

論文 格子等価連続体化法によるひび割れ面でのせん断伝達のモデル化

舟田 武*¹・Ahamad Syed Ishtiaq*²・田辺 忠顕*³

要旨: 格子等価連続体化法¹⁾は、ひび割れた鉄筋コンクリート体を等価な格子に置き換え連続体構成式を導くモデルであり、その簡便性ゆえ、三次元的に任意方向へ複数ひび割れが発生する場合でさえ、ひび割れ面でのせん断伝達を評価できる拡張性を有している。本研究では、格子等価連続体化法に基づき、三次元応力空間において鉄筋コンクリート体に任意方向のひび割れが発生した場合のせん断伝達挙動を評価するモデルの提案を行い、既往の実験結果との比較により提案するモデルの妥当性を評価するとともに、格子等価連続体化法の幅広い拡張性の一端を示した。

キーワード: 格子等価連続体化法, せん断伝達モデル, Shear Lattice

1. 序論

著者らが属する名古屋大学コンクリート研究室では、簡便で、より応用性のある RC 解析モデルの開発を、格子等価連続体化法¹⁾を用いて行っている。本研究もその一環であり、本報では、ひび割れ面のせん断伝達モデルを格子等価連続体化法により行う。ひび割れ面でのせん断伝達挙動は、ひび割れ面の粗度、ひび割れ幅、及びせん断変位などに影響を受け、過去にはこれら要因を考慮した様々なモデル²⁾が提案されている一方、実際のせん断伝達挙動が複雑であると供に、ダイレタンシーをもモデル化しようと試みれば、提案されているモデルが複雑になることもまた事実である。

本研究で提案する微視的物理モデルは、簡便で、せん断伝達挙動のモデル化が明快であると供に、想定する Shear Lattice によるせん断伝達挙動を、三次元応力空間における $[D]$ matrix の形で容易に表現する事が可能である。Collins らの RC パネルの実験結果と本解析結果比較する事により、パラメーターの同定を行うと供に、提案するモデルの妥当性の評価を行った。

2. ひび割れ面でのせん断伝達のモデル化

2.1 ひび割れ面のモデル化

図-1 に示すように、三次元応力空間において鉄筋コンクリート体に任意方向のひび割れが発生した場合を考える。この時、局所座標系 (ξ, η, ζ) は、ひび割れ進展方向を ξ 軸、ひび割れが広がる方向を η 軸とし、ひび割れは ζ 軸方向に要素を貫通しているものと仮定する。さらに本研究ではこのひび割れ面を、図-2 に示すように、大胆にある傾斜角 θ を有するひび割れ面と仮定した。この場合、ひび割れ面どうしが接触するケースは、図-2 (a),(b) の 2 ケースが考えられることから、本研究では 1 つのひび割れ面に対し、それぞれの接触面に垂直な 2 本の格子成分を想定することとした。なお、本研究では以後、これらひび割れ面に対し想定される格子成分を Shear Lattice と称する。また当然のことながら、ひび割れ面の接触の度合いは、図-2 中、ひび割れ幅 w とせん断変位 δ の組み合わせで決定される。

2.2 せん断伝達モデルの定式化

Smearred crack model (分散ひび割れモデル)

*¹ 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

*² 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 工修 (正会員)

*³ 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

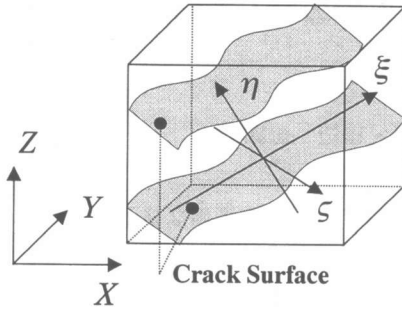


図-1 Crack Surface

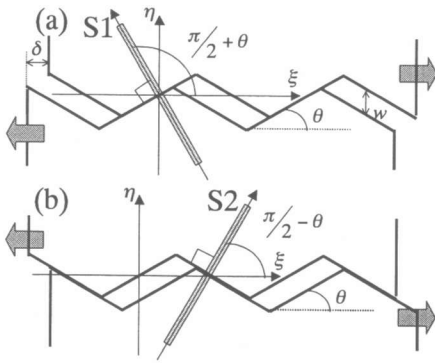


図-2 Crack Surface のモデル化

にせん断伝達モデルを適用する場合、Smearred model では、ひび割れ発生後も要素は連続体とみなされることから、ひび割れ面を介して伝達される圧縮応力、せん断応力は、 w, δ の変位成分よりむしろひずみ成分と関連付ける必要がある。また、要素内の応力場が一様と仮定される Smearred model では、 w, δ とひび割れ引張りひずみ (ϵ_{cr})、せん断ひずみ (γ) 間に以下の関係が成り立つ。

