論文　多層１軸偏心建物の非線形応答評価法に関する研究

藤井　賢志[*1]・中埜　良昭[*2]・真田　靖士[*3]

要旨：各階重心が同一鉛直線上にあり，剛性偏心距離・耐力偏心距離ならびに弾力半径比が全層で等しい多層 1 軸偏心建物の非線形応答評価法として，多層 1 軸偏心系をまず等価な単層 1 軸偏心系に縮約し，次いでこれをさらに等価 1 自由度系に縮約して応答を評価する方法を示す。検討の結果，多層 1 軸偏心建物の非線形応答は等価単層 1 軸偏心系により概ね評価できること，さらにこれは等価１自由度系によって概ね評価可能である事がわかった。

キーワード：多層 1 軸偏心建物，等価単層 1 軸偏心系，等価１自由度系

1.　はじめに

想定した地震動に対する建物の非線形応答の評価は，近年に開発された性能評価型の建物の耐震設計法や既存建物の耐震診断手法の重要な項目である。この実用的な方法として，建物が強震時に代表的なモードで振動していると仮定して等価な 1 自由度系に縮約して非線形応答を評価する方法が示されている [1)]。筆者らはこれまでの検討において，弾性 1 次モード形が並進卓越型で 1 次等価質量の占める割合が大きい単層 1 軸偏心建物の場合には，等価 1 自由度系による応答評価が可能であることを示した [2)]。

本論文では，各階重心が同一鉛直線上にあり，剛性偏心距離・耐力偏心距離ならびに弾力半径比が全層で等しい多層 1 軸偏心建物を対象として，多層 1 軸偏心系をまず等価な単層 1 軸偏心系に縮約してから等価 1 自由度系に縮約して応答を評価する方法を示す。

2.　等価 1 自由度系による応答評価法

2.1.　解析建物の仮定

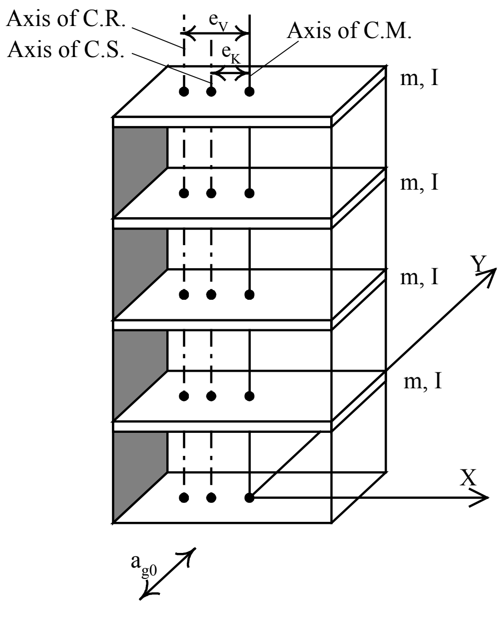
本検討で扱う多層 1 軸偏心建物は以下の仮定を満足するものとする。

1)　建物の各階において質量および回転慣性質量が等しい。
2)　建物各構面の配置は各層で同一である。
3)　建物の各層で同一位置にある要素の剛性・耐力の鉛直方向の分布は同一である。
4)　建物の各階で重心は同一鉛直線上にある。

1)から 4)の仮定により 5)が成立する。

5)　建物の各層で剛性偏心距離 e_K，重心周りの弾力半径 j および耐力偏心距離 e_V が等しい。

本論文では入力地震動は Y 方向からの１方向入力とし，建物は Y 方向の加振に対してのみ偏心を有する多層せん断型 1 軸偏心建物を対象とする。**図－1** に建物モデルを示す。



図－1　多層せん断型 1 軸偏心建物モデル

*1 東京大学大学院工学系研究科　(正会員)
*2 東京大学生産技術研究所助教授　工博　(正会員)
*3 東京大学生産技術研究所助手　博士（工学）　(正会員)

