論文　マクロモデルを用いたＲＣ有孔梁の変形解析

大塚　貴弘[*1]・坂田　弘安[*2]・弓　莉梅[*3]

要旨：ＲＣ有孔梁のせん断耐力についてはこれまで数々の実験的・解析的研究がなされ，部材の耐力をほぼ予測し得る段階に来ている。一方，性能評価型設計法の普及に伴い，より簡便に荷重変位関係を求める手法の提案が望まれる。そこで，本研究では有限要素法による数値解析結果を分析することによりＲＣ有孔梁のマクロモデルを構築し，より簡便に荷重変位関係を予測する手法を提案する。

キーワード：ＲＣ有孔梁，マクロモデル，荷重変位関係，応力場

1.　はじめに

鉄筋コンクリート（以下 RC と略記）構造物に対する性能評価型設計法の普及に伴い，設計者が強度のみならず RC 構造物の変形能力についても適切に評価することが求められている。また一方で，性能設計が進んだ為に大規模な構造物に対して，より詳細な数値解析を行うことから解析モデルの自由度も大規模化しており，部材の荷重変位関係を簡便に求める手法の提案が必要となってきている。

RC 有孔梁部材のせん断耐力については，これまでに数多くの実験的・解析的研究がなされている。津村[1,2]は上界定理に基づいた極限解析を行い，市之瀬・坂田ら[3]は下界定理に基づきトラスモデルを用いたせん断解析を行った。これらの研究によりせん断耐力についてはほぼ予測し得る段階に来ているものの，変形については曖昧な点が多いのが現状である。

そこで，本研究では FEM による数値解析結果を分析することにより，RC 有孔梁のマクロモデルを構築し，せん断破壊する RC 有孔梁の荷重変位関係を簡便に評価する手法を提案することを目的とする。また，本提案手法による解析結果と既往の研究における実験結果を比較することにより本手法の妥当性を検証する。

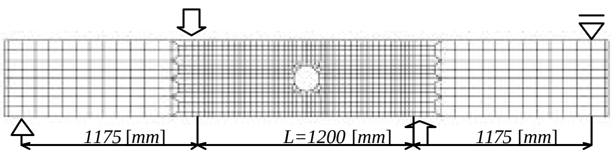


Fig.1 Analytical model

2.　ＦEM解析

2.1　解析対象と解析モデル

汎用ソフト DIANA version7.2 を使用し，解析対象は文献 4)の実験における No.2 の試験体{断面 B×D=300[mm]×450[mm],長さ L=1200[mm],孔径 H=150[mm]} とする。**Fig.1** に解析モデルの要素分割と載荷条件を示す。**Table1** に材料特性を示す。コンクリートの応力度ひずみ度関係は $0.85{}_c\sigma_B$ を最大強度とし，2 次曲線で表した関係[5]を用い,降伏条件式は Drucker-Prager モデルを用いた。ひび割れは分散ひび割れモデルを用い，**Fig.2(a)**に示す引張軟化曲線を用いた。鉄筋は降伏後の勾配がヤング率の 1/100 の応力度ひずみ度関係を用いた。主筋とコンクリートの付着をインターフェース要素として考慮し，せん断応力度(τ)とすべり量(s)の関係を,材軸方向は **Fig.2(b)**に示すトリリニア型，鉛直は剛とした。

Table1 Material properties

Material	Stress [MPa]	Young's moduls [GPa]	Poisson's ratio [1]
Concrete	${}_c\sigma_b$= 45.6 ${}_c\sigma_t$= 3.1	31.3	0.18
Longitudinal reinforcement	${}_s\sigma_y$=1067.3	198.8	0.30
Stirrup	${}_w\sigma_y$=1037.9	188.0	0.30

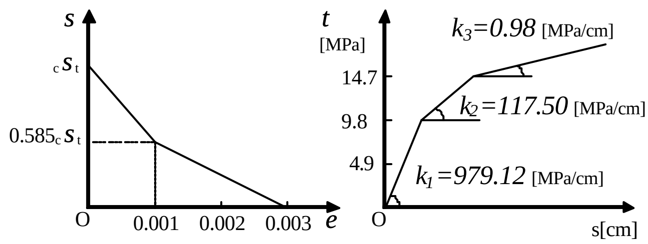


Fig.2 (a) Tension stiffening property　(b) Bond stress slip relation

*1 富山県立大学　機械システム工学科　助手　博士（工学）(正会員)
*2 東京工業大学助教授　建築物理研究センター　工博　(正会員)
*3 東京工業大学大学院　総合理工学研究科人間環境システム専攻

