

論文 接合面のすべりを考慮した合成断面梁の材料非線形解析

浅野 貴史*1・上田 正生*2・内山 武司*3・和田 俊良*4

要旨: 本論文では任意の厚さを有する接合面の「相対すべり量」を考慮した「水平接合面を有するコンクリート合成断面梁」の有限要素法による材料非線形解析法の概要について報告し、更に本解析法に基づいた解析プログラムを用いて、T型PC梁の破壊試験の結果や既往の実験値と解析値との比較・検討などを行い、本解析手法の有用性を明らかにしている。

キーワード: 接合面すべり, 水平接合面, コンクリート合成断面梁, 材料非線形解析

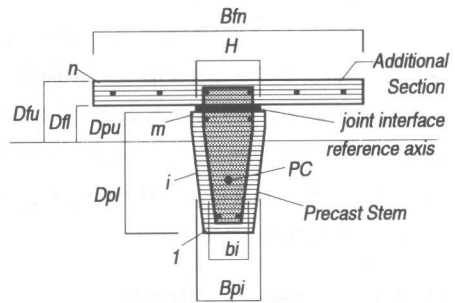
1. はじめに

近年、工期短縮のためのハーフPCa部材などの採用により、設計者の意図の有無に関わらず「接合面を有する合成断面部材」を形成する構造物が増加している。しかし、これらの構造物の設計や解析を行う際には、簡便のため「接合面は完全付着である」と仮定することにより合成断面部材を一体構造として取り扱っているのが現状である。

著者らはここ数年来、水平接合面に生ずる「相対すべり量」を考慮に入れたコンクリート合成断面梁の解析手法について研究を行っており¹⁾、本論文はその有限要素法による材料非線形解析法について報告するものである。本稿では更に、本解析法に基づき作成された解析プログラムを用いて、追加打設用接着剤を使用し接合された合成T型断面PC梁の破壊試験の結果や、既往の実験値と、解析値との比較・検討を行い、その妥当性を明らかにする。

2. 基本仮定事項

定式化に際して本報告で採用した基本仮定



図一 合成断面梁の概要 (積層表示)

事項を以下に列挙する。

- a. 接合面を有する合成断面梁は、「基幹断面」となるプレキャスト部材と、後から接合される「追加断面」とから構成されるものとし、梁には鉛直荷重と軸方向荷重が作用し微小変形理論が適用できるものとする。
- b. 基幹断面部分と追加断面部分とは同一の曲率を有し、それぞれ平面保持の仮定が成立する。また、基幹断面部分と追加断面部から構成される合成断面は、有限な厚さの接着層によって接合されており、合成断面梁全体が積層表示され、基幹断面部までは m 層、追加断面部を含む合

*1 北海道大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (正会員)

*2 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻 工博 (正会員)

*3 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻 工博 (正会員)

*4 北海道職業能力開発大学校講師 建築科 工博 (正会員)

成断面梁全体では n 層 (従って追加断面部自体は $(n - m)$ 層) に仮想分割されている。

c. 積層表示された部材断面は、スターラップ内のコンクリートのコンファインド効果をも考慮するため、更にサブ分割して取り扱い、各層内の歪はすべて各層の中央位置の値で評価される。

d. 接合面には付着すべりが生じるものとし、この付着境界に生じる付着応力 τ_h と相対すべり変位 h との間には区間線形関係が成立する。

e. 補強材は直線補強材のみを対象とし、全断面内に材軸に平行に l 層 (基幹断面内に $1 \sim k$ 層、追加断面内に $k + 1 \sim l$ 層) 配置されており、これら補強材とコンクリートとの間には配筋方向に生じる i 層の補強材層のすべり変位 S_i は、平面が保持される各断面部分からの相対すべり変位で表示され、すべり変位 S_i と付着応力 τ_{bi} との間にも区間線形関係が成立する。

