論文　3 次元非線形 FEM 解析による鉄筋コンクリート部材の純ねじり耐力に関する一考察

高橋　良輔[*1]・佐藤　靖彦[*2]・上田　多門[*3]

要旨：本研究では，過去に提案されている構成モデルを組み合わせた 3 次元非線形有限要素プログラムを開発し，鉄筋コンクリート棒部材の純ねじり解析を行い，本プログラムの検証とせん断流に着目した考察を行った。その結果，本プログラムによる解析結果は，概ね実験値に一致し，また，せん断流の幅は鉄筋比によって影響を受けないこと，中空断面鉄筋コンクリート棒部材において，せん断流路幅分の厚さがあればそのねじり耐力は中実断面の場合とほぼ同じに取り扱えることが解析的に確認された。

キーワード：3 次元非線形 FEM，純ねじり，せん断流

1.　はじめに

鉄筋コンクリート棒部材の純ねじり挙動解析については，現在までに立体トラスモデル，RC 板モデルなどがある [1)]。特に RC 板モデルは精度が高く，現在最も確立された方法であろう。しかし，それらはいずれも様々な仮定の下に 3 次元的挙動を 1 次元，2 次元で取り扱う為，完全な 3 次元のねじり挙動を捉えることは出来ない。そこで本研究では，3 次元有限要素解析プログラムを開発し，それを用いて純ねじり解析を行い，プログラムの検証とともに，RC 部材の純ねじり耐力を決定する要因の 1 つであるせん断流についての様々な考察を行うことを目的とした。

2.　解析プログラム概要

2.1　鉄筋・プレーンコンクリート構成則

本研究では著者らが開発している 3 次元有限要素プログラムを用いた。

使用要素は，8 ガウス積分点，20 節点アイソパラメトリック要素で，鉄筋コンクリート要素は各鉄筋軸方向の 1 次元応力を全体座標に座標変換したものとコンクリートの 3 次元応力を重ね合わせることで表現した。

(1)　ひび割れ前コンクリート構成則

ひび割れ前のコンクリートには 3 次元弾塑性破壊モデル [2)] を用いた。

本解析では，コンクリート要素内の主応力状態が破壊基準を超えると要素内の最大主応力と直交方向にひび割れ面を形成する。1 度形成されたひび割れ面方向は変化せず，要素内でひび割れを平均的に取り扱う固定ひび割れモデル/分散ひび割れモデルを採用し，ひとつの積分点に対し最大 2 つまでのひび割れ発生を考慮した。ひび割れ発生のためのコンクリートの破壊基準は，2 次元圧縮－引張領域における二羽モデル [3)]，引張－引張領域における青柳・山田モデル [3)] を曲面によって補完し，3 次元へ拡張したモデル [4)] であり，これを 3 次元主応力に適用する。また，2 本目のひび割れに関しては，1 本目のひび割れとの交差角が 15°以内では入らないとした [3)]。

ひび割れが発生した場合，その時点の主応力方向に局所座標系（**Fig.1**）をとり，それをひび割れ面座標系とする。ただし，ひび割れ 2 本発生時は，それぞれの面内 2 方向の内 1 方向をひ

*1 北海道大学大学院　工学研究科　工学(修士)　(正会員)
*2 北海道大学大学院助手　工学研究科　工学(博士)　(正会員)
*3 北海道大学大学院助教授　工学研究科　工 博　(正会員)

び割れの交線方向と一致させ，2 つの局所座標系が 2 ひび割れ面の交線方向を共有軸とし，各ひび割れの開口方向にそれぞれ 1 つの軸をもつ座標系となるようにする。この座標系において各種構成則を適用した後，応力を全体座標系に変換して平均をとる。適用する構成則は，各座標系，座標軸によって異なる。

(2)　ひび割れ 1 本発生時の構成モデル

局所座標系において，ひび割れ面と直交するひび割れ開口方向には Reinhardt によって提案された 1 次元での引張軟化モデル[5]を用いた。

このモデルはひび割れ開口変位と応力の関係であるため，本研究においてはスターラップ間隔をひび割れ間隔とし，ひずみとの積をひび割れ開口変位として用いた。また，鉄筋コンクリート要素については，テンションスティフニングモデル[3](係数 C=0.4)を採用した。

2 次元平面応力場であるひび割れ面内においては，Vecchio & Collins によって提案されたコンクリートの圧縮モデル[6]をこの平面内の主圧縮ひずみ－応力関係に用いた。また，引張りについては弾性とした。これらによって得られた主応力を座標変換することによってひび割れ面内の 3 つの応力を得る。

