場合の、両者の直圧縮応力分布を比較することにより明らかになる。平面性が崩れる程度は、対称面の直圧縮応力分布の不均一な程度と、面分布ロードセルの剛性に大きく影響を受ける。

その直圧縮応力分布は、3.6節(2)で後述されるが、圧縮強度まではほぼ一様で圧縮強度以降で中心部分の応力が大きくなり外周部分が小さくなる。中心部の応力と周辺部の応力の差が応力分布の不均一性の程度を表す指標と観れる。中心部の応力が大きくなる主原因は加力面の摩擦により内部で多軸応力状態が生じることによる。ここでは、応力分布の不均一性の程度に影響を与える解析変数として多軸応力状態での強度増加と相関性のある、等二軸圧縮の一軸圧縮強度に対する強度増加率 $\alpha$ を考える。

一方、面分布ロードセルで支持する場合、基本的には素子が対称面を支える。ここでは、対称面の単位面積当たりを支える素子の剛性を面剛性 $K_p$ と定義して、それを解析変数とする。面剛性が大きくなると水平ローラー支持に近くなり、平面性の崩れはなくなる。

### 3.2 解析モデル

図-5(a)に示すように、対称性を利用してコンクリートシリンダーの1/4部分を解析対象部分とする。図-5(b)、(c)に解析モデルとメッシュ分割を示す。対称面を、水平ローラー支持する場合と、面分布ロードセルで支持する場合の2種類のモデルについて解析を行う。加力面は加力盤の摩擦を考慮して鉛直ローラーとし、対称面は水平ローラーまたは面分布ロードセルの素子を模擬した一軸トラス要素で支持する。コンクリート部分には4節点の軸対称ソリッド要素を用いて弾塑性材料とし、素子の一軸トラス要素は弾性材料とする。コンクリートの構成則については3.3節で述べる。

素子の軸剛性は、素子が負担する面積 $A_i$ と面剛性 $K_p$ の積で設定される。図-5(a)のモデルを軸対称回転体として解析する場合、支点的鉛直反力は円周方向に連続する支点的鉛直

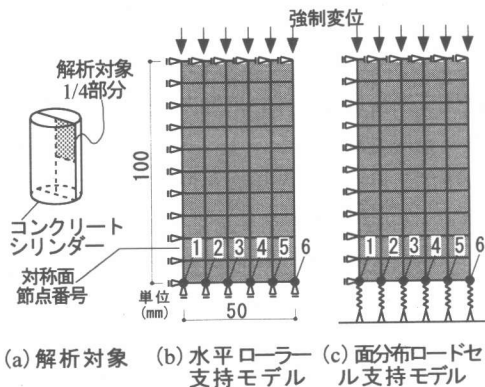


図-5 解析モデルとメッシュ分割

反力の合力として算出される。この鉛直反力は支点または素子トラスが負担している面積の直圧縮応力の合力と等しい。各支点または素子トラスが負担する面積は、要素内の応力が一定であることを利用すると計算されるが、その過程は紙面の都合上省略する。外力については上加力面位置の節点に、下方に同一の鉛直変位を与える変位増分形式で解析を行っている。

### 3.3 構成則と非線型方程式の解法

解析には、汎用有限要素解析プログラムABAQUS/Standard(以下ABAQUSと称す)を使用し、コンクリートの構成則にはABAQUSのコンクリートオプションを使用した。これは、低拘束圧力のもとで、ひずみが単調に増加する場合のコンクリートをモデル化したものである。概要を以下に述べる。