2.2　解析結果

Fig.3に荷重変位関係を示す。図中実線はFEMによる解析結果であり，点線は文献 4)の実験結果を表す。なお，実験結果は繰返し載荷を受けている。実験・解析ともに Q=80[kN]近傍で一旦耐力が低下するが，これは曲げひび割れ発生後の主筋のすべりによる影響である。

Fig.4(a),(b)に Q=313[kN]における材軸方向の応力度(s_{xx})およびせん断応力度(t_{xy})の分布を示し，**Fig.4(c)**にその時の位置(a,b,c,d)における s_{xx}(実線)と曲げモーメントから算出される材軸方向応力度(s_M)(破線)の断面分布を示す。**Fig.4(c)**から付加応力度(s_a)が存在し，これにより加力点から加力点へと孔の近傍で回り込むように圧縮力が伝わっており，この(s_a)をモデル化することによりマクロモデルを構築する。

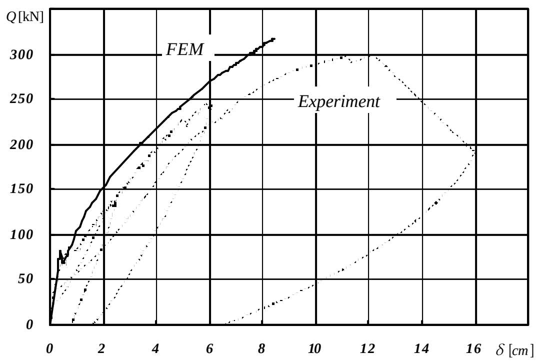
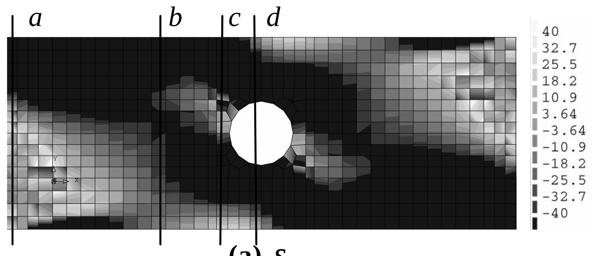
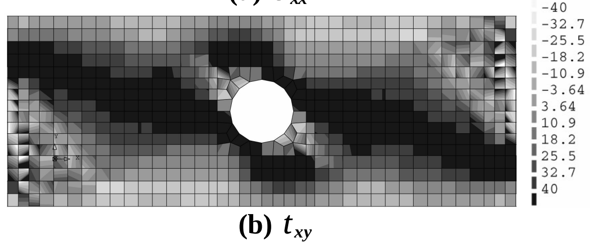


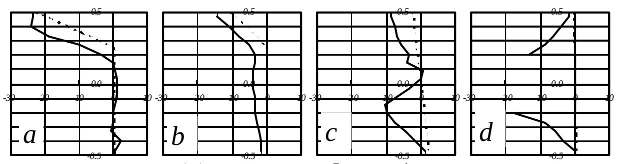
Fig.3 Load-displacement relationship



(a) s_{xx}



(b) t_{xy}



(c) s_{xx} **at each section**

Fig.4 Stress distribution

3.　ＲＣ有孔梁のマクロモデル

3.1　曲げ変形

曲げによる変位成分に対して，**Fig.5** に示すような主筋が対称配筋である片持梁の曲げひび割れ領域(a)，弾性領域(b)，孔領域(h)について考える。ここで，近似的に孔は正方形とする。