3. 変位場および歪増分と応力増分

3.1 変位場

前節の仮定に基づき、この問題を定式化するために設定しなければならない変位場の数は、梁の基準軸上の材軸方向の変位 u 、鉛直方向の変位 w 、および接合境界に生じるすべり変位 h 、そして梁断面内に l 層配筋されている補強材層のすべり変位 $S_1 \dots S_l$ の計 $(3 + l)$ 個である。ただし材料非線形解析にあたっては、これら各変位は増分形式で表示されることになる。

3.2 基幹断面内の歪増分と応力増分

基幹断面部の任意の i 層の歪増分 $\Delta_p \varepsilon_i$ は下式のように表される。(ただし、 $i = 1 \sim m$)

$$\Delta_p \varepsilon_i = \Delta \varepsilon_o + {}_p z_i \Delta \phi \quad (1)$$

ここで、 ${}_p z_i$: 基準軸からの基幹断面層 i の中心までの距離、 $\Delta \varepsilon_o$: 梁の軸歪増分で $\Delta \varepsilon_o = d \Delta u / dx$ 、 $\Delta \phi$: 梁の曲率の増分量で $\Delta \phi = d^2 \Delta w / dx^2$

従って基幹断面部内の任意の i 層におけるスターラップ内の応力増分 $\Delta_p \sigma_{gi}$ およびスター

ラップ外の応力増分 $\Delta_p \sigma_{ci}$ はそれぞれ次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta_p \sigma_{gi} &= {}_p E_{gi} \Delta_p \varepsilon_i \\ &= {}_p E_{gi} \left(\frac{d \Delta u}{dx} + {}_p z_i \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_p \sigma_{ci} &= {}_p E_{ci} \Delta_p \varepsilon_i \\ &= {}_p E_{ci} \left(\frac{d \Delta u}{dx} + {}_p z_i \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \quad (3) \end{aligned}$$

ただし、 ${}_p E_{gi}$ および ${}_p E_{ci}$: それぞれ i 層の基幹断面のスターラップ内およびスターラップ外の接線ヤング係数

3.3 追加断面内の歪増分と応力増分

追加断面部の任意の i 層の歪増分 $\Delta_f \varepsilon_i$ は接合境界面のすべりを考慮しなくてはならないので下式のようなになる。(ただし、 $i = m + 1 \sim n$)

$$\Delta_f \varepsilon_i = \Delta \varepsilon_o + {}_f z_i \Delta \phi + \Delta \varepsilon_h \quad (4)$$

ここで、 ${}_f z_i$: 基準軸からの追加断面層 i の中心までの距離、 $\Delta \varepsilon_h$: 接合面境界の相対すべり増分で $\Delta \varepsilon_h = d \Delta h / dx$

従って追加断面部内の任意の i 層におけるスターラップ内の応力増分 $\Delta_f \sigma_{gi}$ およびスターラップ外の応力増分 $\Delta_f \sigma_{ci}$ はそれぞれ次のようなになる。

$$\begin{aligned} \Delta_f \sigma_{gi} &= {}_f E_{gi} \Delta_f \varepsilon_i = {}_f E_{gi} \\ &\times \left(\frac{d \Delta u}{dx} + {}_f z_i \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d \Delta h}{dx} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_f \sigma_{ci} &= {}_f E_{ci} \Delta_f \varepsilon_i = {}_f E_{ci} \\ &\times \left(\frac{d \Delta u}{dx} + {}_f z_i \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d \Delta h}{dx} \right) \quad (6) \end{aligned}$$

ただし、 ${}_f E_{gi}$ および ${}_f E_{ci}$: それぞれ i 層の追加断面のスターラップ内およびスターラップ外の接線ヤング係数

3.4 補強材層の歪増分と応力増分

(1) 基幹断面内に存在する補強材層

基幹断面内に存在する $i = 1 \sim k$ 層の補強材層の任意の i 層の歪増分 $\Delta_p \varepsilon_{si}$ は、補強材の付着すべりを考慮に入れて下式のようなになる。

$$\Delta_p \varepsilon_{si} = \Delta \varepsilon_o + z_{si} \Delta \phi + \Delta \varepsilon_{ssi} \quad (7)$$