$$\epsilon_{cr} = w_{total} / L, \quad \gamma = \delta_{total} / L \quad (1)$$

ここで、 $w_{total}, \delta_{total}$ は、ひび割れ発生により生ずる全ひび割れ幅、せん断変位の和であり、 L は要素の長さである。以上の w, δ と ϵ_{cr}, γ の関係から、以後、ひび割れ面を介して伝達される圧縮応力、せん断応力をひずみ成分を用いて定式化を行う。

要素内に発生する一様なひずみ場は、全体座標系 (global coordinate) で以下ある。

$$\{\epsilon_g\} = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad (2)$$

ひずみ変換マトリクス $[T_\epsilon]$ を用いて、 $\{\epsilon_g\}$ を図-1 に示す局所座標系 (ξ, η, ζ) に変換する。

$$\begin{aligned} \{\epsilon_\ell\} &= [T_\epsilon] \{\epsilon_g\}^T \\ &= \{\epsilon_\xi, \epsilon_\eta, \epsilon_\zeta, \gamma_{\xi\eta}, \gamma_{\eta\zeta}, \gamma_{\zeta\xi}\}^T \end{aligned} \quad (3)$$

全ひび割れ開口変位、全せん断変位と関連付けられるひずみ成分はそれぞれ、式 (3) 中の ϵ_η とひび割れ発生前の弾性ひずみ成分 (ϵ_e) との差 (ϵ_{ncr})、及び $\gamma_{\xi\eta}$ であることから、局所座標系ひずみベクトルから両者を取り出す。

$$\begin{aligned} \{\epsilon_{cr}\} &= [\Omega] \{\bar{\epsilon}_\ell\}^T \\ &= [\Omega] \{\epsilon_\xi, \epsilon_\eta - \epsilon_e, \epsilon_\zeta, \gamma_{\xi\eta}, \gamma_{\eta\zeta}, \gamma_{\zeta\xi}\}^T \\ &= \{0, \epsilon_{ncr}, 0, \gamma_{\xi\eta}, 0, 0\}^T \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $[\Omega]$ は、(2,2)、(4,4) 成分が 1、他が 0 の 6×6 マトリクスである。なお、引張側を正と仮定する場合、 $\epsilon_{ncr} \geq 0$ である。

ひび割れ面の接触により発生する Shear Lattice 方向 (図-2 中、S1, S2 方向) の接触面応力増分は、式 (4) の増分ひずみベクトル、及び Shear Lattice の一軸応力-ひずみ関係を用いることにより計算される。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_{S1} \\ \sigma_{S2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{S1} & 0 \\ 0 & E_{S2} \end{bmatrix} [T_{\epsilon, S1, S2}] \Delta \{\epsilon_{cr}\} \quad (5)$$

ここで、 $[T_{\epsilon, S1, S2}]$ は、あるひずみ場から S1, S2 方向のひずみ増分を算定するひずみ変換マトリクスであり、 E_{S1} は、 $\partial \sigma_{S1} / \partial \epsilon_{S1}$ である。式 (5) で求められた応力増分は、応力変換マトリクス $[T_{\sigma, S1, S2}]^{-1}$ を用いて、局所座標系 (ξ, η, ζ) の応力増分ベクトル ($\Delta \{\sigma_\ell\}$) に変換される。また、ひび割れ面を介して伝達される応力は、 η 軸方向の圧縮応力、及びせん断応力 $\tau_{\xi\eta}$ と仮定する。

$$\Delta \{\sigma_\ell\} = [\Omega] [T_{\sigma, S1, S2}]^{-1} \Delta \begin{Bmatrix} \sigma_{S1} \\ \sigma_{S2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