2.2. 等価 1 自由度系による応答評価法の流れ

本研究で採用した等価 1 自由度系による多層１軸偏心系の応答評価法の概要を以下に示す。詳細は５章を参照にされたい。

STEP 1 多層 1 軸偏心系の各構面ごとに変形分布を仮定して平面多層骨組の静的漸増載荷解析を行い，等価単層 1 軸偏心系を作成する。

STEP 2 等価単層 1 軸偏心系の静的漸増載荷解析を行い，等価１自由度系を作成する。

STEP 3 等価 1 自由度系の最大応答変位を非線形時刻歴応答解析により求める。

STEP 4 STEP 2 での等価単層 1 軸偏心系の静的漸増載荷解析の結果を参照して各構面の等価高さでの変位を求め，仮定した変形分布を用いて各構面の最上階の変位を求める。

STEP 5 STEP 1 での各構面ごとの静的漸増載荷解析結果を参照して各層層間変位を求める。

2.3. 多層 1 軸偏心系の縮約

2.1 節で述べた方法で応答評価を行うためには，多層 1 軸偏心系を等価な単層 1 軸偏心系に縮約する手法が必要となる。そこで本節では単層 1 軸偏心系への縮約の方法について述べる。

(1) 多層せん断型 1 軸偏心系の固有値解析

多層せん断型 1 軸偏心系の非減衰弾性自由振動の運動方程式は式(1)で与えられる。

$$\begin{bmatrix}[m] & 0\\ 0 & [I]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\ddot{y}\}\\ \{\ddot{\theta}\}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[K_Y] & -[K_Y]\cdot e_K\\ -[K_Y]\cdot e_K & [K_Y]\cdot j^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{y\}\\ \{\theta\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{0\}\end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで，

$$[m]=\begin{bmatrix}m & 0 & & 0\\ 0 & m & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & & 0 & m\end{bmatrix},[I]=\begin{bmatrix}I & 0 & & 0\\ 0 & I & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & & 0 & I\end{bmatrix}$$

$$[K_Y]=\begin{bmatrix}K_{Y1}+K_{Y2} & -K_{Y2} & & 0\\ -K_{Y2} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & -K_{YN}\\ 0 & & -K_{YN} & K_{YN}\end{bmatrix}$$

m：各階質量，I：各階回転慣性質量

K_{Yj}：各層 Y 方向剛性

$\{y\}$：重心位置での並進変位ベクトル

$\{\theta\}$：重心位置での回転角ベクトル

である。ここで，回転半径 i，偏心比 E および弾力半径比 J を式(2)で定義する。

$$i=\sqrt{\frac{I}{m}},E=\frac{e_K}{i},J=\frac{j}{i} \quad (2)$$

式（1）は式(3)の変数変換により式(4)の形に書き改める事ができる。

$$\{z\}=i\cdot\{\theta\} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix}[m] & 0\\ 0 & [m]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\ddot{y}\}\\ \{\ddot{z}\}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[K_Y] & -[K_Y]\cdot E\\ -[K_Y]\cdot E & [K_Y]\cdot J^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{y\}\\ \{z\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{0\}\end{Bmatrix} \quad (4)$$

式(4)の固有値ω_k および固有モード$\{\phi_k\}$はそれぞれ式(5)～(8)の形で得られる事が志賀により既に示されている [3)]。

$$\omega_k=\omega_{Ti}\cdot\omega_{Sj} \quad (5)$$

$$\{\phi_k\}=\left\{\phi_{TYi}\{\phi_{Sj}\}^T \quad \phi_{TZi}\{\phi_{Sj}\}^T\right\}^T \quad (6)$$

$$\left(-\omega_{Ti}{}^2\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -E\\ -E & J^2\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\phi_{TYi}\\ \phi_{TZi}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\left(-\omega_{Sj}{}^2[m]+[K_Y]\right)\{\phi_{Sj}\}=\{0\} \quad (8)$$

すなわち式(5)～式(8)より，本研究で扱う多層せん断型 1 軸偏心系の固有値ω_k・固有モード$\{\phi_k\}$はそれぞれ偏心比 E，弾力半径比 J の単層 1 軸偏心系の固有値ω_{Ti}・固有モード$\{\phi_{Ti}\}$（$=\{\phi_{TYi},\phi_{TZi}\}^T$）と無偏心多層せん断系の固有値$\omega_{Sj}$・固有モード｛$\phi_{Sj}$｝の「積」の形となる。

無偏心多層せん断系の 1 次モード刺激係数β_{S1} は式(9)により得られる。

$$\beta_{S1}=\frac{\{\phi_{S1}\}^T[m]\{1\}}{\{\phi_{S1}\}^T[m]\{\phi_{S1}\}} \quad (9)$$