ここで、 z_{si} は基準軸から i 層の補強材までの距離、 $\Delta \varepsilon_{ssi}$: この層の補強材の相対付着すべり増分量で $\Delta \varepsilon_{ssi} = d \Delta S_i / dx$

従ってこの i 層の補強材の応力増分 $\Delta_p \sigma_{si}$ は次のようになる。

$$\Delta_p \sigma_{si} = E_{si} \Delta_p \varepsilon_{si} = E_{si} \times \left(\frac{d \Delta u}{dx} + z_{si} \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d \Delta S_i}{dx} \right) \quad (8)$$

ただし、 E_{si} : 補強材層 i の接線ヤング係数

(2) 追加断面内に存在する補強材層

追加断面内に存在する $i = k + 1 \sim l$ 層の補強材層の任意の i 層の歪増分 $\Delta_f \varepsilon_{si}$ は、補強材の付着すべりに加えて接合面の相対付着すべり増分量をも考慮に入れ、次式のように表される。

$$\Delta_f \varepsilon_{si} = \Delta \varepsilon_o + z_{si} \Delta \phi + \Delta \varepsilon_{ssi} + \Delta \varepsilon_h \quad (9)$$

従ってこの i 層の補強材の応力増分 $\Delta_f \sigma_{si}$ は次のようになる。

$$\Delta_f \sigma_{si} = E_{si} \Delta_f \varepsilon_{si} = E_{si} \left(\frac{d \Delta u}{dx} + z_{si} \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d \Delta S_i}{dx} + \frac{d \Delta h}{dx} \right) \quad (10)$$

4. 非線形解析のための増分汎関数

追加断面を有する合成断面梁の増分表示された全ポテンシャル・エネルギー汎関数は下式のようになる。

$$\Delta \Pi = \Delta U - \Delta V \quad (11)$$

$$\Delta U = (\Delta U_{sc} + \Delta U_{st} + \Delta U_h + \Delta U_{bs}) \quad (12)$$

ここで、 ΔU : 内部エネルギー増分、 ΔU_{sc} : 梁断面のコンクリート部に蓄積される歪エネルギー増分、 ΔU_{st} : 補強材に蓄積される歪エネルギー増分、 ΔU_h : 接合面付着すべりに関わるエネルギー増分、 ΔU_{bs} : 補強材の付着すべりに関わるエネルギー増分、 ΔV : 外力による負荷ポテンシャル・エネルギー増分