圧縮側の主応力成分が卓越している場合は、図-6に示すDrucker-Prager型の降伏曲面を用いた弾塑性理論でモデル化している。

ひずみ増分を弾性ひずみ増分 $(d\epsilon^{el})_{ij}$ と塑性ひずみ増分 $(d\epsilon^{pl})_{ij}$ とに分解している。

$$(d\epsilon)_{ij} = (d\epsilon^{el})_{ij} + (d\epsilon^{pl})_{ij} \quad (1)$$

圧縮側の降伏曲面は式(2)で表されている。

$$f_c = q - \sqrt{3} a_0 p - \sqrt{3} \tau_c = 0 \quad (2)$$

ここで、 $p = -I_1/3$ であり、 $q = (3J_2)^{1/2}$ である。 $I_1$ は応力の第一不変量、 $J_2$ は偏差応力の第二不変量である。また、 $\alpha$ を一軸圧縮強度に対する等二軸圧縮強度の比、 $\sigma_c$ を相当圧縮応力として、

$$a_0 = \sqrt{3} \frac{1-\alpha}{1-2\alpha}, \tau_c = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3} a_0 \right) \sigma_c$$

塑性変形の進行に伴い、等方硬化則と関連流れ則が適用されている。

引張応力が支配的な場合、ひび割れ検知塑性モデルがひび割れの発生する増分に使用される。ひび割れの存在と方向が決定した後は、損傷弾性が適用されている。

(1) 式の弾性ひずみ増分  $(d\varepsilon^{el})_{ij}$  を分解する。

$$(d\varepsilon^{el})_{ij} = (d\varepsilon_d^{el})_{ij} + (d\varepsilon_t^{pl})_{ij} \quad (3)$$

$(d\varepsilon_d^{el})_{ij}$  は弾性ひずみ増分、 $(d\varepsilon_t^{pl})_{ij}$  はひび割れ検知に関する塑性ひずみ増分である。図-6に示す、ひび割れ検知に適用する曲面  $f=0$  は  $p$  と  $q$  から、開いたひび割れと関連する応力成分を落として  $\tilde{p}$  と  $\tilde{q}$  で表し、次式で定義している。

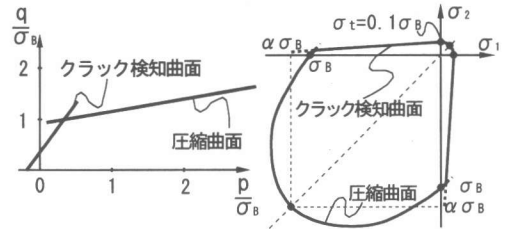
$$f_t = \tilde{q} - \left( 3 - b_0 \frac{\sigma_t}{\sigma_t^u} \right) \tilde{p} - \left( 2 - \frac{b_0}{3} \frac{\sigma_t}{\sigma_t^u} \right) \alpha_t = 0 \quad (4)$$

$b_0$  は二軸応力試験で、一方が一軸の圧縮強度の時、他方にひび割れが生じる引張応力から定義される定数、 $\sigma_t^u$  は一軸の引張強度、そして  $\sigma_t$  は相当引張応力である。ひび割れ発生後の挙動はHilleborgの脆性破壊概念に従っている。ひび割れの検知に関連流れ則が適用され、検知後は、損傷弾性で破壊が表現される。開いたひび割れによるポアソン効果はないものとされ、ひび割れ発生後のせん断剛性は、図-7に示す剛性低下率  $\rho$  によって、 $\rho G$  で表されている。 $G$  はコンクリートの弾性のせん断剛性で、 $\varepsilon$  はひび割れに直交する直ひずみ、 $\varepsilon_{max}$  はその限界値である。また、 $\rho^{close}$  は、ひびが再び閉じた時のせん断剛性低下率である。

本解析では、軟化域の解析を行うため、非線形方程式の解法に修正Riks法を使用している。

### 3.4 解析変数

等二軸圧縮での強度増加率  $\alpha$  を1.16と2.50の2種類とする。前者は普通コンクリートの標準的な値で、後者は解析による応力分布を測定される応力分布<sup>1)</sup>に近づけるために設定した値である。面分布ロードセルの面剛性  $\mathbf{K}_p$  は、実験<sup>1)</sup>に用いたロードセルの素子の面剛性  $\mathbf{K}_p$  の5.0、



