

# 論文 3次元フリーメッシュ法を用いたコンクリートの破壊解析手法に関する研究

安和 守史\*1・伊良波 繁雄\*2・富山 潤\*3・矢川 元基\*4

**要旨:** 現在, 有限要素法に対する解析手法としてメッシュレス法に関する研究が様々な工学分野で行われている。フリーメッシュ法(FMM)はその手法の一つとして提案された解析手法である。筆者らは, 2次元FMMを用いたコンクリートの破壊解析手法を提案し, 良好な結果を得ている。本論文は, その拡張として3次元FMMを用いたコンクリートの破壊解析の一手法を提案するものである。破壊解析例としてコンクリート橋アルミ高欄の腐食膨張によるコンクリートの破壊シミュレーションを行った。また, 入力データの作成にデジタル画像を利用することで骨材の分布を考慮に入れた応力解析手法を提案し, 数値解析例を示した。

**キーワード:** フリーメッシュ法, ひび割れ, 3次元解析, デジタル画像

## 1. はじめに

解析対象の大規模化に伴うプレプロセスの負担低減を目的として, 自動要素分割システムや, メッシュレス法の研究が精力的に行なわれてきた。フリーメッシュ法(FMM)<sup>1)</sup>はその手法の一つとして提案された。

本研究では, 筆者らがすでに提案した2次元FMMを用いたコンクリートの引張破壊解析<sup>2)</sup>を3次元FMM解析に拡張した手法を示す。数値解析例では, コンクリート橋アルミ高欄支柱の腐食膨張による地覆コンクリートの破壊シミュレーションを行った。この例では, 地覆コンクリートを均質な材料と考え, 解析を行った。また, デジタル画像を用いたモデル作成手法<sup>3),4)</sup>を応用した3次元モデル化についても示し, コンクリートを粗骨材-モルタルの二相系構造とみなした破壊シミュレーションを行った。なお, 破壊は引張破壊だけを考慮し, 圧縮破壊, せん断破壊やコンクリートの塑性は考慮しない, 単純なひび割れ解析<sup>5)</sup>を行った。

## 2. フリーメッシュ法

### 2.1 FMMの基本的アルゴリズム

FMMは, 図-1に示すように解析領域内に配置された各節点(中心節点)ごとに, その付近の節点(衛星節点)を集めてローカルな領域で一時的に三角形要素を作る。これらの一時的な三角形要素の要素剛性マトリックスから中心節点に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックスに足し合わせる。これを全ての節点で行い, 全体剛性マトリックスを作成し, 連立一次方程式を解く。このようにFMMはローカルな要素生成, 全体剛性マトリックスの作成及び求解までをシームレスに行うことが可能である。

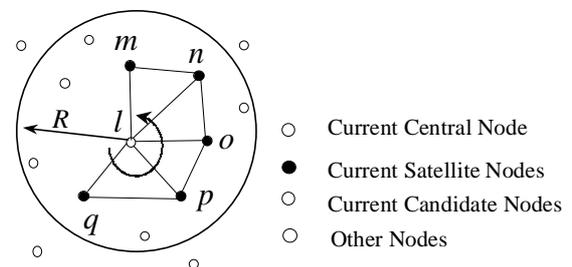


図-1 ローカル要素概念図

\*1 琉球大学大学院 理工学研究科環境建設工学専攻 学士 (学生会員)

\*2 琉球大学工学部環境建設工学科 博士(工学) (正会員)

\*3 琉球大学工学部環境建設工学科 博士(工学) (正会員)

\*4 東京大学大学院工学系研究科工学部システム量子工学専攻 工学博士

## 2.2 FMMの3次元問題への適用

本研究ではFMMを3次元問題に適用する際に、局所要素生成法としてDelaunay分割を導入する。Delaunay分割を用いることで、平面上に任意に設定された点同士を結んで作る三角形の集合によって、節点が分布する領域を隙間や重なりが生じることなく、かつ、ある一つの三角形要素の外接円内には、他の三角形要素を構成する点を含まない局所要素が得られる(図-2)。また、得られる三角形要素はひずみが少なく、有限要素解析に適した要素となる。また、三角形から四面体、外接円から外接球、などの拡張によって2次元Delaunay三角分割から3次元Delaunay分割への拡張が可能である。