それぞれの領域について **Fig.6** のように s_{xx} が分布するものと仮定すると，各領域における断面２次モーメント(I_{cr}, I, I_H)は次式のように表される。

$$I_{cr}=\frac{B}{6}\left(\frac{D}{2}-y_0\right)^2(D+y_0)+2{}_sA_t\frac{{}_sE}{{}_cE}\left(j-\frac{D}{2}\right)^2$$

$$I=\frac{BD^3}{12}+\frac{2{}_sA_t{}_sE}{{}_cE}\left(j-\frac{D}{2}\right)^2$$

$$I_H=\frac{B}{3}\left(\frac{D}{2}-\frac{H}{2}\right)^2\left(D+\frac{H}{2}\right)+2{}_sA_t\frac{{}_sE}{{}_cE}\left(j-\frac{D}{2}-\frac{H}{2}\right)\left(j-\frac{D}{2}\right)$$

(1-a,b,c)

ここに，

$$y_0=\frac{D}{2}+\frac{2{}_sA_t{}_sE}{B{}_cE}\left(1-\sqrt{1+\frac{BD{}_cE}{2{}_sA_t{}_sE}}\right) \qquad (2)$$

したがって,回転角が連続的に変化するとすると位置 $x=l$ におけるたわみ量(d_M)は次式で表される。

$$d_M=\frac{P}{{}_cEI_{cr}}\left\{l^2-lx_{cr}+\frac{1}{3}x_{cr}{}^2-\left(l-\frac{1}{2}x_{cr}\right)\frac{H}{2}\right\}x_{cr}$$
$$+\frac{P}{{}_cEI}\left\{\frac{1}{3}(l-x_{cr})^3-\frac{1}{2}(l-x_{cr})^2\left(\frac{H}{2}\right)+\frac{1}{2}l^2\left(\frac{H}{2}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{H}{2}\right)^3\right\}$$
$$+\frac{P}{3{}_cEI_H}\left(\frac{H}{2}\right)^3$$

(3)

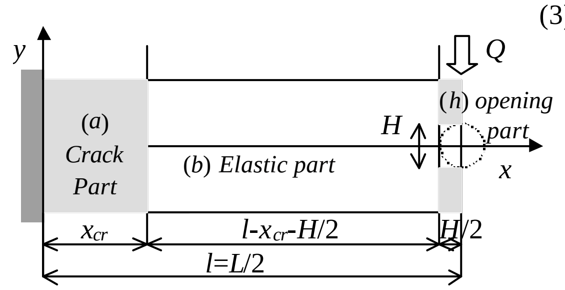
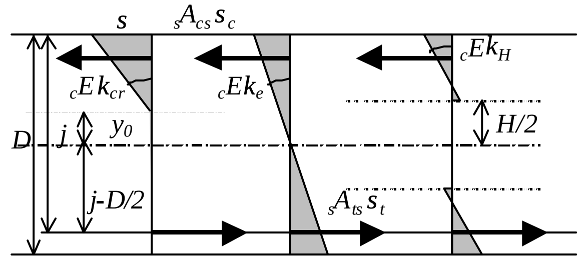


Fig.5 Cantilever model for bending displacement



(a) Crack part (b) Elastic part (h)Opening part

Fig.6 s_{xx} **Idealized model**

3.2　せん断変形

次にせん断力による変位成分について考える。

3.2.1　主筋の応力度の変化

Fig.7 に **Fig.4** に示す位置(a, b, c, d)における上下主筋の平均応力 $({}_s s_c + {}_s s_t)/2$ と端部圧縮側主筋近傍のコンクリート応力度 $({}_{sc} s_c)$ の関係をプロットで示す。**Fig.7** より加力点近傍の位置(a)における結果（×）を除き，解析結果は位置に関わり無く ${}_{sc} s_c$ が s_{cr} より大きくなった段階で，ほぼ同一直線上に分布している様子が見られることから次の関係式が成り立つとする。

$$\frac{{}_s s_c + {}_s s_t}{2} = {}_s a_{cr} \langle -{}_{sc} s_c - s_{cr} \rangle \tag{4}$$

ここに<>はヘビサイド関数，${}_{sc} s_c$ は,

$${}_{sc} s_c = -\frac{Ql}{I}\left(j - \frac{D}{2}\right) \text{ or } {}_{sc} s_c = -\frac{Ql}{I_{cr}}\left(j - \frac{D}{2} - y_0\right)$$

