# 論文 水分の吸脱着速度を導入した表面エネルギー理論に基づくセメン トペーストの体積変化に関する研究

張戸 祐典\*1·外山 征\*2·大下 英吉\*3

要旨:本研究では、表面エネルギー変化の評価に汎用性を持たせるために、表面エネルギ ー変化によりセメントペーストの乾湿による体積変化を統一的に表すことのできるモデル の構築を目的として、水分の吸脱着実験に基づいて、吸脱着速度を時間の関数として表現し、 それを導入した表面エネルギー変化に基づく体積変化モデルの構築を行うとともに構築し たモデルに基づく解析シミュレーションを実施した。

キーワード: 吸脱着速度,相対湿度,表面エネルギー

#### 1. はじめに

セメントコンクリートは多孔質透水性材料であ るため,通常空隙に水分を含んでいる状態であり, このセメントコンクリートと密接な関係を持つ水 分が水和反応や応力特性など関連するすべての諸 事情に影響を与え得る。例えばひび割れを発生さ せる原因となる乾燥収縮や湿潤膨張による体積変 化は,外的環境の変化によるセメントコンクリー ト内部の水分移動の影響を多分に受けていると考 えられている。このようなことから水分とセメン トコンクリートの関係を解明することは工学的に 重要な意義を持つと言える。

表面エネルギー変化を求める際に重要である相 対湿度変化に対応したセメントコンクリート中の 水分量の変化<sup>1)</sup>は,乾燥収縮実験の際に併せて測 定された逸散水量から間接的に求めたものであり, セメントコンクリート供試体が静置された環境湿 度と平衡状態となった時点で逸散水量の変化が平 衡となる。したがって,セメントコンクリート供 試体中の相対湿度が環境湿度に向かって遷移する 過程における,時々刻々と変化する相対湿度と水 分量は平衡状態にはなく,その過程において測定 された逸散水量の変化量は,必ずしも相対湿度の 変化量に対応したものではないものと考えられる。 すなわち,微小区間における相対湿度の変化と平 衡するセメントコンクリート中の水分量の変化を 精度良く同定しなければならないわけである。

一般に、セメントコンクリートのような多孔質 材料においては、水分の吸着量或いは脱着量は、 内部の細孔組織構造およびセメントコンクリート の初期相対湿度と環境の相対湿度に大きく依存す るものと考えられる。したがって、仮にセメント コンクリート内部の細孔組織構造が、水セメント 比と材齢によって決定されるものとすると、各種 の初期相対湿度および環境の相対湿度をパラメー タとした実験によって統一的に表現可能であるこ とになる。この際、相対湿度変化に対応する水分 の吸着量或いは脱着量は、単に相対湿度の変化量 のみに依存するものではなく時間にも依存するた め<sup>2)</sup>水分量の変化は、相対湿度の変化と時間をパ ラメータとした速度形で表現しなければならない。

そこで本研究では、吸脱着時間変化による相対 湿度変化量を評価することを目的として、実験値 による吸脱着速度近似式を構築した。さらに、そ れを用いた表面エネルギー変化による水分の重量 変化を表し、以前では評価が不可能であった時間 変化による吸脱着水分量を直接的に評価すること と、部材条件の代表的なものである W/C の違いを 評価することにより体積変化を統一的に解析した。

\*1 中央大学 理工学部土木工学科 (正会員)
\*2 中央大学 理工学部土木工学科 (正会員)
\*3 中央大学助教授 理工学部土木工学科 工博 (正会員)

# 2. 熱力学に基づいた乾湿変化による体積変 化に関する支配方程式

#### 2.1 熱力学に基づく表面エネルギー変化量

相対湿度変化による単位面積あたりの表面エネ ルギー変化すなわち表面張力は,等温状態を過程 することにより,式(1)で示す Gibbs の等温吸着式 を用いて表すことができる。

$$\gamma = -\frac{n(s)RT}{A_S} \int_0^{\frac{P}{P_0}} \frac{1}{\frac{P}{P_0}} d\left(\frac{P}{P_0}\right) \tag{1}$$