この式 (11) を基にして、積層表示された材料非線形解析のための増分表示形式の合成断面梁の全ポテンシャルエネルギー汎関数は以下の

ように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\sum_{i=1}^m \Delta t_{pi} \left\{ p b_i p E_{gi} \right. \right. \right. \\ & + (p B_i - p b_i) p E_{ci} \left. \left. \left. + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \left\{ f b_i f E_{gi} \right. \right. \right. \right. \\ & + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \left. \left. \left. + \sum_{i=1}^l (A_{si}^* E_{si}) \right) \left(\frac{d \Delta u}{dx} \right)^2 \right. \right. \\ & - 2 \left(\sum_{i=1}^m p z_{si} \left\{ p b_i p E_{gi} + (p B_i - p b_i) p E_{ci} \right\} \right. \\ & + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} f z_{si} \left\{ f b_i f E_{gi} + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \right\} \\ & + \sum_{i=1}^l (A_{si}^* E_{si} z_{si}) \left. \left. \left(\frac{d \Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \right) \right. \\ & + 2 \left(\sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \left\{ f b_i f E_{gi} + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \right\} \right. \\ & + \sum_{i=k+1}^l (A_{si}^* E_{si}) \left. \left. \left(\frac{d \Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d \Delta h}{dx} \right) \right) \right. \\ & + 2 \sum_{i=1}^l (A_{si} E_{si}) \left. \left. \left(\frac{d \Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d \Delta S_i}{dx} \right) \right) \right. \\ & + \left(\sum_{i=1}^m \Delta t_{pi} z_{si}^2 \left\{ p b_i p E_{gi} + (p B_i - p b_i) p E_{ci} \right\} \right. \\ & + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} f z_{si} \left\{ f b_i f E_{gi} + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \right\} \\ & + \sum_{i=1}^l (A_{si}^* E_{si} z_{si}^2) \left. \left. \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right)^2 \right) \right. \\ & - 2 \left(\sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} f z_{si} \left\{ f b_i f E_{gi} + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \right\} \right. \\ & + \sum_{i=k+1}^l (A_{si}^* E_{si} z_{si}) \left. \left. \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d \Delta h}{dx} \right) \right) \right. \\ & - 2 \sum_{i=1}^l (A_{si} E_{si} z_{si}) \left. \left. \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d \Delta S_i}{dx} \right) \right) \right. \\ & + \left(\sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \left\{ f b_i f E_{gi} + (f B_i - f b_i) f E_{ci} \right\} \right. \\ & + \sum_{i=k+1}^l A_{si}^* E_{si} \left. \left. \left(\frac{d \Delta h}{dx} \right)^2 + H K_h \Delta h^2 \right) \right. \\ & + 2 \sum_{i=k+1}^l (A_{si} E_{si}) \left. \left. \left(\frac{d \Delta h}{dx} \right) \left(\frac{d \Delta S_i}{dx} \right) \right) \right. \\ & + \sum_{i=1}^l A_{si} E_{si} \left. \left. \left(\frac{d \Delta S_i}{dx} \right)^2 + \sum_{i=1}^l A_{bsi} K_{bi} \Delta S_i^2 \right) \right\} dx \\ & - \int_0^L \left\{ \Delta P_u \left(\frac{d \Delta u}{dx} \right) + \Delta q \Delta w \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^l \Delta P_{Si} \left(\frac{d \Delta S_i}{dx} \right) \right\} dx \quad (13) \end{aligned}$$

ここで、 L ：梁要素長、 Δt_{pi} および Δt_{fi} ：それぞれ基幹断面および追加断面の任意層 i の層厚、 ${}_p b_i$ および ${}_f b_i$ ：それぞれ任意の基幹断面層および追加断面層 i の幅、 ${}_p b_i$ および ${}_f b_i$ ：それぞれ基幹断面および追加断面の任意層 i のスターラップ内断面部の幅、 A_{Si} ：補強材層 i の断面積、 A_{bSi} ：補強材層 i の単位長あたりの付着表面積、 A_{Si}^* ：補強材層 i の換算断面積で $i = 1 \sim k$ のとき $A_{Si}^* = A_{Si} (1 - {}_p E_{gi} / E_{Si})$ 、 $i = k + 1 \sim l$ のときスターラップ内で $A_{Si}^* = A_{Si} (1 - {}_f E_{gi} / E_{Si})$ 、スターラップ外で $A_{Si}^* = A_{Si} (1 - {}_f E_{ci} / E_{Si})$ 、 K_h ：接合境界面の接線付着係数、 K_{Si} ：補強材層 i の接線付着係数、 ΔP_u ：軸荷重増分、 Δq ：鉛直方向分布荷重増分、 ΔP_{Si} ：補強材の緊張荷重増分