3.2.2　付加応力度

今，軸力は負担していないことから前述の主筋が負担している引張応力度に相当するコンクリートの圧縮応力度が存在しなければならない。これは 2.2 で述べた付加的な応力度（トラスモデルのストラット）に対応すると考えられる。式(4)に対応するコンクリートの平均圧縮応力度を($\bar{s}$)と置くと,

$$\bar{s} = \frac{{}_s A_t ({}_s s_c + {}_s s_t)}{(BD - 2{}_s A_t)} \tag{5}$$

と表される。また，この付加的な応力度($s_a(x, y)$)は非線形過程において **Fig.8** のように分布し，その形状は変化せず大きさのみが変化するものと仮定し，孔の影響の範囲を(l_a)とする。この時以下の条件を満足するものとする。

$$(x = l - l_a) \quad k_{a1} = k_{a2} = k_{a3} = 0$$
$$s_a(l - l_a, 0) = \bar{s}$$

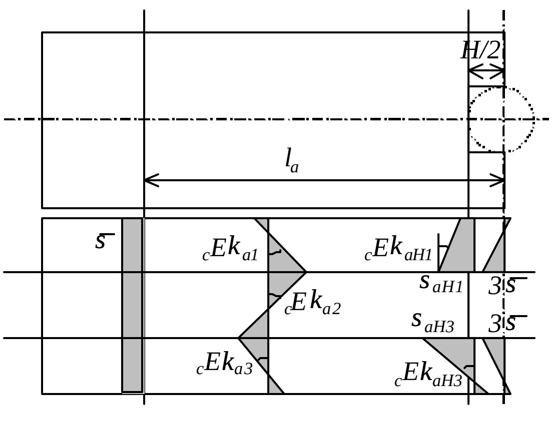


Fig.8 Additional stress model

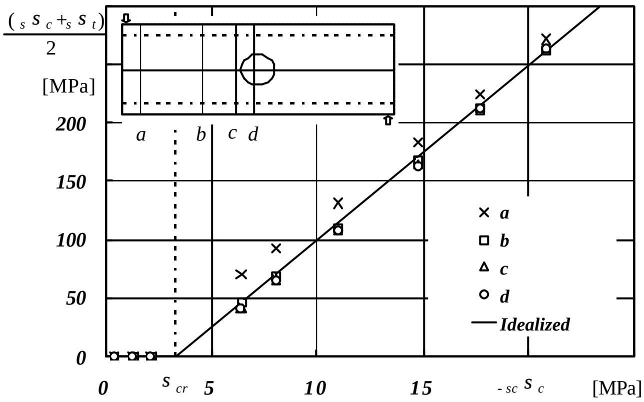


Fig.7 $({}_s s_c + {}_s s_t)/2 - {}_{sc} s_c$ **relationship**

$$(x = l - H/2) \quad s_a(l - H/2, H/2) = s_{acH} = k_{acH}\bar{s}$$
$$s_a(l - H/2, -H/2) = s_{atH} = k_{atH}\bar{s}$$
$$(x = l) \quad s_a(l, H/2) = 3\bar{s}$$
$$s_a(l, -H/2) = 3\bar{s}$$

(6-a,b,c,d,e,f)

付加応力度(s_a)に対して，軸力 N=0,付加応力度による断面の曲げモーメント M_a=0 という条件から各係数を求める。

＜有孔部＞

$\{H/2 \le y \le D/2\}$

$$s_a = {}_cEk_{aH1}(y - H/2) + s_{aH1} \tag{7a}$$

$\{-D/2 \le y \le -H/2\}$

$$s_a = {}_cEk_{aH3}(y + H/2) + s_{aH3} \tag{7b}$$

$$k_{aH1} = -\frac{(7D + 5H)}{(D - H)(2D + H)}\frac{s_{aH1}}{{}_cE} + \frac{1}{(2D + H)}\frac{s_{aH3}}{{}_cE} - \frac{4(BD - 2{}_sA_t)\bar{s}}{{}_cEB(D - H)^2} \tag{8a}$$

$$k_{aH3} = \frac{1}{(2D + H)}\frac{s_{aH1}}{{}_cE} + \frac{(7D + 5H)}{(D - H)(2D + H)}\frac{s_{aH3}}{{}_cE} + \frac{4(BD - 2{}_sA_t)\bar{s}}{{}_cEB(D - H)^2} \tag{8b}$$