Delaunay分割を用いることによって縮退が生じない場合には常にDelaunay条件を満たすように局所的要素生成が行われる。なお、縮退関係にある節点群においては、全体で一意的な節点番号を考慮して局所要素生成を行うことにより、異なる中心節点間での局所要素の一意性が保たれるようにしている。

FMMの3次元化については文献(1)にて、FMMの特徴である節点単位処理の有効性が確かめられている。

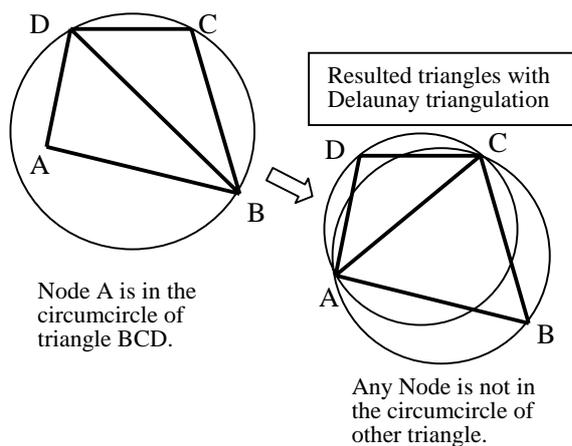


図-2 Delaunay分割による三角形要素の特徴

## 3. ひび割れ発生・進展解析手法

### 3.1 ひび割れモデル及び判定方法

コンクリート構造物の破壊解析において一般

的に用いられるモデルとして、離散ひび割れに対して「仮想ひび割れモデル(Fictitious crack Model)」, 分布ひび割れに対して「ひび割れ帯モデル(Crack band Model)」を挙げることができ、増分解析手法を用いられている<sup>6)</sup>。しかし、本研究では引張強度に達した後はひび割れ面の応力が0となる, 単純な方法を仮定し計算を行った。すなわち、領域に存在する節点の最大主応力が引張強度に達する荷重比率(変位比率)を計算し、次の段階ではその節点をひび割れ節点とすればよい。具体的に示すと、最大主応力がコンクリートの引張強度に最も近い節点応力( $\sigma_{1,max}$ )を探索し、この節点をひび割れ節点とする。つぎに、これがコンクリートの引張強度( $f_t$ )になるような倍率(HM)を求め、この倍率をすべての節点のもつ物理量( $p_i$ )に乗じて解とする(式(1)参照)。

$$HM = (\sigma_{1,max} - f_t) / f_t \quad (1)$$

$$P_i = p_i / (1 + HM)$$

ここで、 $P_i$ は変換後の*i*節点の物理量を表す。

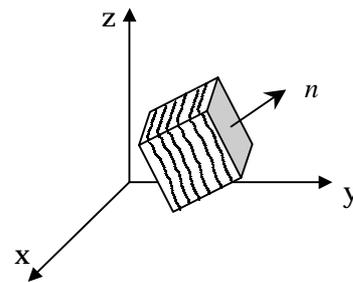


図-3 ひび割れ帯モデル(局所座標系)

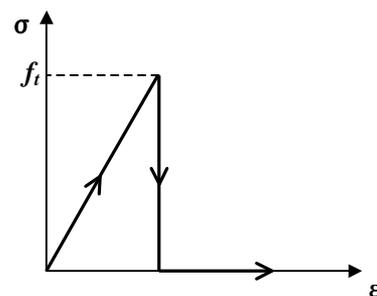


図-4 応力-ひずみ曲線

次の段階で、ひび割れ節点に関しては、ひび割れ帯モデルのひとつである固定ひび割れモデルと同じように、最大主応力方向に垂直な方向にひび割れ方向(図-3)を仮定し、ひび割れ方向に対しては図-4に示すように、応力を解放することにした。