最後に、式 (6) のせん断伝達による局所座標系応力増分ベクトルは、全体座標系に変換される。以上より、ひび割れ面でのせん断伝達を表現する応力-ひずみマトリクスは、次式と書き表すことが可能である。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = [T_\sigma]^{-1} [D_{Shear}]_{\xi\eta\zeta} [T_\varepsilon] \quad (7)$$

$$[D_{Shear}]_{\xi\eta\zeta} = [\Omega] [T_{\sigma,S1,S2}]^{-1} [D_{shear,uni}] [T_{\varepsilon,S1,S2}] [\Omega]$$

式(7)は、一つのひび割れ面に対するせん断伝達モデルの定式化ではあるが、ひび割れが n 方向に発生した場合をも同様に定式化することが可能である。即ち、それぞれのひび割れ面に Shear Lattice を想定し、図-3 に示すようにスペクトル的に、各方向に $[D_{shear}]$ を定義する。平均的には、せん断剛性は式(8)で与えられる。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = \sum \left[\frac{g_i^2}{g_1^2 + \dots + g_n^2} [D_{Shear}]_{XYZ,i} \right] \quad (8)$$

ここで、添え字 i は、要素内に発生した異なる方向のひび割れ数を意味し、 g_i は各せん断剛性の重みを表す。また本研究では、ひび割れ面の粗度を図-2 のように一様に仮定したが、 θ を変化させ、一つのひび割れ面に対し複数本の Shear Lattice を想定することで、ひび割れ面の粗度を考慮できるものと考えられる。この考えは、マイクロプレーンモデルと類似するものである。

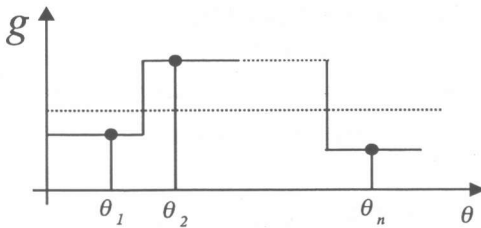


図-3 角度毎のせん断剛性の重み

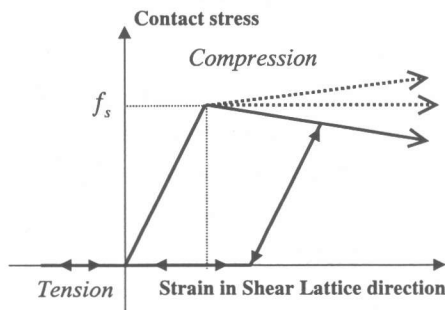


図-4 接触面での弾塑性応力伝達モデル

2.3 接触面における弾塑性応力伝達モデル

接触面に対して直角方向の接触圧縮応力-接触ひずみ関係には、図-4 に示す弾塑性モデルを仮定した。接触圧縮応力の弾性限界 (f_s) は、前川らが提案する $f_s = 13.7 \cdot f_c^{1/3}$ (MPa) を採用し²⁾、初期剛性は簡便のため一軸試験から得られるコンクリートの初期弾性係数と等しく仮定した。降伏後の挙動は、硬化型、完全弾塑性型、軟化型の3ケースが考えられるが、実験から接触面の圧縮応力-ひずみ関係を測定することが容易ではないため、本研究では、降伏後緩やかに応力が減少する軟化型を仮定した。また、接触面が離れる方向の剛性は0と仮定した。

本研究では、接触面に対し、一方向の Shear Lattice を想定している。これは、提案するモデルを簡便にするためであり、かつ接触部分の応力状態が一軸応力状態であるという仮定したためである。実際には、接触部分の応力状態は一軸応力状態でないことから、この問題に対しさらなる検討が必要と考えられる。