ひび割れと直交する面の面内せん断応力は，ひび割れ面のせん断伝達によるせん断剛性と，連続コンクリート部のせん断剛性の平均せん断剛性を使用する方法[7]を用いて算出する。せん断伝達応力は，李・前川によるせん断伝達モデル[3]を使用した。尚，本研究における構成モデルにおける内部曲線は，せん断伝達モデルを除き，すべて原点指向型の直線としている。

(3)　ひび割れ 2 本発生時の構成モデル

それぞれの座標系でのひび割れの開口方向は，1 本目同様，Reinhardt の引張軟化モデル，テンションスティフニングモデルを適用する。

各ひび割れ面の面内座標系のうち，ひび割れ面同士の交線方向は未だコンクリートが連続である。この部分のコンクリートは，1 次元の応力－ひずみ場であり，Vecchio らのモデルは基本的には 1 次元の応力－ひずみ関係であるので，交線方向にはそれを採用することとした。

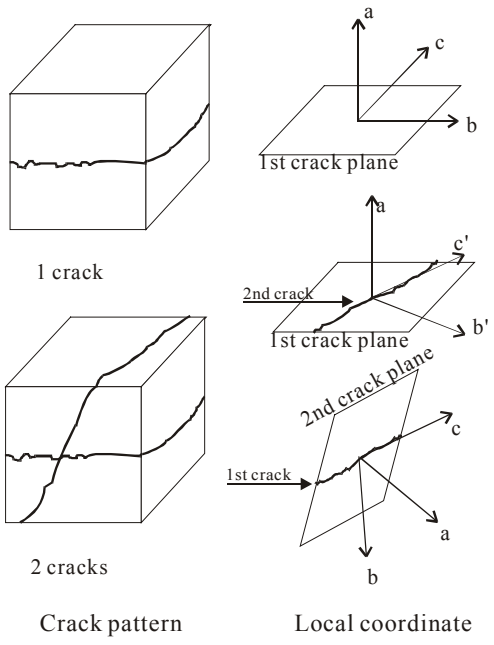

Fig.1　Local coordinate system based on crack planes

面内のもう 1 方向は他のひび割れ面と直交方向となるため，応力-ひずみ関係には引張り軟化モデルを適用する。

せん断伝達モデルは，この座標系における 3 面内すべてに適用する。このうち 2 本のひび割れを含む面において，主たるせん断ずれは着目している座標系のひび割れ面に沿って起きているとしてせん断伝達モデルを適用した。このとき，もう 1 方向のひび割れによるコンクリート部のせん断伝達力の低下を考慮するため，せん断剛性を 20%に低減した。

(4)　鉄筋モデル

鉄筋モデルには，トリリニア型のモデル[8]を採用した。また降伏の判定は，ひび割れ位置での鉄筋応力を常にチェックする方法をとった。

2.2　RC パネルせん断シミュレーション

2 方向配筋 RC パネルせん断シミュレーションを行い，本プログラムでの 1 方向ひび割れ発生時のせん断荷重下における RC 挙動を検証した。比較には Collins らの実験結果[7]を用いた。Collins らの実験供試体は 89cm×89cm×7.5cm の直交配筋 RC パネルである。

Table 1 Material Properties

	f'_c (MPa)	f'_t (MPa)	E_c (GPa)	f_y (MPa)	P_x (%)	P_y (%)
PV3	26.6	1.73	26.04	662	0.48	0.48
PV22	20.5	2.90	22.98	442	1.80	1.80