ひび割れ要素の応力-ひずみマトリックスを式(2)に示す。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & E_c & & & & \\ & & E_c & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & \beta G & \\ & 0 & & & & \beta G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_{ns} \\ \varepsilon_{nt} \\ \gamma_{ns} \\ \gamma_{st} \\ \gamma_m \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $E_c$ はコンクリートのヤング率、 $\beta$ はせん断剛性低減係数( $\beta=1$ と仮定)、 $G$ はせん断剛性係数である。また、ひび割れ要素の剛性マトリックス $[K_{cr}]_e$ は、全体座標系から局所座標系への応力、ひずみ変換マトリックス $[T_\sigma]$ 、 $[T_\varepsilon]$ を用いて式(3)のように全体座標系に変換した式を用いた。

$$[K_{cr}]_e = \int_V [B]^T [T_\sigma]^T [D_{cr}] [T_\varepsilon] [B] dV \quad (3)$$

ここで、 $[B]$ はひずみ-変位マトリックスである。

本解析手法は、コンクリートの引張軟化を考慮しておらず、コンクリートのひび割れ現象を簡略化した解析手法であると言える。このような方法は、増分解析のように数値解析上不安定になるようなことはなく、 $HM$ を求め構造の応力が低下するまで繰り返し計算をすることで複雑なコンクリートのひび割れ解析を比較的スムーズに行うことができ、ひび割れ進行状態、応力評価などを簡単に出力できる有効な解析手法である。 $FMM$ の応力評価やひび割れ評価は節点単位で行っており、その評価方法は文献(2)に詳しく述べてあるのでここでは割愛する。

本解析手法のフローチャートを図-5に示す。

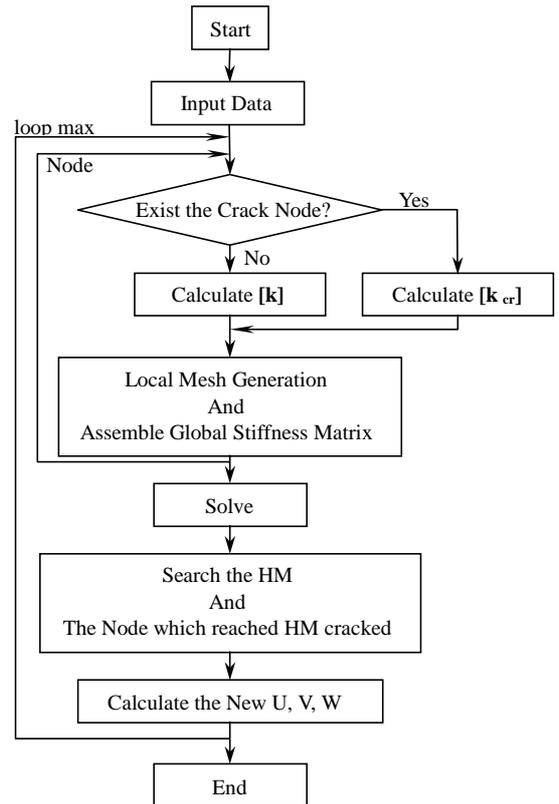


図-5 FMM 破壊解析フローチャート

#### 4. デジタル画像の3次元FMMへの適用

$FMM$ の解析データとして必要な節点情報とは、節点座標とその材料特性である。デジタル画像のピクセル位置及びRGBカラー情報から節点情報に変換する手法<sup>4)</sup>を筆者らは提案した。本研究は、それを3次元FMMに拡張し、コンクリート破壊解析に用いた。

##### 4.1 デジタル画像による入力データの作成

本研究では、解析に用いる入力データを2種類必要とする。一つは節点データで、もう一つは材料データである。入力データを二種類必要とする理由としては、以前のデジタル画像を直接節点データとして用いる手法では、画像を多数処理しなければならない3次元解析において節点数の調整が困難なためである。本研究で使用する節点データとは、解析対象物の形状データから節点生成ソフトにより作成する、節点座標を示すデータである。材料データについては、5.2の数値解析例で用いたデータを例に作成法を以下に述べる。