2.4 ひび割れ開閉による接触面積変化

せん断伝達挙動は、ひび割れ幅の大きさの影

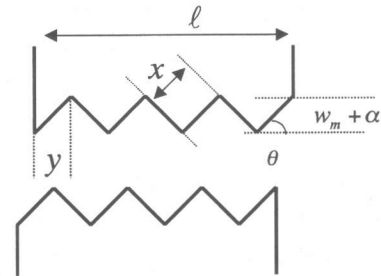


図-5 接触面の面積

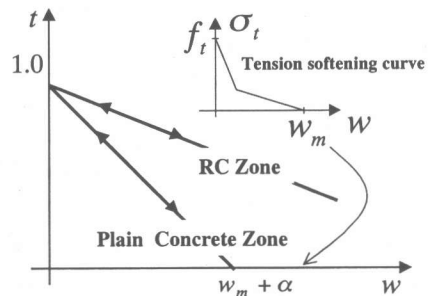


図-6 接触面の接触率の変化

表-1 供試体の諸元

Specimens	荷重条件*1	ρ_x	ρ_y	$f_{y,y}$ (MPa)	$f_{y,x}$ (MPa)	f_c (MPa)	f_{t1} *2(MPa)	f_{t2} *3(MPa)
PV10	PS	1.785	1.306	276.0		14.5	1.6	1.6
PV11	PS	1.785	1.306	235.0		15.6	1.7	1.4
PV12	PS	1.785	0.446	469.0		16.0	1.7	1.5
PV18	PS	1.785	0.315	431.0		19.5	2.0	2.1
PV19	PS	1.785	0.713	458.0	299.0	19.0	1.9	2.3
PV20	PS	1.785	0.885	460.0	297.0	19.6	2.0	2.3
PV21	PS	1.785	1.296	458.0	302.0	19.5	2.0	2.4
PV22	PS	1.785	1.524	458.0	420.0	19.6	2.0	2.5

*1 PS:純せん断 *2 $f_{t1} = 0.583f_c^{2/3}$ *3 実験結果に合わせた引張強度

響を受ける。ひび割れ面の凸凹が、ひび割れ幅よりも小さければ、ひび割れ面での応力伝達はあり得ない。本研究では、この現象を次のようにモデル化した。

前述の通り、ひび割れ面は図-5 に示すようにモデル化した。また、ひび割れ面での凸凹による山の高さを $w_m + \alpha$ と仮定した。 w_m は引張軟化曲線における応力が完全に伝達されなくなった時点のひび割れ幅であり、提案するせん断伝達モデルに破壊エネルギーを間接的に導入している(図-6)。図-5 中の x, y はそれぞれ $(w_m + \alpha)/\sin\theta$ 、 $(w_m + \alpha)/\tan\theta$ であり、ひび割れが奥行き方向に貫通しているものと仮定すれば、ひび割れが完全に閉じている場合、凸凹の斜面が接触する総面積 A は、次式となる。

$$A = xb \cdot \frac{\ell}{y} = b \cdot (w_m + \alpha) / \sin\theta \cdot \frac{\ell}{(w_m + \alpha) / \tan\theta} = b\ell / \cos\theta \quad (9)$$

ここで、 b は図-1 中 ζ 方向の長さである。式(9)は、接触面積が奥行き方向の長さを用いて表現することが可能であることを意味している。以上から本研究では、ひび割れの開閉による接触面積の変化を、図-6 に示すように、ひび割れ幅を変数に、 t の値を線形的に変化させることで接触面積の変化をモデル化するものとした。 t は、 $b(w)$ と b の比であり、ひび割れが完全に閉じている時 1.0 となる。また、RC ゾーンでは鉄筋との付着効果により、ひび割れが分散し、要素内の平均引張ひずみ量が大きくと、付着部分などでせん断伝達が生ずると考

えられる。以上から式(8)は、次式となる。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = \sum t_i \left[\frac{g_i^2}{g_1^2 + \dots + g_n^2} [D_{Shear}]_{XYZ,i} \right] \quad (10)$$

3. 検証解析

3.1 実験概要

検証解析に用いた実験は、Collins らによる RC パネルである⁹⁾。解析には、異方配筋であるため、ひび割れ面でのせん断剛性の影響を受けるものを選択した。実験は、純せん断力を受けるものであり、RC 板端部で破壊、初期ひび割れの存在、ひび割れ発生直後に破壊する供試体は取り除いた。供試体の諸元を表-1 に示す。

3.2 一軸応力-ひずみ関係

Collins らの RC パネルの解析を行うにあたり、本研究では以下の応力-ひずみ関係を仮定した。

(a) コンクリート圧縮モデル

圧縮力を受け持つコンクリート格子の応力-ひずみ関係は、次式で仮定した。

$$\sigma_c = \eta f_c \left\{ 2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