ここで、 $\gamma$ は単位面積あたりの表面エネルギー の変化(表面張力)、n(s)は界面過剰量、Rは気 体定数、Tは絶対温度、 $A_s$ は比表面積、Pは気体 の圧力、 $P_0$ は飽和蒸気圧である。そして、コンク リートの供試体表面の相対湿度変化は次式により 求めることができる。

$$\Delta H = H_{(n+1)} - H_{(n)} \tag{2}$$

ここで、 $\Delta H$  は相対湿度変化、 $H_{(n+1)}$  は(n+1)ス テップの時点における相対湿度、 $H_{(n)}$  は(n)ステ ップ時点における相対湿度である。また、単位面 積あたりの表面エネルギーの変化量 $\Delta \gamma$ 、すなわ ち乾湿変化による固体の表面張力変化は(3)式の ように求めることができる。

$$\Delta \gamma = \gamma_{(n+1)} - \gamma_{(n)}$$
  
=  $-\frac{RT}{MA_S} \int_{H(n)}^{H(n+1)} \frac{m}{H} dH$  (3)

ここで, *M* は気体の分子量, *m* は固体 1g あた りの吸着量である。なお,式(3)中の右辺に示す定 積分項は,相対湿度と含水量関係を数値積分する ことにより求められることになる。

また,吸脱着速度 *v*<sub>(*H*)</sub>を用いて固体 1g 単位相対 湿度あたりの吸脱着量を表すと,(3)式は次式で示 すようになる。

$$\Delta \gamma = -\frac{RT}{MA_S} \int_{H(n)}^{H(n+1)} \frac{\int_0^t v_{(H)} dt}{H} dH \qquad (4)$$

上記の(4)式により,水分の吸脱着速度を導入した表面エネルギー変化に基づく体積変化を評価できることになる。なお,式(4)に示す吸脱着速度に関しては2.4で説明することとする。

# 2.2 体積変化に関する支配方程式

熱力学に基づく表面エネルギー変化による体積 変化に関する支配方程式は、外部仕事のエネルギ ー変化量とひずみエネルギー変化量の差を最小化 することにより導出することができる。セメント コンクリート表面に相対湿度 ΔH を与えると、表 面エネルギーの変化 ΔW<sub>out</sub> は次式で表される。

$$\Delta W_{out} = \Delta(\gamma A)$$
  
=  $\gamma \Delta A + A \Delta \gamma$  (5)

ここで, *A*は全比表面積, Δγは単位面積あた りの表面エネルギーの変化量(表面張力の変化量) である。一方, コンクリート供試体表面における 乾湿変化により供試体内部には, 式(6)に示すひず みエネルギーが生じることになる。

$$\Delta W_{in} = \int_{V} \{\sigma\}^{T} \{\Delta\varepsilon\} dV \tag{6}$$

ここで、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 $\{\Delta \varepsilon\}$ はひずみ増 分ベクトルである。また、エネルギーの変化量 $\Delta W$ は、式(5)と式(6)の差をとって次のように表すこと ができる。

$$\Delta W = \Delta W_{out} - \Delta W_{in}$$
  
=  $\int_{A} \Delta \gamma \, dA - \int_{V} \{\sigma\}^{T} \{\Delta \varepsilon\} dV$   
=  $\int_{A} \Delta \gamma \, dA - \int_{V} \{u\}^{T} [B]^{T} [D]^{T} [B] \{du\} dV$ <sup>(7)</sup>

さらに,最小仕事の原理を適用することにより, 表面エネルギーによる体積変化に関する支配方程 式は,次式のように表すことができる。

$$\int_{A} \frac{\Delta \gamma}{\langle \Delta u \rangle} dA = \int_{V} [B]^{T} [D] [B] dV \left\{ \Delta \overline{u} \right\}$$
$$= \int_{A} \left( \gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} + \Delta \gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} \right) dA \qquad (8)$$