(1) まず、図-6(a)のようにコンクリート(縦横

高さそれぞれ 100×100×100mm)を 10mm 幅で切断し、各切断面(レイヤー)をデジタルカメラにて撮影。

- (2) 画像の解析対象領域を市販画像処理ソフトでカットし、単純色化(図-6b)する。ここで、単純色化とは異なる材料ごとに単純な色(黒, 赤, 白)に区分することである。また、コンクリートを粗骨材とモルタルの二相系材料とみなした構造モデルとしてデータ作成に用いた。
- (3) Visual Basic で作成したソフトにて処理画像を取り込み、ピクセル情報をデカルト座標系及び材料を示す識別番号(粗骨材:1, モルタル:3)に変換する。ただし、座標は厚さ方向を除き全レイヤー共通とした。
- (4) テキスト形式のファイルにレイヤー番号, 厚さ方向座標とピクセルの平面座標, そして材料番号をレイヤーごとに並べて表示。

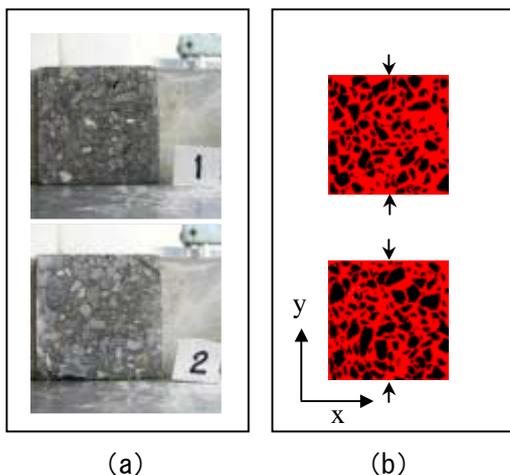


図-6 画像の単純色化

#### 4.2 入力データの処理(補間)

しかし、材料データは切断面を切断厚さごとに並べたものであり、節点が必ずしもレイヤーが位置する平面上にあるとは限らない。そのためレイヤー間の材料分布を仮想的に補う必要がある。その処理として、簡単ではあるが図-7のような方法を用いた。図中の節点 A を考えた場合、節点 A が挟まれる上下のレイヤーから節点の存在するレイヤーの骨材面積を示す比率を求

め直線的に補間し、それを基に平面の構造を決定し、節点 A が含まれる材料を判定する。

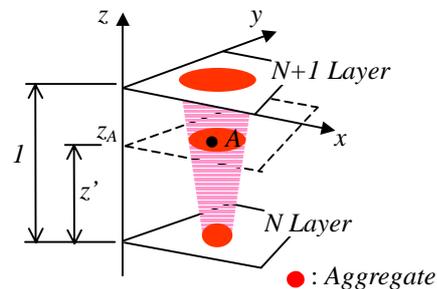


図-7 コンクリート材料の補間

ただし、 $Z' = (z_A - z_N) / (z_{N+1} - z_N)$ ,  $z_N$  は第 N 層の z 座標である。

#### 5. コンクリートの破壊解析例

ここでは、破壊シミュレーションとしてコンクリートを単一相の材料(5.1)及び、二相系材料(5.2)とみなした場合の解析を行った。

##### 5.1 S橋地覆コンクリートのひび割れ

沖縄県石垣島の S 橋高欄支柱の埋め込み部である地覆コンクリートに発生したひび割れ(写真-1)についての解析を示す。解析対象は、橋の歩道側の地覆で、高欄を中心に対称な形状であることから、その 1/2 領域をモデル化(図-8)し解析に用いた。解析では、高欄支柱の均等な膨張による力が作用したと仮定し、支持部のコンクリート面に等分布荷重を与え、ひび割れ進展状況と写真-1 を比較検討した。境界条件は図-8の破線で描かれる斜線部を長さ方向に固定し、実線での斜線部を三軸固定とした。なお、解析モデルの総節点数は 3292 で、弾性係数 27500 [N/mm<sup>2</sup>], ポアソン比 0.2, 引張強度 2.9 [N/mm<sup>2</sup>] である。