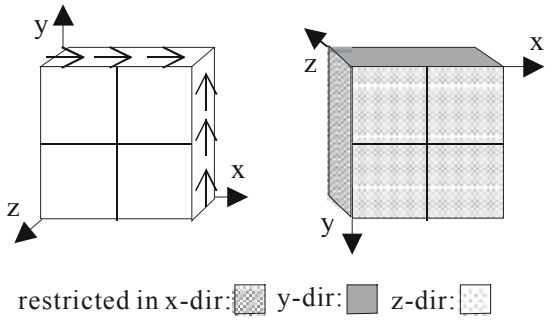

Fig.2 mesh & boundary condition

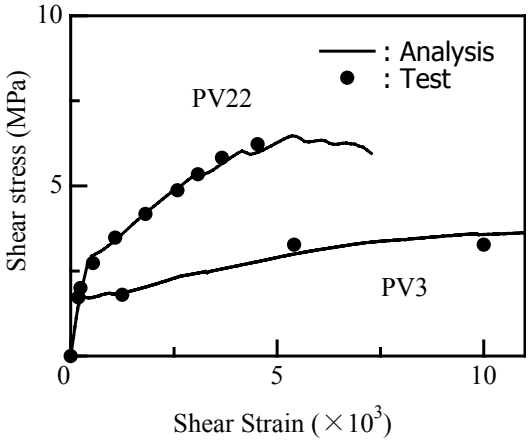

Fig.3 Shear stress – strain relationship

解析供試体は実験供試体の 1/2 モデルで 4 要素とした。解析供試体のメッシュ及び境界条件を **Fig.2** に，材料特性値を **Table 1** に示す。

Fig.3 に解析，実験における平均せん断ひずみ－せん断応力関係を示す。結果は低鉄筋比，高鉄筋比ともに実験結果にほぼ適合するものであった。

2.3 RC パネルの 2 方向ひび割れ発生時挙動シミュレーション

1 軸方向(y 方向)に引張力を与え 1 方向目のひび割れを発生させた後，せん断力を与え 2 方向目のひび割れを発生させるシミュレーションを行い，2 方向ひび割れ発生時の検証を行った。比較対象としては福浦らの数値シミュレーション結果[8)]を用いた。

用いた材料特性値を **Table 2** に示す。解析供試体は 50cm×50cm×10cm，4 要素の 1/2 モデル直交配筋 RC パネルとし，荷重制御による載荷とした。

Table 2 Material Properties

f_c' (MPa)	f_t (MPa)	E_c (GPa)	E_s (GPa)	p_x (%)	p_y (%)
30.0	1.3	25.0	210	1.0	1.0

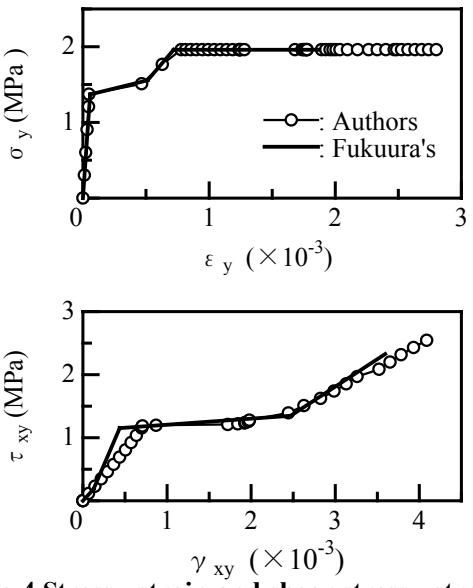

Fig.4 Stress - strain and shear stress - strain in y-dir. relationship

Fig.4 に結果を示す。解析における構成モデル等の違いにより，せん断力載荷時のせん断剛性が福浦らの結果よりも低い値が示されているなど多少の違いは見られるものの，全体としてはほぼ福浦らの結果と一致している。しかし，今回は比較対象が実験結果ではなく数値シミュレーション結果ということもあり，現段階において本プログラムにより示される 2 方向ひび割れ発生後の鉄筋コンクリート挙動シミュレート結果は，あくまで定性的なものであると考える。

3. RC 棒部材の純ねじりシミュレーション

3.1 解析概要

構築した鉄筋・プレーンコンクリートモデルを用い，RC 棒部材の純ねじり解析を行った。

既往の研究から，かぶり厚が大きい部材では，ねじり過程においてかぶりの剥離が起きることがわかっている[9)]。しかし，本研究のように鉄筋を平均化したモデルを用いる場合，かぶりコ

ンクリートの剥離を表現することができず，このようなケースをシミュレートすることは困難である。そこで，できるだけかぶりコンクリートの剥離の影響を少なくするため，かぶりの小さい実験供試体を解析対象にした。用いた実験供試体は，志村らの S2[10]，長瀧らの D シリーズ[11]である。実験供試体の詳細について **Table 3** に示す。S2 は，志村のかぶり厚を変えた実験シリーズのうちの一体であり，ひずみ分布などが詳細に述べられている，また D シリーズは，鉄筋比を変数とした実験シリーズである。

解析モデル概略図を **Fig.5** に示す。モデルは，解析対象の端部拘束の影響，および端部における鉄筋降伏を抑えるため，両端を 50cm 延長し，その区間は鉄筋を降伏させないようにした。