以降の議論において，β_{S1} ｛ϕ_{S1}｝を便宜的に無偏心系の 1 次モードと呼ぶ事とする。なお，

無偏心系の 1 次モードベクトル $\{\phi_{S1}\}$ は最上階成分が 1.0 となるように基準化する。

(2) 等価単層 1 軸偏心系の運動方程式

議論の簡略化のため，減衰を無視する。多層 1 軸偏心系の運動方程式は式(10)で与えられる。

$$[M]\{\ddot{d}\}+\{R\}=-[M]\{\alpha\}\cdot a_g \tag{10}$$

ここで，

$[M]=\begin{bmatrix}[m] & [0]\\ [0] & [I]\end{bmatrix}$ ：質量マトリクス

$\{d\}=\left\{\{y\}^T \quad \{\theta\}^T\right\}^T$ ：重心変位ベクトル

$\{R\}=\left\{\{R_Y\}^T \quad \{M_Z\}^T\right\}^T$ ：復元力ベクトル

$\{\alpha\}=\left\{\{1\}^T \quad \{0\}^T\right\}^T$ ：加振方向ベクトル

a_g ：地動加速度

である。

ここで，無偏心系の 1 次モード形 β_{S1} $\{\phi_{S1}\}$ が線形・非線形を問わず一定であると仮定し，さらに変位ベクトル$\{d\}$を式(11)の形で表せると仮定する。

$$\{d\}=\begin{Bmatrix}\beta_{S1}\{\phi_{S1}\}\cdot d_Y^*\\ \beta_{S1}\{\phi_{S1}\}\cdot d_\theta^*\end{Bmatrix} \tag{11}$$

式(11)を式(10)に代入する。

$$\begin{cases}[m](\beta_{S1}\{\phi_{S1}\})\cdot \ddot{d}_Y^*+\{R_Y\}=-[m]\{1\}\cdot a_g\\ \quad [I](\beta_{S1}\{\phi_{S1}\})\cdot \ddot{d}_\theta^*+\{M_Z\}=\{0\}\end{cases}$$

両辺の左側よりβ_{S1} $\{\phi_{S1}\}^{\mathrm{T}}$を掛けて整理すると等価単層 1 軸偏心系の運動方程式(式(12))を得る。

$$\begin{bmatrix}M_{S1}^* & 0\\ 0 & I_{S1}^*\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{d}_Y^*\\ \ddot{d}_\theta^*\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}V_Y^*\\ T_Z^*\end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix}M_{S1}^* & 0\\ 0 & I_{S1}^*\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\ 0\end{Bmatrix}a_g \tag{12}$$

ここで，

$$M_{S1}^*=\beta_{S1}\{\phi_{S1}\}^T[m]\{1\} \tag{13}$$

：等価質量

$$I_{S1}^*=\beta_{S1}\{\phi_{S1}\}^T[I]\{1\} \tag{14}$$

：等価回転慣性質量

$$\begin{Bmatrix}V_Y^*\\ T_Z^*\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\beta_{S1}\{\phi_{S1}\}^T\cdot\{R_Y\}\\ \beta_{S1}\{\phi_{S1}\}^T\cdot\{M_Z\}\end{Bmatrix} \tag{15}$$