ここで、[B]はひずみー変位マトリックス、[D]は弾性マトリックス、 $\{\Delta u\}$ は節点変位増分ベクト ル、 $\{\epsilon\}$ はひずみベクトル、 $\{u\}$ は変位ベクトル、 $\{\delta\}$ はクロネッカーデルタである。このように、熱力 学に基づく表面エネルギー変化による体積変化は、 初期条件、拘束条件、および表面エネルギー変化 量を代入することにより算出される。

#### 2.3 水分拡散方程式の導入

本研究では乾燥, 膨潤によるセメントペースト

の水分含水量変化を時間変化に依存させ、時間変 化による相対湿度変化を求めるために、コンクリ ート内部での水分拡散を考慮する必要がある。セ メントペースト中の水分は、飽和水と不飽和水に 分けられ、ともに毛細管内でメニスカスを形成し、 毛細壁に強く吸着した吸着水とバルクな状態の凝 縮水から構成されている。したがって、吸着水を含 むセメントペースト中の水分の拡散を扱う場合、 毛細管への吸脱着現象を考慮する必要がある。そ こで本研究では、氏家ら<sup>3)</sup>によって構築されたセ メント材料中での微細空隙面への吸脱着速度を考 慮した、次式で示す水分拡散方程式を用いること とした。

$$M \frac{\partial \phi_w}{\partial t} + D \phi_w - C = 0 \tag{9}$$

ここで、Mは質量マトリックス、Dは拡散マトリックス、Cは吸脱着項、 $\phi_w$ は相対湿度、tは時間である。M、D、Cの詳細は次式に示すようになる。

$$M = \int_{V_e} N_e N_e^T dx dy$$

$$D = \int_{V_e} \lambda \left( \frac{\partial N^*}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N^*}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} \right) dx dy$$

$$C = \frac{2V_0 V_{ad,de}}{r_{\min}} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{A^k r^{kB+1} e^{-Ar^B}}{\left(k + \frac{1}{B}\right)!} \right]$$
(10)

ここで、 $\lambda$ は水分拡散係数、 $V_0$ はセメントペーストの空隙率、 $V_{ad,de}$ は吸脱着速度、rは細孔半径、 $r_{min}$ は空隙量が最大となる細孔半径、A、Bは材料に関する定数である。

### 2.4 吸脱着速度近似式の導出

本研究では,深堀ら<sup>3)</sup>のセメントペーストの吸 脱着量測定試験によって得られた結果に基づき, 吸脱着速度近似式を算出した。

実験方法は、セメントペーストサンプルを真空 排気処理した後に蒸気を導入し、サンプルを吊る している石英スプリングの伸びを読むことにより、 重量変化を測定する重量法を用いている。この実 験では、**表-1**に示すように吸着過程ではサンプ

#### 表一1 各区間における定数a, b

	相対湿度変化	区間	a	b
吸着W/C30%	0→20%	Ι	10.45950	1.36282
	20→40%	Π	3.45846	0.96504
	40→60%	Ш	2.81676	0.82112
	60→80%	IV	2.25244	0.66521
	80→100%	V	0.66521	0.93281
脱着W/C30%	20→0%	Ι	15.83059	2.19956
	40→20%	Π	2.50624	1.08006
	60→40%	Ш	2.60792	1.35998
	80→60%	IV	3.73952	0.93624
	100→80%	V	5.27891	1.21652
吸着W/C60%	0→20%	Ι	10.90318	0.76677
	20→40%	Π	5.44417	0.97565
	40→60%	Ħ	5.55669	0.95494
	60→80%	IV	5.20936	0.82064
	80→100%	V	15.70798	1.11479
脱着W/C60%	20→0%	Ι	8.30403	2.12296
	40→20%	Π	6.03698	1.06873
	60→40%	Ш	2.14389	0.91316
	80→60%	IV	10.61771	1.14794
	100→80%	V	10.03551	1.40804