境界条件として，回転と等価な変位を端部断面内の全節点に与え，他方の端部は面内方向を拘束，部材中央かつ断面中央の節点を軸方向に拘束した。また，ねじりは両端部 50cm を除く区間の相対回転角とした。

D シリーズではかぶり部が非常に小さく，テンションスティフニングモデル[3]の適用範囲外である可能性がある。しかし，かぶりが小さい場合の合理的な領域設定方法が見当たらないため，同モデルを用い，その際の適用領域は鉄筋中心から部材表面までの距離の 2 倍とした。

Table 3 Material properties

	Cross section (cm)	Cover (cm)	Spacing of Stirrup (cm)	fc' (MPa)	Number of main bar
S2	22×22	1	D10×10	33.8	D13×4
D1	30×30	0.5	D10×15	50.5	D10×8
D2	30×30	0.5	D13×15	50.5	D13×8
D3	30×30	0.5	D16×15	50.5	D16×8

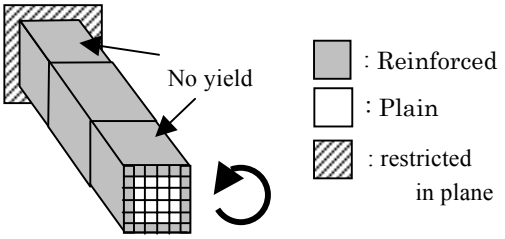

Fig.5 Analytical model

3.2 破壊性状

Fig.6 に S2 の，**Fig.7** に D シリーズのトルクーねじり関係の解析値，実験値の比較を示す。

ひび割れ後の剛性に違いは見られるが，全体的な変形挙動，および耐力は概ね一致している。

Fig.8 に S2 のねじり 0～0.23，0.23～1.0deg/m において発生したひび割れを図示する。破壊過程としてまず部材側面中央において斜めひび割れが発生し，その後ひび割れ領域は内部まで進展して剛性の急激な低下が起きる。その後は変形が進むにつれ，コア部で 2 本目のひび割れが発生する。部材内部にひび割れが安定すると，再び剛性が増しやがてピークを迎える。これは，一般的な純ねじりの破壊性状[12]と一致し，破壊性状についてシミュレートできたといえる。

コア部での 2 本目のひび割れ発生はねじり剛

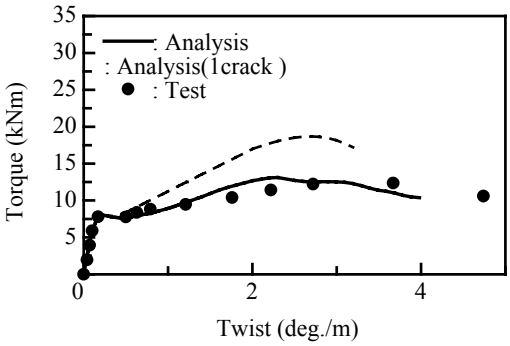

Fig.6 Torque-twist relationship (S2)

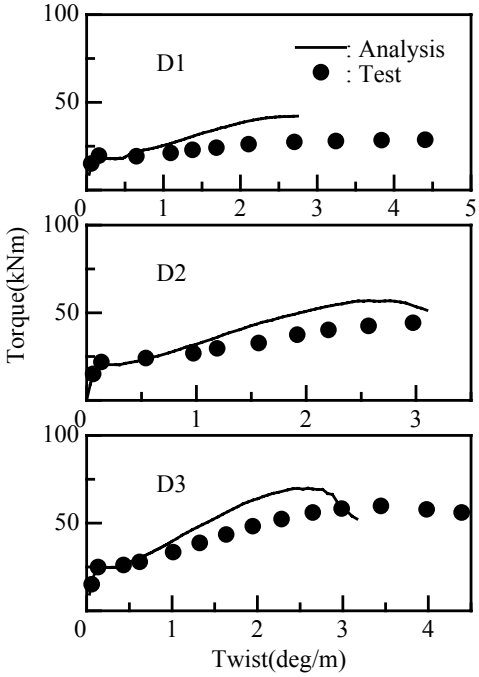

Fig.7 Torque-Twist curve (D-series)

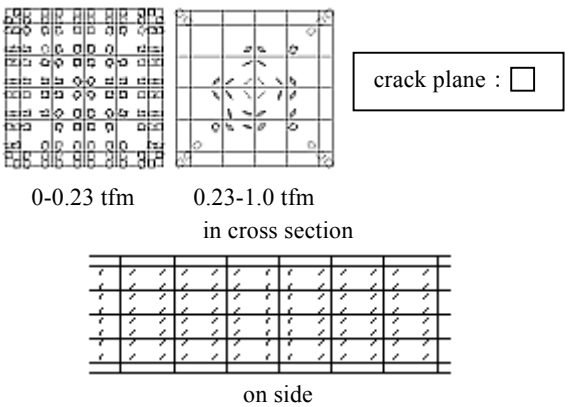

Fig.8 Crack pattern (S2)