5. 有限要素方程式への定式化

5.1 変位関数

図-2 に接合面のすべりを考慮した合成断面梁要素の概要を示す。変形法を用いて有限要素方程式への定式化を行うために必要な変位増分量 $\Delta u, \Delta w, \Delta h, \Delta S_i (i = 1 \sim l)$ の変位関数をそれぞれ次のように仮定する。

$$\Delta u = [1 \quad x] \{ \alpha_{u0} \quad \alpha_{u1} \}^T = [f_u] \{ \alpha_u \} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta w &= [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] \{ \alpha_{w0} \quad \alpha_{w1} \quad \alpha_{w2} \quad \alpha_{w3} \}^T \\ &= [f_w] \{ \alpha_w \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta h = [1 \quad x] \{ \alpha_{h0} \quad \alpha_{h1} \}^T = [f_h] \{ \alpha_h \} \quad (16)$$

$$\Delta S_i = [1 \quad x] \{ \alpha_{Si0} \quad \alpha_{Si1} \}^T = [f_{Si}] \{ \alpha_{Si} \} \quad (17)$$

ただし、 $\{ \alpha_u \}, \{ \alpha_w \}, \{ \alpha_h \}, \{ \alpha_{Si} \}$ ：それぞれ $\Delta u, \Delta w, \Delta h, \Delta S_i$ に関する一般化変位

5.2 有限要素方程式

前節の関係を増分汎関数式(13)に代入し、各節点変位増分ベクトル $\{ \Delta \delta_u \}, \{ \Delta \delta_w \}, \{ \Delta \delta_h \}, \{ \Delta \delta_{S1} \}, \dots, \{ \Delta \delta_{Sl} \}$ について、変分をとり整理することによって次の増分表示された有限要素方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{uh} & K_{uS} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{wh} & K_{wS} \\ K_{uh}^T & K_{wh}^T & K_{hh} & K_{hS} \\ K_{uS}^T & K_{wS}^T & K_{hS}^T & K_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta_u \\ \Delta \delta_w \\ \Delta \delta_h \\ \Delta \delta_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta P_u \\ \Delta P_w \\ 0 \\ \Delta P_S \end{Bmatrix} \quad (18)$$

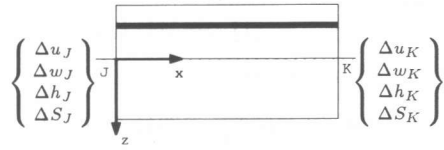


図-2 合成断面梁要素

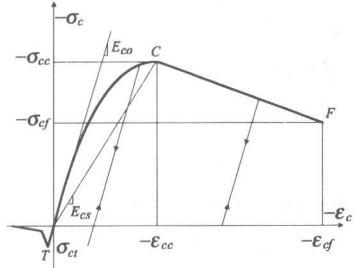


図-3 コンクリートの仮定 $\sigma - \varepsilon$ 曲線

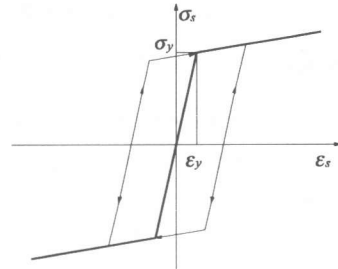


図-4 補強材の仮定 $\sigma - \varepsilon$ 曲線

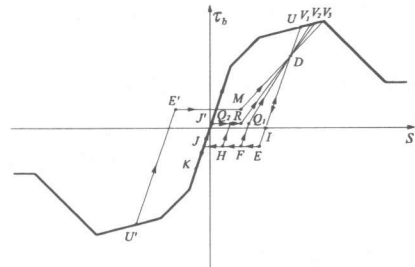


図-5 繰り返し載荷時の仮定 $\tau_s - S$ 曲線

6. 非線形解析法

非線形解析法としては、接線剛性を用いた初期応力法に基づく荷重増分・反復法を採用し、各荷重ステップごとの繰り返し計算によって解を求めるものとする。

7. 仮定材料性状および構成関係

本解析に使用した各材の仮定材料性状および構成関係については、既に報告済みである²⁾。

従って、ここではその概要のみを記述する。

7.1 コンクリートの仮定応力-歪曲線

コンクリートの仮定応力-歪曲線を図-3に表す。圧縮側では圧縮強度 σ_{cc} に到達するまでは、Saenz のシミュレート曲線で表示し、引張側では引張強度 σ_{ct} までは線形弾性が成立するものとする。