ルの初期相対湿度を 0%として雰囲気の相対湿度 を 20%毎に上昇させることに対して,脱着過程で は初期相対湿度を 100%として雰囲気の相対湿度 を 20%毎に低下させることにより測定を行った。 それぞれの相対湿度のステップにおける微小時間 変化ごとの吸脱着量を微小時間で微分して得られ る吸脱着速度と時間の関係は,図-1~図-4に 示すとおりである。図-1~図-4において, W/C30%,60%の違いによる I ~ Vの区間ごとの 吸脱着速度と時間の関係を示しており,吸脱着現 象は,経過時間初期の段階では急激に進み,その 後は緩やかな減少を示している。そして,同図を 回帰することにより吸脱着速度近似式が得られ, 次式のように統一的に表すことができる。

$$\frac{dm}{dt} = v = at^{-b} \tag{11}$$

ここで, *m*はセメントペースト 1g あたりの水 分の吸脱着量[mg/g], *v*は吸脱着速度[mg/g·min], *t*は時間[min]である。また, *a*, *b*は実験から定 まる定数であり, **表-1**に示すとおりである。

# 3. 吸脱着を考慮した乾湿変化によるコンクリ ートの収縮,膨張に関する解析的評価

### 3.1 吸脱着現象を考慮した相対湿度変化

乾燥収縮、湿潤膨張を解析するにあたり、相

対湿度と乾燥,湿潤時間の関係は,**2.3** で示した水分拡散方程式を用いた。

# (1) 解析モデルと解析条件



解析モデルは、図-5に示すように、供試体の 対称性を考慮した 1/4 モデルとし、供試体の相対 湿度の初期条件は、乾燥過程では 100%、湿潤過 程では 0%である。変位に関する境界条件は一軸 状態を仮定し、モデル表面の相対湿度は乾燥過程 では 0%、湿潤過程では 100%である。

### (2) 相対湿度履歴

図-6(a),(b)は、それぞれW/Cが30%および60%の供試体に対して、図-5に示す解析モデルA断面の乾湿変化における相対湿度と時間の関係である。各図に示すように、W/Cが30%に比べてW/Cが60%の吸脱着速度が速いという図-1~図-4および表-1の結果に基づくと、W/Cが60%における相対湿度の変化も速くなっているわけである。これは、吸脱着速度に密接に関係するセメントペーストの比表面積が大きく関与しており、水セメント比が大きくなるにつれて細孔量が増加することにより、比表面積が大きくなるからである。

ここで得られた相対湿度と乾燥,湿潤時間の関 係をそれぞれの相対湿度ステップごとの吸脱着速 度近似式に適用することで,そのステップにおけ る表面エネルギー変化量が求められるわけである。 そして,表面エネルギー変化量を(8)式に適用する ことにより乾湿変化によるセメントコンクリート の体積変化が求まることになる。



図-5 乾燥収縮・湿潤膨張解析モデル



図-6 相対湿度~時間関係

# 3.2 収縮,膨張に関する解析的評価

# (1) 軸方向ひずみ変化

前節で得られた表面エネルギー変化量を用いて, 乾燥収縮,湿潤膨張に関する解析的評価を行う。 なお,解析モデルは図-5と同じである。図-7 および図-8は,各水セメント比における軸方向 の収縮,膨張ひずみと相対湿度の解析結果を示し たものである。なお,収縮,膨張ひずみは,図-5に示す解析モデルA断面における平均値である。

図に示すように、W/C30%時に比べ W/C60%の 場合のほうが収縮ひずみ、膨張ひずみともに大き くなっていることがわかる。これは上述したよう に、水セメント比の増加に伴い増加する比表面積 に関わってくる水分量が増加するため、その水分 量に応じた大きさの収縮、膨張が生じるという実 現象を適切に評価している。また、乾燥過程にお ける収縮ひずみの大きさは、湿潤過程における膨 張ひずみよりも大きくなっている。すなわち、こ の現象は多孔質材料特有のものであり、同じ相対 湿度において吸着過程と脱着過程における水分量 に差異が生じる吸着ヒステリシスと呼ばれる現象 が要因となり、結果として乾湿変化によるひずみ は、水分の吸脱着経路に依存することになる。