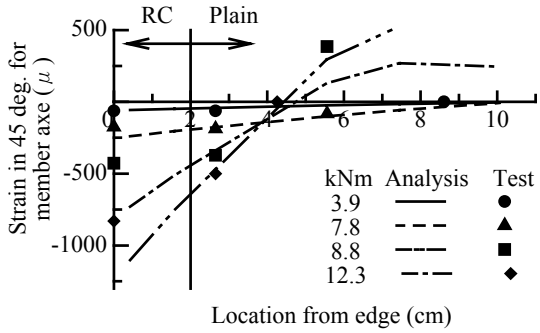

Fig.9 Strain distribution (S2)

性を低下させ，変形性状に大きな影響を及ぼすものと考えられる。そこで，許容するひび割れ本数に着目した解析を行った。ひび割れを 1 本のみ許容した場合の解析(Fig.6)では，ひび割れ発生後の剛性，耐力は実験値およびひび割れ 2 本時に比べ高くなることがわかる。これより，3 次元における中実断面のねじり解析の場合，1 本のひび割れのみを考慮するだけでは，耐力および変形性状を十分に評価できないといえる。

3.3　せん断流についての解析による考察

(1)　ひずみ分布

S2 供試体の各トルクレベルにおける，部材軸と 45°方向ひずみの断面深さ方向分布の実験値との比較を **Fig.9** に示す。トルク上昇に伴うコアコンクリート部の損傷による分布形状の変化や，ひずみ値が 0 になる位置などは解析値と実験値は概ね合っているが，RC 領域における圧縮ひずみが実験値に比べ大きい。しかし，実験において測定区間内で局所的にせん断力が大きくなった場合は，領域を平均化して考えている有限要素解析の結果と一致しているとも言え，本研究

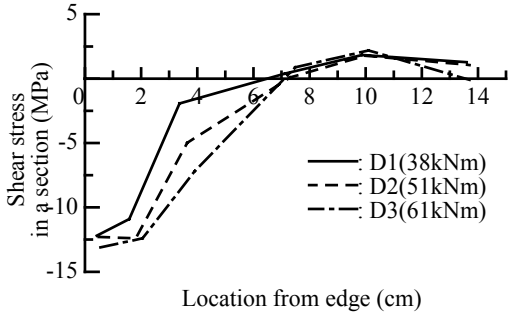

Fig.10 Shear stress distribution (D)

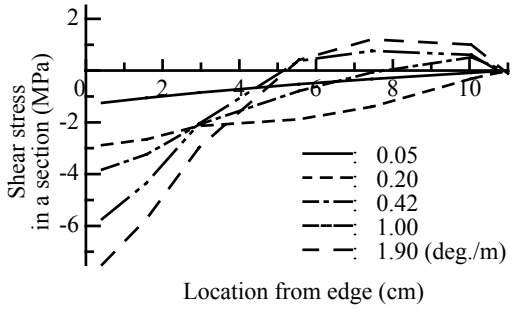

Fig.11 Shear stress distribution (S2)

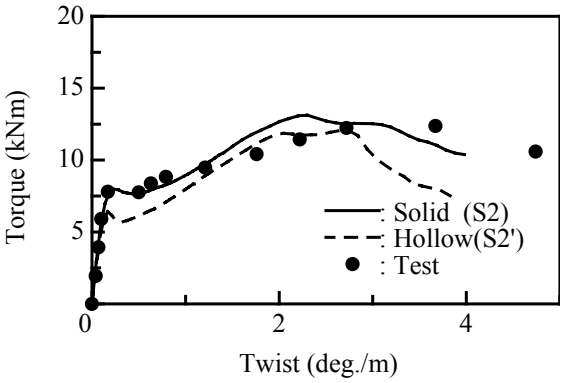

Fig.12 Torque-Twist curve (S2')

の範囲内ではこの部分の適合性について言及は困難である。しかしそれ以外，特にひずみ値が 0 になる位置は実験値とほぼ一致しており，せん断流の幅についての評価に関しては本結果を用いることができると考える。