：等価復元力ベクトル

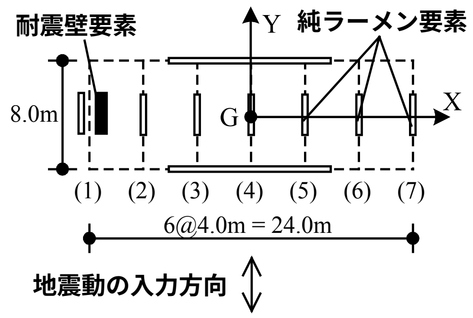
3. 解析諸元

3.1. 解析建物モデル

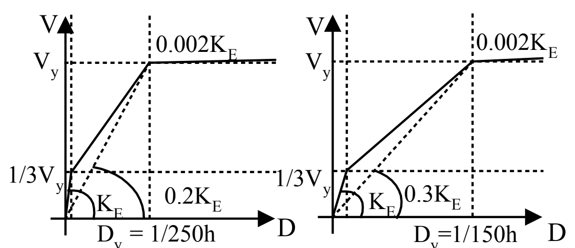
解析対象は，**図－2** に示す X 方向４m×6 スパン, Y 方向 8m×1 スパンの矩形平面を持つ４層建物モデルである。床の単位面積あたりの慣性質量を 1.2 x 10^3kg/㎡，階高を各階ともに 3.75 mと仮定した。加振方向である Y 方向のベースシアーは 0.5Mg（M：建物総質量，g：重力加速度（＝9.8m/s^2））とした。直交方向である X 方向の構面は弾性挙動するものと仮定した。Y方向構面は，構面(1)では**図－3(a)**に示す耐震壁要素と**図－3(b)**に示す純ラーメン要素がそれぞれ配置され，構面(2)～(7)では純ラーメン要素のみが配置されているものと仮定した。各層の降伏耐力 V_i は式（16）により定めた。

$$V_i=\frac{N+i}{N+1}\times 0.5\times\left(\sum_{j=i}^{N}m\right)\cdot g \tag{16}$$

各要素の降伏耐力は，耐震壁要素は 0.3V_i とし，純ラーメン要素（7 要素）は 0.1V_i とした。各要素の降伏変位は，全ての層において耐震壁要素の降伏変形を 1/250h（h：階高），純ラーメン要素の降伏変形を 1/150h とした。各要素の復元力特性は曲げ破壊型の挙動を想定して Takeda モデル [4)]を用いた。X 方向構面の剛性は各構面ともに等しいものとし，X 方向の層剛性が Y 方向



図－2 解析建物モデル



(a)耐震壁要素 **(b)純ラーメン要素**

図－3 復元力特性

の弾性時における層剛性と等しくなるように設定した。減衰は瞬間剛性比例型とし，弾性１次モードに対して３％と仮定した。等価単層１軸偏心系モデルの設定に際して各構面の変形分布は，線形・非線形に関わらず，無偏心系の弾性１次モード形β_{S1}｛ϕ_{S1}｝（逆三角形分布）であると仮定した。

図－4 に多層１軸偏心系の固有モード，**図－5** に等価単層１軸偏心系の固有モードを示す。**図－4** より，解析建物モデルでは１次モードの等価１次質量の比率 $M_1^*/\Sigma m$ が他のモードと比べて大きくなっている事がわかる。また，**図－4** と**図－5** より，等価単層１軸偏心系の１次と２次モードはそれぞれ多層１軸偏心系の１次モードと２次モードに対応していることがわかる。

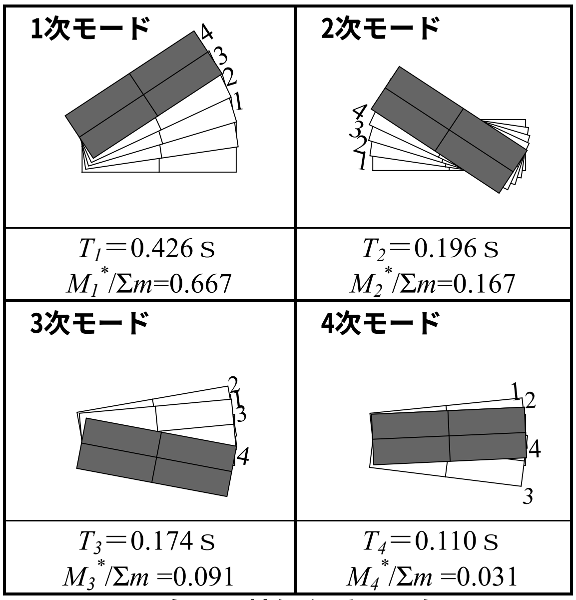
3.2. 入力地震動

地震動はＹ方向からの１方向入力とした。入力地震動として，El Centro 1940NS(ELC)，Taft 1952NS(TAF), Hachinohe 1968EW(HAC), Tohoku Univ. 1978NS(TOH)，JMA Kobe 1995NS(JKB), Fukiai 1995NS(FKI)の６記録における最初の 25 秒間をそれぞれ使用した。入力の大きさは，**図－2** に示す解析建物モデルにおいて無偏心とした場合に最上階の変位が建物高さの 1/200（以下レベル１と略記）および 1/100（以下レベル２と略記）となるように設定した。**表－1** に入力地震動の一覧，**図－6** に最大加速度で基準化したときの弾性加速度応答スペクトル（減衰定数 3%）を示す。