$$s_{aH1} = \frac{2}{H}(3\bar{s} - s_{acH})(x - l) + 3\bar{s} \tag{9a}$$

$$s_{aH3} = \frac{2}{H}(3\bar{s} - s_{atH})(x - l) + 3\bar{s} \tag{9b}$$

＜無孔部＞

$\{H/2 \le y \le D/2\}$

$$s_a = {}_cEk_{a1}(y - H/2) + {}_cEk_{a2}(H/2) + \bar{s} \tag{10a}$$

$\{-H/2 \le y \le H/2\}$

$$s_a = {}_cEk_{a2}\, y + \bar{s} \tag{10b}$$

$\{-D/2 \le y \le -H/2\}$

$$s_a = {}_cEk_{a3}(y + H/2) - {}_cEk_{a2}(H/2) + \bar{s} \tag{10c}$$

$$k_{a1} = -\frac{H\left(3D^2 - H^2\right)}{(D-H)^2(2D+H)}k_{a2} - \frac{D}{(D-H)}\frac{\bar{s}}{{}_cE} - \frac{4\left(BD - 2{}_sA_t\right)\bar{s}}{{}_cEB(D-H)^2} \tag{11a}$$

$$k_{a2} = \frac{\left(s_{acH} - s_{atH}\right)}{{}_cEH\left(l_a - H/2\right)}\left(x - l + l_a\right) \tag{11b}$$

$$k_{a3} = -\frac{H\left(3D^2 - H^2\right)}{(D-H)^2(2D+H)}k_{a2} + \frac{D}{(D-H)}\frac{\bar{s}}{{}_cE} - \frac{4\left(BD - 2{}_sA_t\right)\bar{s}}{{}_cEB(D-H)^2} \tag{11c}$$

3.2.3 せん断応力度

任意の位置(x,y_b)における材軸方向の応力度(s)とせん断応力度(t_b)に関して，式(12)の関係が成り立つとして付加応力度を考慮した場合のせん断応力度を求める。

$$\int_{y_b}^{D/2} d s B dy = t_b B dx \tag{12}$$

＜曲げひび割れ部＞

$$t = \frac{1}{2}\frac{Q}{I_{cr}}\left(\frac{D}{2} - y\right)\left(\frac{D}{2} + y\right) \tag{13}$$

＜有孔部＞

$\{H/2 \le y \le D/2\}$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} - y\right)\left[\left\{\frac{Q}{I}\frac{D}{(D-H)} + {}_cE\frac{\partial k_{aH1}}{\partial x}\right\}\left(\frac{D}{2} - H + y\right) + 2\frac{\partial s_{aH1}}{\partial x}\right] \tag{14a}$$

$\{-D/2 \le y \le -H/2\}$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} + y\right)\left[\left\{\frac{Q}{I}\frac{D}{(D-H)} + {}_cE\frac{\partial k_{aH3}}{\partial x}\right\}\left(\frac{D}{2} - H - y\right) - 2\frac{\partial s_{aH3}}{\partial x}\right] \tag{14b}$$

＜無孔部＞

$\{H/2 \le y \le D/2\}$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} - y\right)\left\{\frac{Q}{I}\left(\frac{D}{2} + y\right) + {}_cE\frac{\partial k_{a1}}{\partial x}\left(\frac{D}{2} - H + y\right) + {}_cEH\frac{\partial k_{a2}}{\partial x}\right\} \tag{15a}$$

$\{-H/2 \le y \le H/2\}$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{H}{2} - y\right)\left(\frac{H}{2} + y\right)\left\{\frac{Q}{I} + {}_cE\frac{\partial k_{a2}}{\partial x}\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} - \frac{H}{2}\right)\left\{\frac{Q}{I}\left(\frac{D}{2} + \frac{H}{2}\right) + {}_cE\frac{\partial k_{a1}}{\partial x}\left(\frac{D}{2} - \frac{H}{2}\right) + {}_cEH\frac{\partial k_{a2}}{\partial x}\right\} \tag{15b}$$