7.2 補強材の仮定応力-歪曲線

補強材は、図-4に示すように bilinear 型の弾塑性材料として取り扱うものとする。

7.3 補強材の仮定付着-すべり曲線

本解析で使用するコンクリートと補強材との間の付着応力-すべり関係を図-5に示す。この図は、正・負両側の単調載荷経路と、図中の U 点に始まる典型的ないくつかの除荷経路と、F, H, K, U' 点に代表される再載荷開始点とその後の再載荷経路の典型を示したものである。

8. 数値計算例

ここでは、本解析法による若干の数値計算例を掲げ、本解析法の有用性について検証してみることとする。

8.1 接合面を有する T 型 PC 梁の解析

最初に、当研究室で実施した「追加打設用接着剤」を用いた T 型 PC 梁の破壊試験の結果と本解析法による計算値の比較を行ってみる。

合成 T 型断面 PC 梁は、図-6に示すような性能を有しており、基幹断面部に追加断面部を打ち継ぐ際には追加打設用エポキシ樹脂接着剤を用いた。また、図-7に解析時に使用した仮定付着応力-すべり関係を示す。この形状は、劉らのモデル³⁾を参考にし、最大付着応力度を接着剤の引張せん断強度から決定した。

図-8は、中央部の荷重と変形の関係について、実験値と、ずれを考慮した場合と完全付着を仮定した場合の2種類の解析値の計3種を示したものである。ただし、完全付着を想定した場合の解析のみ単調載荷で実行した。実験値とずれを考慮した場合の解析値とを比べると、除

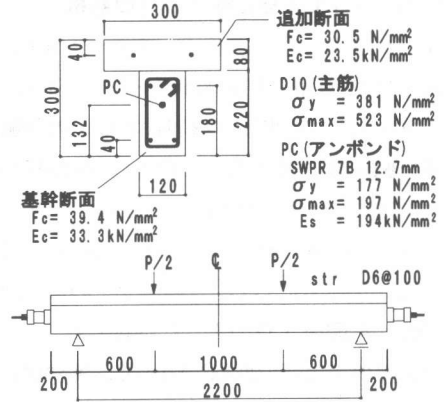


図-6 T 型 PC 梁試験体諸元

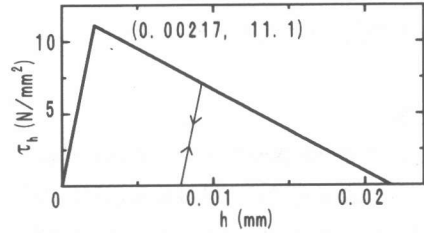


図-7 仮定 $\tau_h - h$ 曲線

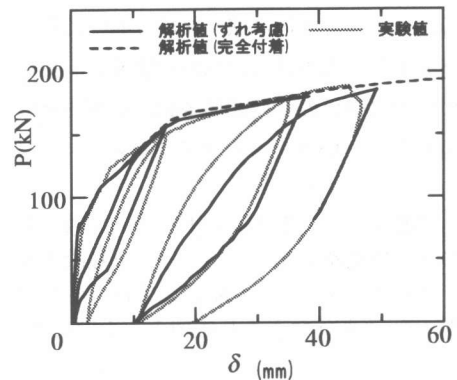


図-8 中央部の荷重変形曲線

荷時の残留変形など解析値は実験値を精度よく表現していることがわかる。また、完全付着の場合の解析値と実験結果とを比較してもこの T 型 PC 梁の接合面は完全付着といって差し支えない性能を有しており、接着接合を有するコンクリート合成断面梁部材は、短期的には十分な実用性を有していることがわかる。