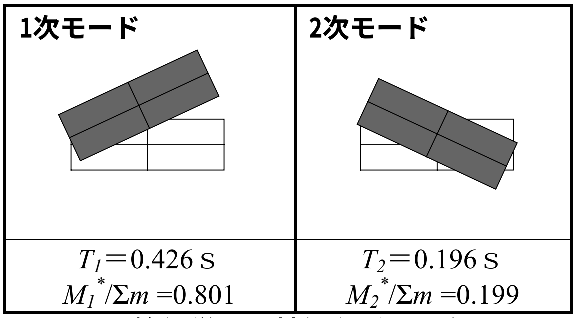
4. 等価単層１軸偏心系の応答

ここでは，多層１軸偏心系と等価単層偏心系の応答解析を行い，縮約の妥当性を検討する。

図－7 にレベル２の HAC 波を入力したときの多層１軸偏心系と等価単層１軸偏心系の最上階重心における変位，回転角の時刻歴を比較して示す。**図－7** において，等価単層１軸偏心系の最上階の重心での並進変位y_4および回転角θ_4は，等価変位｛d_y*，d_θ*｝をβ_{S1}倍（＝4/3 倍）する事により求めた。**図－7** より，等価単層１軸偏



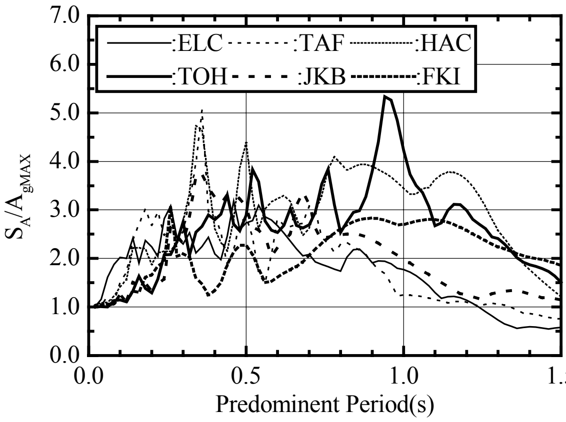
図－4　多層１軸偏心系の固有モード



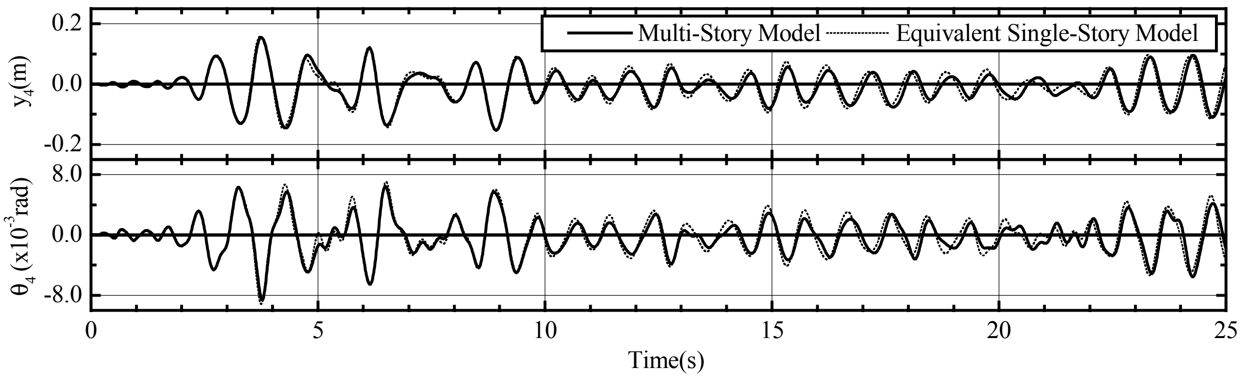
図－5　等価単層１軸偏心系の固有モード

表－1　入力地震動

地震波	原記録の最大加速度 (m/s^2)	原記録に対する倍率	
		1/200 (Lv.1)	1/100 (Lv.2)
ELC	3.42	0.970	1.500
TAF	1.57	1.608	2.910
HAC	1.83	1.210	2.030
TOH	2.58	1.002	1.316
JKB	8.18	0.289	0.500
FKI	8.02	0.580	0.732