$\{-D/2 \le y \le -H/2\}$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} + y\right)\left\{\frac{Q}{I}\left(\frac{D}{2} - y\right) + {}_cE\frac{\partial k_{a3}}{\partial x}\left(\frac{D}{2} - H - y\right) + {}_cEH\frac{\partial k_{a2}}{\partial x}\right\} \tag{15c}$$

3.2.4 せん断ひずみについて

せん断力による変形(d_Q)を求める為のせん断ひずみ度(g)は，各断面のせん断応力度の最大値(t^{max})に対して後述するせん断割線係数(G_{st})を用いて求められた最大ひずみ度(g_{max})を$k(=2/3)$倍したものとする。
したがってd_Qは,

$$d_Q = k\frac{t_{mcr}^{\max}}{G_{st}^{mcr}}x_{cr} + k\frac{t_e^{\max}}{G_{st}^{e}}\left(l - x_{cr} - l_a\right) + k\frac{t_{ea}^{\max}}{G_{st}^{ea}}\left(l_a - \frac{H}{2}\right) + k\frac{t_H^{\max}}{G_{st}^{H}}\frac{H}{2} \tag{16}$$

3.2.5 せん断応力度に対する構成則

ここでは，本論文で用いる肋筋やせん断補強筋の影響を考慮したせん断応力度―せん断ひずみ度関係の係数(G_{st})の求め方を示す。

Nielsen の式[6]よりコンクリート圧縮強度(f_c)，有効強度係数（n）およびせん断補強度（ψ）を用いて最大せん断応力度（t^{max}）が式(18)のように求められる。

$$n = 0.8 - \frac{f_c}{200} \qquad \{n \le 0.5\} \tag{17}$$

$$t^{\max}/f_c = \sqrt{y(n-y)} \quad \{y \le n\}; \qquad = 0.5 \quad \{y > n\} \tag{18}$$

ただし，式(17)におけるf_cの単位は[MPa]

次に最大せん断応力度の時のひずみ度を(g_0)とし，**Fig.9** に示すようなせん断応力度と全ひずみ成分から弾性成分を除いた非線形成分(γ^{pcr})の係数(G_T)を用いてG_{st}は式(21)のように表される。

$$g = g^e + g^{pcr}, \quad g^e = t/G \tag{19}$$

$$G_T = \frac{\left(t^{\max} - t_{cr}\right)}{\left(g_0 - t^{\max}/G\right)} \tag{20}$$