ここで、 $\epsilon_0, \epsilon_c, f_c, \eta$ はそれぞれ、応力軟化開始ひずみ、各圧縮部材の圧縮ひずみ、コンクリート圧縮強度、軟化係数である。また、軟化係数 η は、その下限値を 0.6 と仮定し、Collins らの提案する次式を用いた。

$$\eta = 1.0 / \left\{ 0.8 - 0.34 \left(\epsilon_i / \epsilon_0 \right) \right\} \leq 1.0 \quad (12)$$

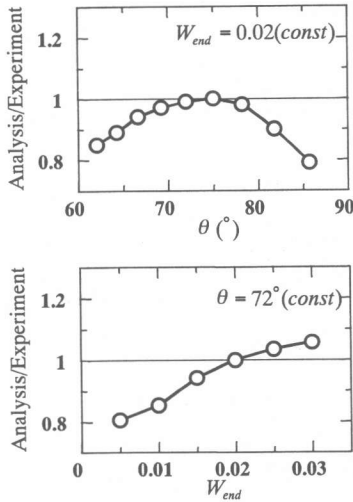


図-7 PV18における θ , W_{end} の変化による最大せん断応力の比較

ϵ_t は、圧縮格子方向に垂直な引張ひずみである。ひずみ軟化領域には、中村らの提案する圧縮破壊エネルギーの概念を導入した³⁾。

(b) コンクリート引張モデル

引張力を受け持つコンクリート要素の応力-ひずみ関係は、ひび割れ発生前を弾性体と仮定し、ひび割れ発生後、補強筋との付着効果を評価するために、テンション-ソフトニングモデルを用いた。

$$\sigma_t = f_t (\epsilon_{cr} / \epsilon_t)^c \quad (13)$$

ϵ_{cr} は、ひび割れ開始ひずみである。なお、 c 値は、過去の研究と同様²⁾、 $c = 0.2$ を用いた。

(c) 補強筋モデル

補強筋には、Abdeldjelil Belarbi, Thomas T.C. Hsu らの提案する平均応力-ひずみ関係⁴⁾を用い、繰返しモデルは CEB モデルを採用した。

3.3 パラメトリック解析

8 供試体において、それぞれ山の傾斜角度 θ 、山の高さ $w_m + \alpha$ をひずみに変換した W_{end} を変化させパラメトリック解析を行った。なお、解析は荷重制御による 4 要素有限要素解析であり、山の高さをひずみに変換する際に用いた等価長さ L は、要素面積の平方根と仮定した。その代表例として PV18 の結果を、横軸を θ , W_{end} ,

縦軸を実験値の最大せん断応力で正規化した値とし、図-7 に示す。本来ならば、 θ と W_{end} の両方を併に変化させ検証すべきであるが、本研究では、一方固定とし他方を変化させている。 $W_{end} = 0.02$ と固定し、 θ の値を変化させた結果を図-7 (上) に示す。その結果、 $\theta = 72^{\circ}$ 付近の場合、実験値と良い一致を示す結果が得られた。また $\theta = 72^{\circ}$ に固定し、 W_{end} を変化させた場合、図-7 (下) の結果が得られた。接触面積の変化が、得られるせん断応力に与える影響は大きく、本研究の場合、 $W_{end} = 0.02$ 付近で実験値と良い一致を示す結果が得られた。また、これらの諸要因は、他の供試体についてもほぼ同様な傾向を与える結果が得られた。しかしながら、より客観的なパラメータの同定が必要とされる。

3.4 解析結果

図-8 に、解析により得られた PV11, 12, 18, 19, 20, 21 の X , Y 方向のひずみ-せん断応力関係、及びせん断ひずみ-せん断応力関係と、実験結果の比較を示す。これら解析結果は、3.3 の結果から、 $\theta = 72^{\circ}$, $W_{end} = 0.02$ と仮定した場合である。これら解析結果は、 θ , W_{end} を固定しているにも拘らず、いずれの供試体においても、 X , Y 方向のひずみ、及びせん断ひずみとせん断応力関係を、ひび割れ発生後、補強筋降伏後の挙動ともに精度良く評価している。

本モデルを用いて評価された 8 供試体の最大せん断応力と実験値の比較を図-9 に示す。実験値と解析値の最大せん断応力比は、平均 1.05 であり、Collins らの RC パネルの場合においては、本モデルが、ひび割れ面でのせん断伝達挙動を精度良く評価できているものと考えられる。