図－6　加速度応答スペクトル（減衰定数 3%）



図－7　最上階重心における並進変位・回転角の応答時刻歴(HAC Lv. 2)

心系の応答と多層1軸偏心系の応答はy_4およびθ_4ともに良好に対応しており，等価単層1軸偏心系への縮約が妥当であることがわかる。

5.　等価1自由度系による応答評価

本章では，2.2節で述べた流れに沿って多層1軸偏心系の応答評価を試みる。

まず STEP　1では，多層1軸偏心系より等価単層1軸偏心系を作成する。ここでは，前章で用いた単層1軸偏心系を用いた。

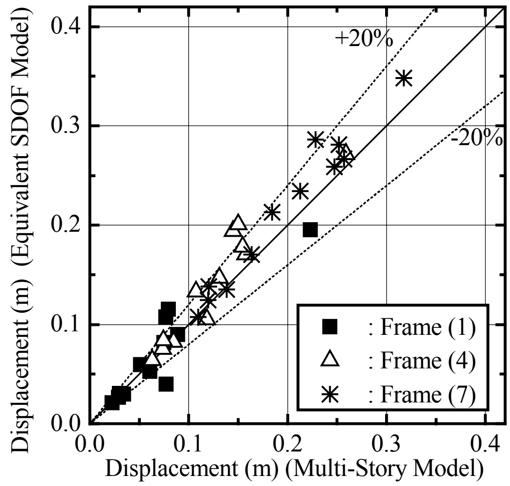
次に STEP　2において，等価単層1軸偏心系の静的漸増載荷解析を行う。静的漸増解析の方法は文献 5）で著者らが示した塑性化の進展に伴うモード形の変化を考慮する方法によった。次に静的漸増解析の結果を用いて文献 2）の方法により等価1自由度系を作成する。

次に STEP　3で等価 1 自由度系の非線形時刻歴応答解析を行い，等価1自由度系の最大応答変位を求める。

次にSTEP　4でSTEP　2での結果を参照して各構面の最上階変位を求める。

最後にSTEP　5ではSTEP　4により得られた最上階各構面変位と仮定した変形分布より各構面の各階の相対変位および層間変位を求める。

図－8 に最上階における剛側の構面(1)，重心位置の構面(4)および柔側の構面(7)の最大変位を，等価1自由度系の応答と多層1軸偏心系モデルの応答を比較して示す。**図－8** より，等価1自由度系の応答と多層1軸偏心系モデルの応答とは良好に対応しており，多層偏心系モデルの



図－8　最上階の各構面最大変位

最上階における各構面変位は等価1自由度系によって概ね評価可能である事がわかる。

図－9 および **図－10** にレベル２のＨＡＣ波を入力したときの各階の基礎からの相対変位および層間変位を示す。**図－9** より，各階変位に関しては等価1自由度系により精度良く評価できていることがわかる。一方の**図－10** より，層間変位に関しては等価1自由度系により概ね良好に評価できているものの，最下層で両者の差が顕著となっている。

図－11，**図－12** にレベル1，２の６波おける多層1軸偏心系による層間変位と等価1自由度系による層間変位の比の平均および標準偏差を示す。**図－**11 において，剛側の構面(1)，重心位置の構面(4)，柔側の構面(7)ともに平均が概ね1.0近くとなっており,かつばらつきも最下層を除いて小さい。一方の**図－12** においては，各構面とも平均が 1.0 近くになっているがばらつき

が**図－11** とくらべて大きくなっている。とくにこの傾向は構面(1)で顕著である。従って，各構面の層間変位の評価に関しては改善の余地があるが，これに関しては平面多層骨組を対象とした既往の研究成果 6)を参照する事により改善可能であると思われる。

6.　まとめ

各階重心が同一鉛直線上にあり，剛性偏心距離・耐力偏心距離ならびに弾力半径比が全層で等しい多層 1 軸偏心建物の等価 1 自由度系による応答評価を試みた。結論を以下に示す。