図-9はW/C30% I 区間を例にとり収縮・膨張 ひずみと時間の関係を示したものである。時間軸 のかっこ内数字は膨潤過程における時間である。 図に示すように,相対湿度が0%から20%におけ る膨潤ひずみと時間の関係および収縮ひずみと時 間の関係は,初期において急激なひずみ変化を示 すと共にヒステリシスを生じており,実現象に即



図-7 収縮・膨張ひずみ~相対湿度(W/C30%)



図-8 収縮・膨張ひずみ~相対湿度(W/C60%)



図-9 収縮·膨張ひずみ~時間(W/C30% I 区間)

していることがわかる。

また本解析結果は、初期相対湿度 100%のコン クリート供試体を 0%の雰囲気相対湿度の環境下 に静置された際に生じる乾燥収縮ひずみの実験結 果©とほぼ同じであり、乾燥過程に対する本解析 モデルの適用性がある程度の範囲内で評価される。

#### (2) 体積ひずみの変化

図-10および図-11は、図-5の解析モデ ルに示すA断面における各水セメント比の体積ひ ずみと相対湿度の関係を示したものである。

相対湿度の変化に伴い乾燥過程では体積収縮ひ ずみが増大し、湿潤過程では体積膨張ひずみが増 大する。体積ひずみの大きさについて考えてみる と、3.2(1)項に記したように乾燥過程の方が湿潤 過程よりも大きいことがわかる。また、各水セメ ントにおける相対湿度履歴の差異に比べひずみの 差異が大きく現れているが、それぞれの吸脱着速 度の違いが大きく関係しているものと思われる。

以上のように,本構築モデルは乾湿変化による 体積変化を定性的には評価可能であるが,乾燥過









程における相対湿度 0%を除く相対湿度に対する 定量的評価に関しては今後の課題としたい。また, 表面エネルギー変化量を求める際に,吸脱着近似 式を相対湿度 20%ごとのステップに分割して評価 しているため,より実現象に即した評価を行うた めにも全相対湿度下において W/C の違いごとの 統一式を導出する必要がある。また,表面エネル ギー変化量において相対湿度の適用範囲について は今後の課題としたい。

#### 4. まとめ

本研究ではセメントコンクリート表面の乾湿変 化による,吸脱着速度を導入した熱力学的表面エ ネルギーに基づく体積変化に関する解析的研究を 行った。以下に本研究で得られた結論をまとめる。 1)実現象を忠実に再現している W/C の違いによる

- 吸脱着速度近似式を,時間の関数として捉える ことができた。
- 2)表面張力変化を水分吸脱着の重量変化でのみで 捉えられていた表面エネルギー理論に、吸脱着 速度を導入することにより汎用性を持たせるこ とが可能となった。
- 3)吸脱着を考慮した表面エネルギー変化を用いて 乾湿変化による体積変化を解析的に評価し,そ の有用性が評価された。

# 参考文献

- 1)渡辺幸司、山口智大、大下英吉:表面エネルギ 一理論に基づいた局所的水分含有量の異なるセ メント・コンクリートの乾燥収縮応力に関する 解析的評価、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.23, No.2, pp.691-696, 2001
- 2)深堀伸一,氏家大介,大下英吉:セメント系材 料中の微細空隙壁面への水分の吸脱着速度に関 する実験的研究,コンクリート工学年次論文報 告集, Vol.22, No.2, pp.715-720, 2000
- 3)氏家大介,大下英吉:セメント系材料中の微細 空隙壁面への水分の吸・脱着現象を考慮した拡 散性状に関する研究,コンクリート工学年次論 文報告集, Vol.22, No.2, pp.709-714, 2000