写真-1 S橋高欄の現況写真

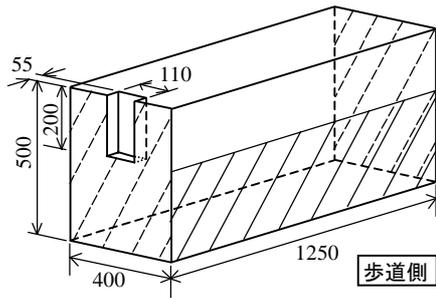


図-8 解析対象領域の1/2モデル

図-9は、解析により得られたひび割れの進展状況である。ひび割れは高欄支柱部の表面の角付近から発生(図-9a)する。そして、そのひび割れは橋梁側面及び歩道側面に45°の方向に進行する(図-9b)。その後、高欄支柱に最も近い橋梁及び歩道側面から高欄支柱に向かってひび割れは進行する(図-9c)。これらのひび割れはさらに進行し、高欄の下部まで達する(図-9d)。解析によるコンクリート表面のひび割れ形状は、写真-1にほぼ一致している。なお、写真-1と図-9(d)中の番号①、②、③は各々対応している。

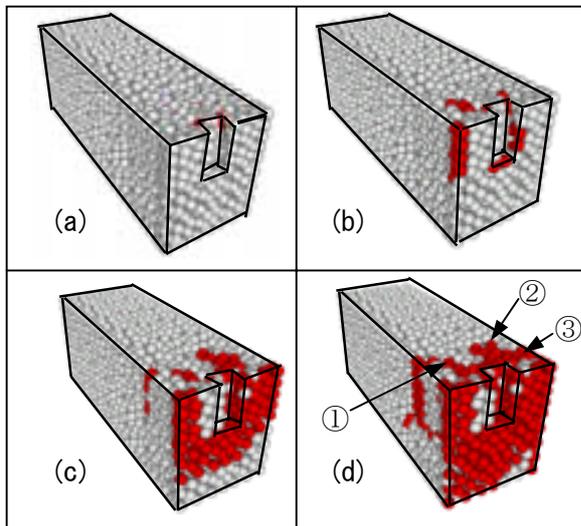


図-9 ひび割れ進展状況

## 5.2 デジタル画像を用いたコンクリートの破壊解析

画像処理を用いた3次元FMM破壊解析例について述べる。解析に使用したコンクリートは長さ100mmの立方体で、節点データを3次元

化すると図-10となる。なお、粗骨材とモルタルの材料定数を表-1に示す。

解析は、図-6(b)にあるようにコンクリート供試体中央の上下端に線荷重を作用させた割裂解析である。細骨材率は41.5%、粗骨材の最大寸法は20mmである。また、解析モデルの総節点数は46938節点である。

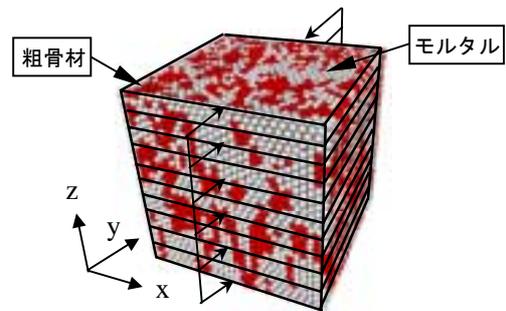


図-10 3次元モデル及び荷重・境界条件

表-1 コンクリート構成材料の材料定数

	粗骨材	モルタル
弾性係数 $E(\text{N/mm}^2)$	56122.45	20000
引張強度 $f_t(\text{N/mm}^2)$	5.524	2.214
圧縮強度 $f_c(\text{N/mm}^2)$	51.938	50.918
ポアソン比 $\nu$	0.15	0.21

解析結果は、図-11に荷重変位図、図-12にひび割れ進展状況を示す。図-11の理論解  $P(=34.7\text{kN})$  は正方形断面に内接する円柱の割裂荷重  $P = \sigma_x \pi d l / 2$  ( $P$ :荷重,  $d$ :円柱断面直径,  $l$ :円柱の長さ) から得た荷重である。図-11では理論解とFMMによる解は、最大荷重についてはほぼ一致する。なお、荷重-載荷点変位線がほぼ直線になっているのは、本論文で示している解析方法が、ひび割れが一ヶ所発生するたびに荷重を0に戻しているためである。図-12のひび割れは載荷軸付近のコンクリート表面から発生し(a)、不連続的に進行する(b)。しかし、 $y=20\text{mm}$ 以下には進まず折り返すように荷重軸まで戻り(c)、それを繰り返した(d)。ひび割れが生じた節点の材料分布を図-13に示す。強度の高い粗骨材を示す黒点(216個)が、モルタルを示す白点(214個)とほぼ同数ひび割れている