1) 各階剛心および耐力の中心が同一鉛直線上にある多層 1 軸偏心系の応答は，等価な単層 1 軸偏心系により縮約して評価する事が可能である。

2) 本解析例で示した多層 1 軸偏心系では等価 1 自由度系により最上階における各構面変位を評価できる。

なお，本稿で示したのは紙面の都合上１つの解析ケースのみであるが，本稿で示した多層１軸偏心建物の応答評価法の適用範囲等に関して現在検討を進めており，別の機会に改めて発表させていただく予定である。

参考文献

1) Applied Technology Council ： Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings(ATC-40), Report No. SCC96-01, 1996.11

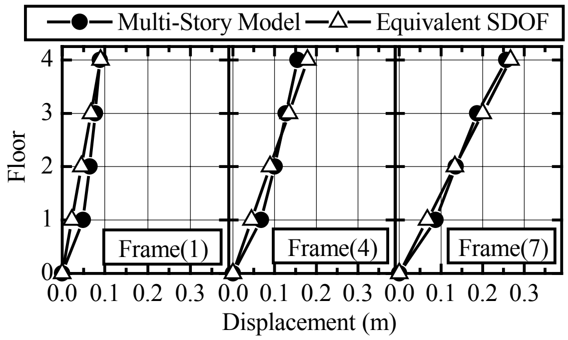
2) 藤井　賢志，中埜　良昭，真田　靖士：単層１軸偏心建物の非線形応答評価法に関する研究，生産研究，Vol. 53，No.11・12，pp.25-28，2001.11

3) 志賀　敏男：構造物の振動，共立出版，1976.6

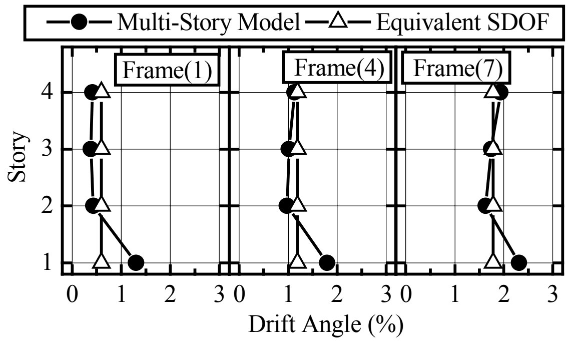
4) Takeda, T., Sozen, M. P. and Nielsen, N. N.：Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, Journal of ASCE, pp. 2557-2573, 1970.12

5) 藤井　賢志，中埜　良昭：単層偏心建物の Pushover 解析，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），CD-ROM，2001.9

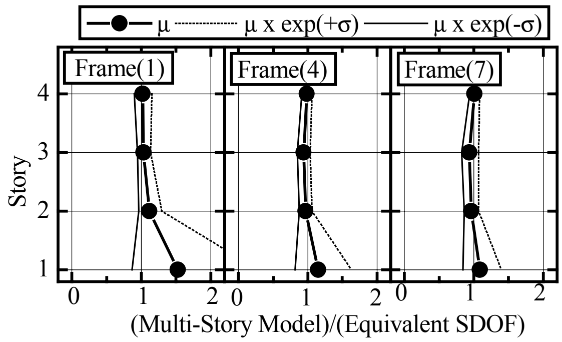
6) 例えば，松森泰造，壁谷澤寿海，小谷　俊介，塩原　等：鉄筋コンクリート造 12 階建て平面骨組の地震応答変形分布，コンクリート工学年次論文集，Vol. 20，No. 3 pp.13-18, 1998



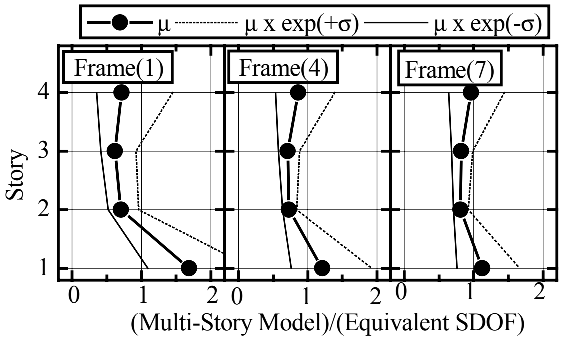
図－9　各階の最大相対変位(HAC Lv. 2)



図－10　各層の最大層間変位(HAC Lv. 2)



図－11　層間変位の評価精度（Lv. 1）



図－12　層間変位の評価精度（Lv. 2）