(2)　鉄筋比がせん断流路に及ぼす影響

Fig.10 に D シリーズの部材軸中央断面での面内せん断応力分布を示す。トルクレベルは，それぞれのトルクの最大値の 90%である。図より，鉄筋比が変化しても，せん断流の幅は変化しないことが観察できる。

(3)　中空断面に関する検討

S2 における，断面内深さ方向のせん断応力分布について **Fig.11** に示す。これより，せん断応力が 0 になる位置は表面から深さ約 50mm に収束する傾向にあると言える。そこで，この 50mm

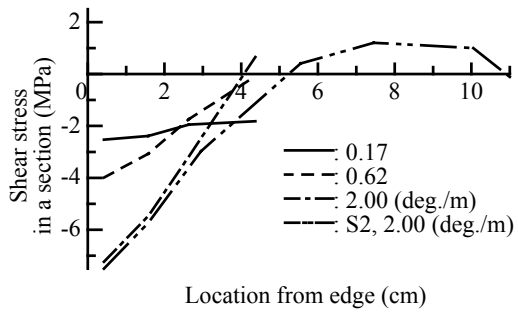

Fig.13 Shear stress distribution (S2')

をせん断流の幅とし，同じ大きさのウェブ厚をもつ中空断面の純ねじり解析を行った(供試体を S2'とする)。得られたトルクーねじり関係，せん断応力分布を S2 の結果とともに **Fig.12** と **Fig.13** に示す。

せん断応力の分布に中実との違いは見られない。また，ひび割れ発生耐力は中実断面に比べ低下するものの，終局強度はほぼ一致する傾向が見られ，中実断面でのせん断流の幅を最小厚とする中空断面とすれば，より経済的に必要な強度を満足できることがこの解析結果からも確認できる。

4. まとめ

本研究で得られた知見を以下にまとめる。

・本研究での解析において全体的な破壊性状，変形挙動および耐力は概ね一致した結果が得られた。

・解析により，鉄筋比は純ねじりにおけるせん断流の幅には影響を与えないことがわかった。

・3 次元解析の結果から，中実断面はせん断流の幅を厚さとする中空断面とほぼ同じ耐力を持つことを解析により示すことができた。本解析を用いれば等しい耐力を与える適切なせん断流の幅を求めることができる。

参考文献

1) 二羽淳一郎，桧貝勇，守屋紀和：ねじりを受ける RC 棒部材に関する解析的研究，土木学会論文集第 420 号/V-13，pp.97-105，1990.8

2) MAEKAWA.K,et al.:Triaxial Elasto-Plastic and Fracture Model for Concrete, Proceedings of JSCE No.460/V-18，pp.131-138，Feb.1993

3) 岡村甫，前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則，技法堂出版　1991.

4) Ahmed,F, T.UEDA, Y.SATO: A Proposal of Failure Criteria for 3D Concrete Structures, 土木学会北海道支部論文報告集 第56号(A), pp.528-531，2000.2

5) Reinhardt,H.W. et al.: Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete, Journal of Structural Engineering (ASCE) Vol.112 No.11 Nov. 1986,pp.2462-2477

6) Vecchio,F.J., Collins,M.P.: Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, No.82-03, Department of Civil Engineering, Univ. of Toronto, Mar.1982

7) 前川宏一，福浦尚之：疑似直交２方向ひび割れを有する平面 RC 要素の空間平均化構成モデルの再構築，土木学会論文集，No.634/V-45，pp.157-176，1999.11

8) 前川宏一，福浦尚之：非直交する独立 4 方向ひび割れ群を有する平面 RC 要素の空間平均化構成則，土木学会論文集，No.634/V-45，pp.177-195，1999.11

9) 長瀧重義，岡本享久，宮坂享明：純ねじり下にあるコンクリート部材のかぶりの役割，セメント・コンクリート研究討論会論文報告集 vol.16th，pp.59-64，1989

10)志村和紀，佐伯昇：有効かぶりを考慮した鉄筋コンクリート部材の純ねじりの変形・耐力解析，土木学会論文集，No.599/V-40，pp.81-90，1998.8

11)長瀧重義，岡本享久，曾我寿孝：RC 板要素の引張特性とねじりを受ける RC 部材の変形解析への適用，JCI コロキウム「RC 構造のせん断設計法に関する解析的研究」論文集，pp.109-116，1989.10

12)Hsu.T.T.C：Torsion of structural concrete-behavior of reinforced concrete rectangular members, Torsion of structural concrete, SP18-10,ACI，pp.261-306，1968