$$G_{st} = \frac{GG_T}{G_T + G\left(1 - t_{cr}/t\right)} \tag{21}$$

ここに，Gはせん断弾性係数，t_{cr}はひび割れ発生せん断応力度を表し，本論文では$(g_0 = 0.007)$とした。

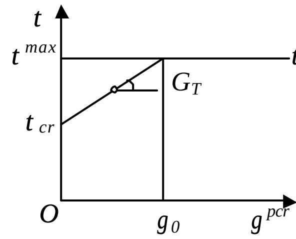


Fig.9 $t - g^{pcr}$ **relation**

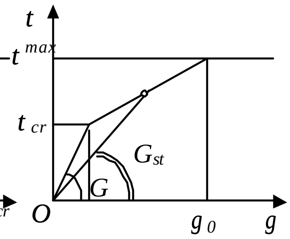


Fig.10 $t - g$ **relation**

4． マクロモデルの妥当性検証

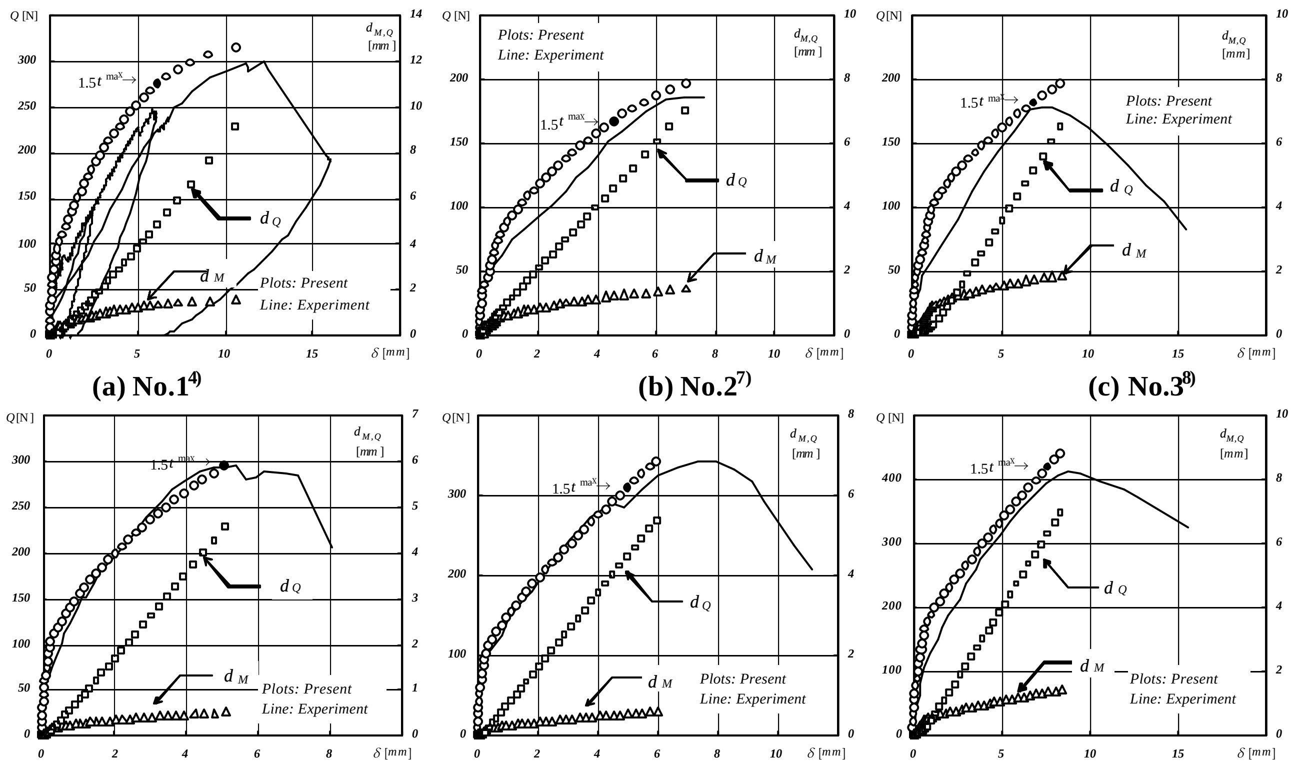
3 章において定式化したマクロモデルによる解析結果と既往の文献における実験結果を比較する。**Table2,3** に各試験体諸量および解析諸量を示す。解析対象 RC 有効梁(No.1-6)は **Table2** の References number に対応している。Fig.11 に荷重変位関係および各変位段階における解析の曲げとせん断の変位成分を示す。なお，プロットが本手法による解析結果，実線が実験結果を表す。Nielsen の式における t^{max} は平均せん断応力度であるので，最大せん断応力度が 1.5 t^{max} になった時を(●)で示す。いずれの図においても本モデルによる解析結果と実験結果は最大耐力に至るまでよく一致していることから今回示した範囲の諸量を持つ対象について，提案したマクロモデルは有効であると言える。

Table 2 Specimen properties

	References number	B×D [cm]	L [cm]	H [cm]	$_cE$ [GPa]	$_cs_B$ [MPa]	$_cs_{cr}$ [MPa]	$_{wO}s_y$(open) [MPa]	$_ws_y$(other) [MPa]	p_{wO} (open) [%]	p_w(other) [%]
No.1	4), No.2	30.0×45.0	120.0	15.0	31.36	45.67	3.14	882.98	882.98	0.30	0.50
No.2	7), No.7	30.0×45.0	135.0	15.0	21.85	22.83	1.78	355.74	355.74	0.53	0.68
No.3	8), No.2	20.0×45.0	136.0	15.0	26.07	37.83	3.47	379.26	327.32	0.39	0.72
No.4	9), No.4	30.0×45.0	90.0	15.0	21.46	24.01	1.91	367.50	372.40	1.32	0.48
No.5	9), No.5	30.0×45.0	90.0	15.0	21.46	24.01	1.91	372.40	372.40	1.71	0.48
No.6	10), II-3	30.0×40.0	120.0	15.0	27.83	27.93	3.04	368.48	366.52	1.85	0.85