(a) p-q平面内の曲面 (b) 平面応力状態の曲面

図-6 降伏曲面と破壊曲面

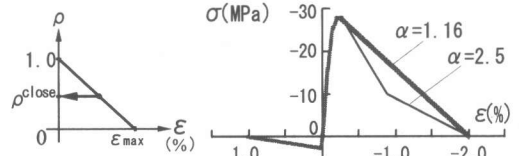


図-7 剛性低下率 図-8 一軸の応力-ひずみ関係

1.0、0.5、0.1倍の4種類とする。 $\mathbf{K}_p$  は図-2(a)の受感部だけが変形するものとし、鋼材のヤング係数を  $2.06 \times 10^5 \text{N/mm}^2$  として算出した値 ( $1.35 \times 10^3 \text{N/mm}^2$ ) である。

### 3.5 コンクリートの材料特性

図-8に仮定したコンクリートの一軸の応力-ひずみ関係を示す。コンクリートシリンダーの平均の応力-ひずみ関係と、解析で用いる一軸の応力-ひずみ関係は、本質的には異なる。水平ローラー支持のモデルで予備解析を行い、解析による平均の応力-ひずみ関係が、文献1)の実験結果に適合するように一軸の圧縮応力-ひずみ関係を  $\alpha$  の値ごとに仮定した。一軸の圧縮特性は、圧縮軟化域が異なる2種類である。圧縮強度  $\sigma_B$  を  $28 \text{N/mm}^2$ 、ヤング係数を  $2.06 \times 10^4 \text{N/mm}^2$  とした。一軸の引張特性は引張強度  $\sigma_t$  を  $0.1 \sigma_B$  とし、引張軟化を考慮している。引張強度が零になる極限ひずみは、ひび割れの極限幅を  $0.05 \text{mm}$  とし、要素寸法を考慮して仮定した。

その他の材料定数は、ポアソン比を0.185、 $\rho^{close}$  を0.987、 $\varepsilon_{max}$  を1.0%とした。

### 3.6 解析結果

#### (1) 対称面の平面性の崩れ

図-9に対称面の鉛直変位の分布を示す。この分布は、平均圧縮ひずみ  $\varepsilon$  が0.4%の時のものである。ここで  $\varepsilon$  は、面分布ロードセルで支持

する場合に対称面の節点に不同の鉛直変位が生じるため、変形後の節点の平均高さと同加力面の間で生じる平均の圧縮ひずみとしている。分布は節点6に対する各節点*i*の鉛直変位の差  $\Delta V_{i-6}$  で示している。面剛性は  $5eK_p$ ,  $eK_p$ ,  $0.5eK_p$ ,  $0.1eK_p$  の4種類である。 $5eK_p$  は対称面を鋼板で支持する場合の面剛性と等しい。 $5eK_p$  の面剛性であれば対称面の平面性はほぼ崩れていないが、面剛性が小さくなると崩れている。また等二軸圧縮の強度増加率  $\alpha$  を2.5にすると内部の応力分布がより不均一になるため対称面の平面性はより崩れている。

図-10に節点1と節点6の変位の差  $\Delta V_{1-6}$  と  $\epsilon$  の関係を示す。 $\Delta V_{1-6}$  は対称面の平面の崩れの程度を表す。図中にシリンダーの圧縮強度時の平均圧縮ひずみ  $\epsilon_B$  を一点鎖線で示す。圧縮強度直前から対称面の平面性は崩れはじめ、圧縮強度以降、その程度は増大している。

## (2) 対称面の直圧縮応力分布

図-11に半径方向の直圧縮応力分布を解析値と実験値を比較して示す。圧縮強度時と、 $\epsilon$  が0.4%の時の分布を、それぞれ示している。実験値は文献1)で報告している実験のH-5供試体の分布である。実験値は、円形断面の中心から等距離の位置の直圧縮応力を平均した値である。黒塗りの記号は  $\alpha$  を1.16とした場合で、白塗りの記号は  $\alpha$  を2.5とした場合である。直圧縮応力は、ローラー支点的鉛直反力またはトラス要素の軸圧縮力を、3.2節で述べた各支点的負担面積で除している。