4. 結論

本研究では、三次元空間における簡便なせん断伝達モデルを提案すると共に、Collins らの RC パネルの実験を用いて検証解析を行った結果、以下の結論を得た。

- 1) 格子等価連続体法に基づき、鉄筋コンク

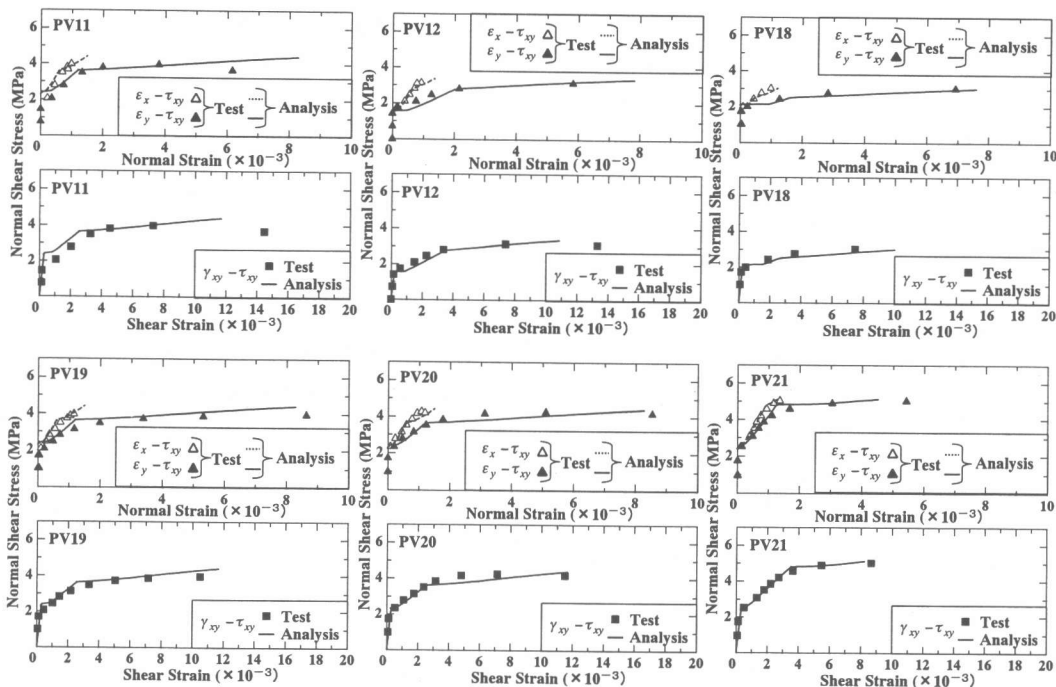


図-8 実験値と解析値の比較

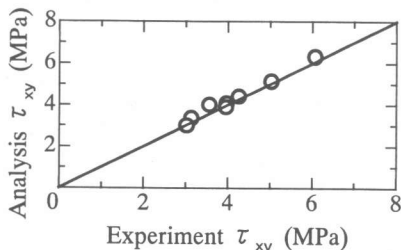


図-9 最大せん断応力の比較

リート体に多方向にひび割れが存在する場合のせん断伝達挙動を評価しうるモデルの提案を行い、格子等価連続体化法の幅広い拡張性の一端を示した。

2) Collins らの RC パネル実験を用いて検証解析を行った結果、実験値と解析値は良い一致を示すことが確認され、本モデルがひび割れ面でのせん断伝達挙動を精度良く評価できる事を確認した。

3) 本研究で解析対象とした実験のコンクリート強度は比較的低く、提案するモデルの降伏後挙動(図-3)の影響は、解析値に影響していない。他の実験結果、及びプレーンコンクリー

トの場合も含め、さらなる検討が必要である。

参考文献

- 1) Tanabe, T., Ahamed, S.I.: Development of Lattice Equivalent Continuum Model for Analysis of Cyclic Behavior of Reinforced Concrete, Seminar on Post-Peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads Volume 2, pp.105-123, 1999.10.
- 2) 例えば、岡村甫, 前川宏一: 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991.
- 3) Nakamura, H., Higai, T.: Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, 参考文献 1) に同じ, pp.259-272, 1999.10.
- 4) Abdeldjelil, B., Thomas, T.C.H.: Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete, ACI Struct. J., 1994.
- 5) Vecchio, F.J. and Collins, M.P.: The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses, University of Toronto Publication, No.82-03, March 1982.