Table 3 Analytical input variables

	l_a [cm]	$_sa_{cr}$ [1]	k_{acH} [1]	k_{atH} [1]	y_O(open) [1]	y (other) [1]	t^{max} (open) [MPa]	t^{max} (other) [MPa]	G_T/G (open) [1]	G_T/G (other) [1]
No.1	15.0	15.0	1.45	3.52	0.058	0.097	7.88	9.79	0.057	0.080
No.2	15.0	15.0	1.00	3.45	0.083	0.106	5.10	5.66	0.056	0.067
No.3	15.0	15.0	1.00	3.40	0.039	0.062	5.66	6.99	0.031	0.051
No.4	15.0	15.0	1.30	3.50	0.202	0.074	7.46	5.10	0.101	0.060
No.5	15.0	15.0	1.50	3.45	0.265	0.074	7.96	5.10	0.111	0.055
No.6	15.0	15.0	1.50	3.30	0.236	0.108	8.84	6.83	0.080	0.050



(a) No.1[4)] (b) No.2[7)] (c) No.3[8)]

(d) No.4[9)] (e) No.5[9)] (f) No.6[10)]

Fig.11 Load-displacement relationship

５．まとめ

FEM による数値解析結果から，　RC 有孔梁のマクロモデルを構築し，最大荷重までの荷重変位関係を簡便に予測する手法を提案した。

ｉ）ひび割れ領域，弾性領域，孔領域を考え，それぞれについて曲げ剛性を評価することにより曲げ変形を求める。

ｉｉ）材軸方向応力度(s_{xx})に対して，曲げモーメント分布から算出される以外の付加的な応力度(s_a)を考え，孔の影響によるs_aの変化を考慮してせん断応力度分布を求める。

ｉｉｉ)せん断応力度－せん断ひずみ度関係について，Nielsen の式を用いて肋筋やせん断補強筋の影響を考慮した非線形構成則を求める。

上記のｉ)～iii)を用いることにより RC 有孔梁の荷重変位関係が最大耐力に至るまで精度良くかつ簡便に求められた。

今後は，ここで示した検証例以外の実験結果に対する比較・検討を行うとともに，繰返し荷重を受ける場合に対して本手法を拡張していく。

参考文献

1)　津村浩三：開口を有する鉄筋コンクリート梁のせん断耐力，日本建築学会構造系論文報告集，No.424，pp.35-44，1991.6

2)　津村浩三：鉄筋コンクリート有孔梁のせん断破壊に関する研究─せん断スパン比及び開口位置の影響ー，日本建築学会構造系論文報告集，No.407，pp.47-58，1990.1

3)　神谷典良，市之瀬敏勝,坂田弘安，山村潤一：RC 有孔梁のシアスパン比に関するせん断強度解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.18，No.2，1996

4)　三橋博巳　他：高強度鉄筋コンクリート造有孔梁の開孔補強に関する実験的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東)，pp.353-354，2001.9

5)　土木学会：コンクリート標準示方書・設計編，pp.23-24，1996

6)　Nielsen, M. P., Limit Analysis and Concrete Plasticity Second Edition, Chapt.4 and Chapt.5

7)　縄田信一　他：鉄筋コンクリート造開口梁のせん断性状に関する実験研究（その 1）実験概要および実験結果，日本建築学会大会学術梗概集（中国）C-Ⅱ，No.2990，pp.315-31，1990.10

8)　広沢雅也　他：鉄筋コンクリート造有孔梁の耐震性能に関する実験研究（その 11）実験概要，日本建築学会大会学術梗概集（関東）C-Ⅱ，No.21154，pp.461－462，1993.9

9)　室星啓和　他：RC 造有孔梁の実験的研究（その 1）実験概要，日本建築学会大会学術梗概集（九州）C-2，No.23248，pp.495－496，1998.9

10) 山田和夫，山本俊彦：鉄筋コンクリート造有孔梁の実験（その１）せん断実験，日本建築学会大会学術梗概集（関東）C-2，No.23134，pp.267－268，1997.9