ことが確認できる。図-12(d)のひび割れ発生状況を y-z 面で見ると図-13(b)のようになる。この図から、ひび割れは左側に偏って発生していることがわかる。これは骨材分布が一様でないためである。なお、本解析は計算時間が長いので途中で計算を打ち切った。

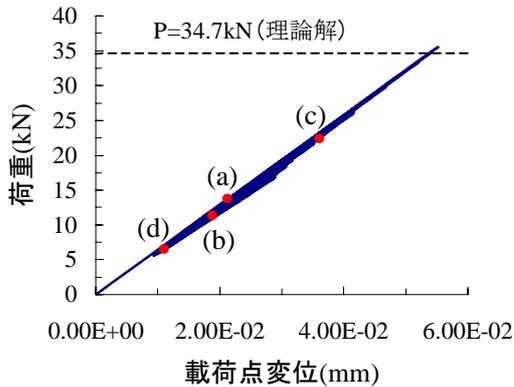


図-11 荷重変位関係

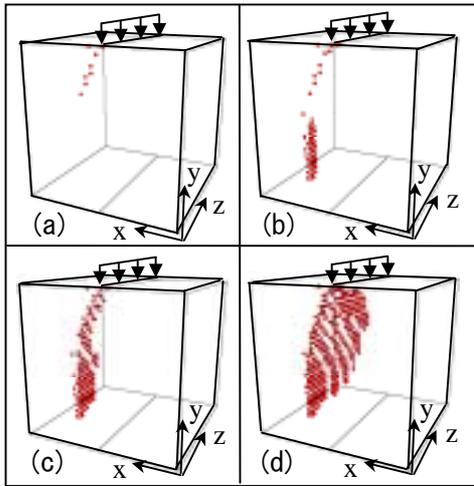


図-12 ひび割れ進展状況

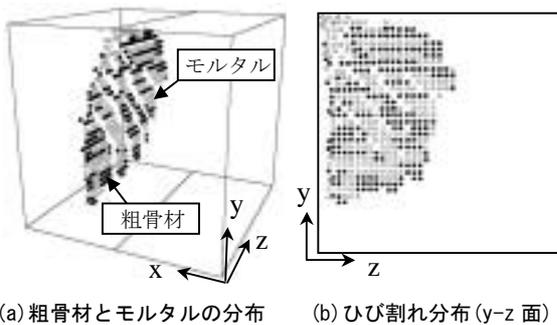


図-13 ひび割れ節点の材料及びひび割れ分布

## 6. まとめ

本研究では3次元 FMM をコンクリートの破壊解析に適用した。さらに、デジタル画像を用いたコンクリートの3次元モデル化手法も示した。得られた結果を以下にまとめた。

- (1) 3次元 FMM の破壊解析への適用は簡易的な手法であるが、破壊状態を知るのに有効であることを示した。
- (2) 3次元モデル化においてもデジタル画像の利便性の高さを示し、コンクリートの破壊解析での有効性を確認することが出来た。

謝辞：本研究で用いた研究費は高橋財団からの御支援を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 矢川元基, 細川孝之: フリーメッシュ法の三次元問題への適用, 日本機械学会論文集(A編), vol.63, No.614, pp.2251-2256, 1997.10
- 2) 富山潤, 伊良波繁雄, 矢川元基, 矢吹哲哉: フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊挙動の解析, コンクリート工学論文集, Vol.11, No.1, pp.29-38, 2000
- 3) 永井学志, 山田貴博, 和田章: コンクリート材料の圧縮破壊のイメージベース有限要素解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.157-162, 1999
- 4) 松本洋, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基: 簡単な画像処理を用いたフリーメッシュ法の二次元問題への適用, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.31-36, 1999
- 5) 伊良波繁雄, 具志幸晶, 和仁屋晴謙: 有限要素法による鉄筋とコンクリートとの付着強度解析 その1, 琉球大学工学部紀要 第24号, 1982
- 6) 日本コンクリート工学委員会: コンクリートの破壊力学研究委員会コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム, 1990.3