8.2 ハーフ PCa 板合成スラブの解析

今一つの例として、渡辺らのハーフ PCa 板合成床スラブ No.3⁴⁾ の解析を行ってみる。この一方向スラブの断面・材料性状などの試験体概要を図-9 に掲げる。この PCa 板の打ち継ぎ部には、40mm×40mm×4mm のコッターが作成されているため、ここでは金らのせん断試験結果⁵⁾ を参考にして、このスラブの接合面の付着性状を図-10 のように評価した。

中央部の荷重変形曲線に関して、実験値と解析値の比較図を図-11 に示す。この結果から、ずれを考慮した解析値は実験値の傾向をよく表していることがわかる。なお参考のため、接合面のすべりを無視した場合の解析値も併記した。

9. まとめ

本報では「接合境界面のずれを考慮した接合面を有する合成断面梁」の材料非線形解析のための定式化の概要について報告し、更に実際に接合面を有する T 型 PC 梁の破壊試験の結果や既往の実験値との比較により本解析法の有用性を明らかにした。今後は様々な接合面の付着性状を把握するためのせん断試験を実施し、更にはこの種の梁部材の長期変形挙動の研究へと拡張・発展させていきたいと考えている。

謝辞：著者らの合成 T 型断面 PC 梁の作製に際して多大な援助をいただいたドーピー建設工業(株)、アサヒボンド工業(株)、および、住友電気工業(株)の各社に心より感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 例えば、浅野貴史, 上田正生, 内山武司, 和田俊良: 接合面のずれを考慮した合成断面 PC 梁の材料非線形解析, プレストレストコンクリート技術協会第 10 回シンポジウム論文集, pp.389-392, 2000.10
- 2) 上田正生, 土橋由造: 補強筋の付着すべりを考慮したコンクリートはり部材の曲げ変形解析, 土木学会論文集, 第 372 号/V5, pp.55-64, 1986.8

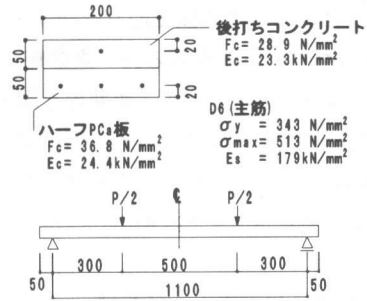


図-9 渡辺らの試験体の概要

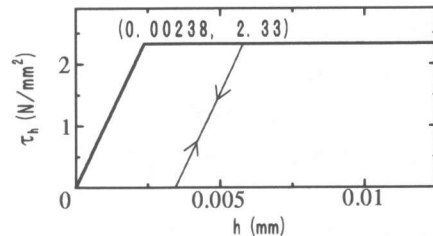


図-10 仮定 $\tau_h - h$ 曲線

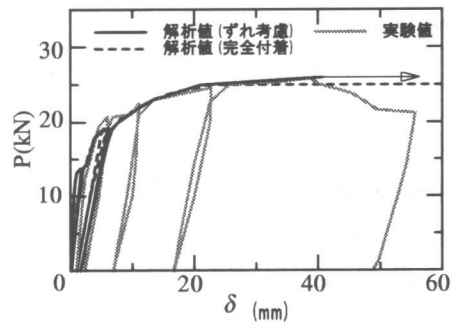


図-11 中央部の荷重変形曲線

- 3) 劉玉擎ほか：炭素繊維シートで補強された RC 部材の破壊挙動の有限要素解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20, No.3, pp.1-6, 1998.6
- 4) 渡辺洋一郎, 山本俊彦：ハーフ PCa 板合成スラブにおける新旧コンクリートの収縮歪み差の影響, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.835-840, 1999.6
- 5) 金晋漢ほか：コンクリート合成床板のシャークコッターのせん断強度に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.15, No.2, pp.613-618, 1993.6