ロードセル支持とローラー支持の応力の差は、面剛性が  $eK_p$  であれば、その差は平均の圧縮強度  $\sigma_B$  の約3%と微小である。

圧縮強度時の応力分布はほぼ一緒になっている。これは図-10で観られたように、いずれの面剛性の場合でも平面性があまり崩れていないことによる。実験値との適合性については、 $\epsilon=0.4\%$  の時、 $\alpha$  を2.5とした解析値が実験の分布に近づいているが、まだ十分説明できる状況ではない。これは、 $\alpha$  が二軸圧縮の実験による

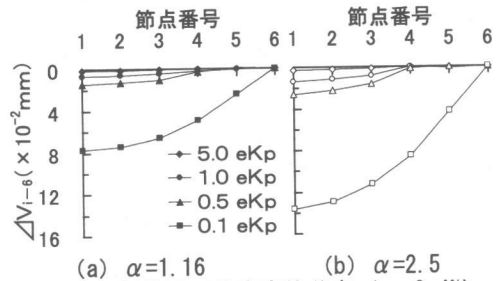


図-9 対称面の鉛直変位分布 ( $\epsilon=0.4\%$ )

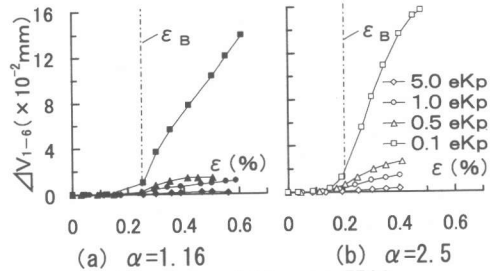


図-10  $\Delta V_{1-6}-\epsilon$  関係

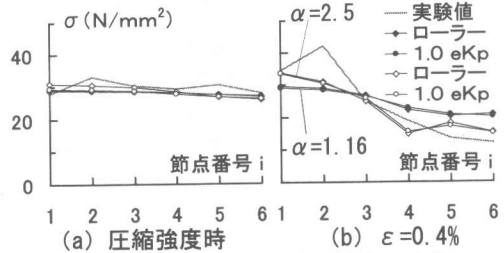


図-11 半径方向の直圧縮応力分布

と1.16程度であることを考えると、本解析で用いた構成則では三次元応力状態のコンクリートの特性を十分表現できないことを示唆していると考えられる。

## (3) 面剛性の影響による応力分布の誤差

図-12にロードセルの面剛性を变化させた場合の直圧縮応力と  $\epsilon$  の関係を示す。示した関係は、節点1と節点3および節点6のものである。 $5eK_p$  の面剛性であればいずれの時点でもローラー支持のものとほぼ同じであるが、面剛性が  $0.1eK_p$  と小さくなれば、ローラー支持のものとの差はかなり大きくなる。これは、適切な面剛性の範囲が存在することを意味している。最も差が生じている節点は、 $\alpha$  を2.5とした場合の節点1で、最大応力時に生じている。そこにおいて、 $eK_p$  のロードセルの場合には  $\sigma_B$  の約5%

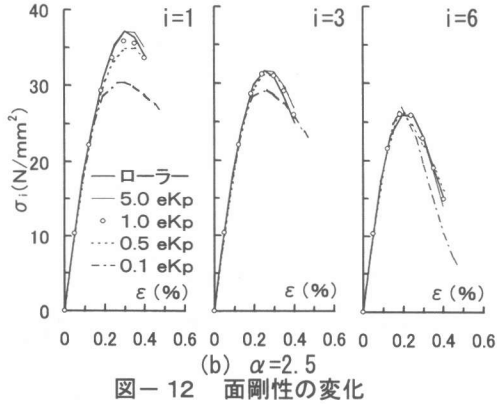
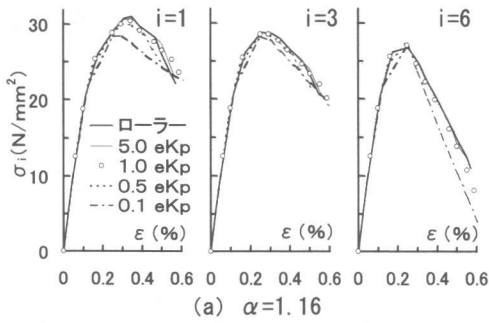


図-12 面剛性の変化

の差となっており、実験で採用している面剛性のロードセルで対称面の応力分布を概ね測定できると判断される。

#### (4) 平均の応力-ひずみ関係

図-13に平均の圧縮応力-ひずみ関係を示す。圧縮応力 $\sigma$ は全鉛直反力をシリンダー面積で除した値である。図-14に横ひずみ( $\epsilon_h$ )の挙動を圧縮応力 $\sigma$ との関係で示す。横ひずみは対称面の外周節点6の水平変位をシリンダーの半径で除した値である。面剛性が $0.1 \cdot K_p$ の場合、前述したように平面性は大きく崩れて内部の応力分布もローラー支持のもとと差が大きく生じていたが、平均の圧縮応力-ひずみ関係や横ひずみ( $\epsilon_h$ )の挙動では明確な差が生じていない。これは応力解析の方法の精度を平均的な応力-ひずみ関係で検証することが必ずしも適切でないことを示唆している。

### 5. まとめ

コンクリート内部の直圧縮応力分布を測定する方法の適用性を検証するために非線形有限要素

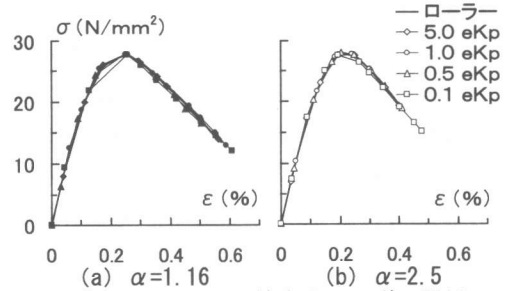


図-13 平均の圧縮応力-ひずみ関係

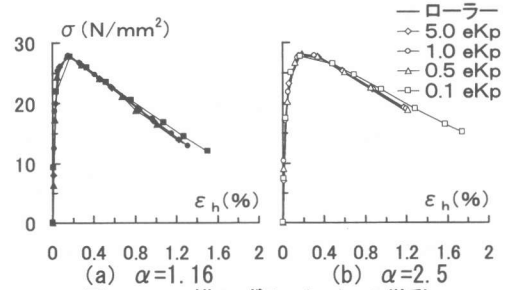


図-14 横ひずみ( $\epsilon_h$ )の挙動

素解析を行った。その結果をまとめるとつぎのとおりである。

- (1) 提案している測定方法は、適切な面剛性を有する面分布ロードセルを採用することにより、不均一な応力分布に伴う対称面の平面性の崩れの影響を受けることなく、応力分布を精度よく測定できる。
- (2) 圧縮強度が $30 \text{ N/mm}^2$ 程度のコンクリートでは、面剛性 $K_p$ が $1.35 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$ 以上であれば対称面の平面性の崩れは、測定される応力分布の精度にほとんど影響を与えない。
- (3) 本解析で用いたDruker-Prager型の等方硬化降伏曲面と関連流れ則に基づく構成則では、圧縮応力が支配的な三次元応力状態のコンクリートの特性を十分、表現できない。
- (4) 非線形有限要素法解析の結果が平均的な応力-ひずみ関係の実験結果と適合しても、内部の応力分布の適合を保証するものではない。

### 参考文献

- 1) 塩屋晋一：力学的対称面を利用するコンクリート内部の圧縮応力分布の測定，コンクリート工学年次論文集，Vol. 21, pp. 583-588, 1999