

# 論文 種々の応力モード下のコンクリート亀裂面形状高速フーリエ1次元解析

佐藤 良介\*1・和田 俊良\*2・佐藤 龍司\*3・上田 正生\*4

要旨:本論文では,4種の基本応力モード下で形成されたコンクリート亀裂面にフーリエ1次元解析手法を適用し,得られたスペクトル強度値分布から相互の形状特性を比較した。その結果,全般的に亀裂面の凹凸は低周波領域でスペクトル強度値が卓越し,周波数が高くなるにつれ,その強度値(振幅)が逓減してゆく傾向を呈示した。そして,フーリエ1次元解析理論が,亀裂面の粗面形状解析に汎く適用できることが,はじめて数値的に実証された。

キーワード:コンクリート亀裂面形状,高速フーリエ変換(FFT),亀裂基準面

## 1.はじめに

著者らはこれまで,コンクリート亀裂面の傾斜・深さ・表面積などを個々に抽出する形状特性解析手法<sup>1)2)</sup>を提案し,引張,割裂,曲げそしてせん断応力モード下で形成された4種類の亀裂面<sup>3)</sup>の2次元と3次元の分析結果について検討・考察を行い,異なる応力モード間での亀裂面固有の形状特性の相違<sup>3)4)</sup>を明らかにしてきた。

さらに前報<sup>5)</sup>では,粗面である亀裂面凹凸形状の激しさを平滑化せずに,その局所での粗さまでも標準化して評価することが見込まれるフーリエ1次元解析手法をコンクリート引張亀裂面の3次元座標値データへ初めて適用することを試みた。そして,その解析結果からコンクリート亀裂面をフーリエ1次元解析するために不可欠な「測定分解能」と「サンプリング間隔」の適切な値を特定した。

本論文では,上述の2つの測定・分析パラメータ値を採用して,著者らの既報<sup>3)</sup>の4種のモード下の亀裂面にフーリエ1次元解析を実施し,応力モードの相違がスペクトル強度値分布に及ぼす影響について若干の検討を加える。これに続けて,著者らが開発したフーリエ1次元解析手法のコンクリート亀裂面への適用の汎用性が如何なるものなのか,これを検証することとする。

## 2.コンクリート亀裂面のための高速フーリエ1次元解析法

本研究では,コンクリート亀裂面の形状特性を知るために,光切断法に基づいて測定された亀裂面の3次元座標値データをフーリエ解析する。このフーリエ形状解析には,(A)物体表面における任意の直線方向のみを解析する1次元解析と(B)その解析対象を物体表面の面領域とする2次元解析の2種の方法がある。本論文では,一連の研究のファーストステップとして,その形状認識がより簡素な(A)のフーリエ1次元解析を亀裂面に適用することとし,次項以降で亀裂面の数値モデル化と解析結果としてのフーリエスペクトル強度分布図の表示方法について簡潔に説明を加える。

### 2.1 コンクリート亀裂面の測定座標系

図-1に本測定システムの座標系を示す。本測

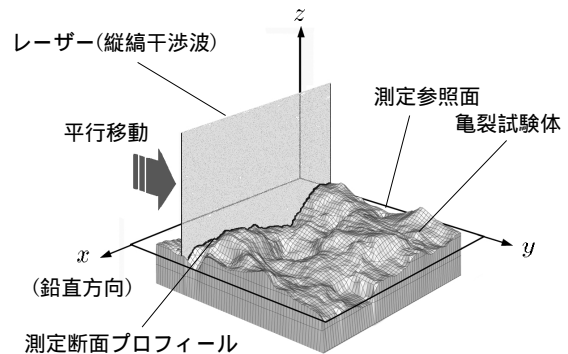


図-1 コンクリート亀裂面の測定座標系

\*1 北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 修士課程 (正会員)

\*2 北海道職業能力開発大学校 建築科講師 工博 (正会員)

\*3 北海道職業能力開発大学校 建築科助教授 工博 (正会員)

\*4 北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 工博 (正会員)

定システムでは、コンクリート試験体の材軸を測定 $z$ 軸に一致させており、その鉛直方向の $x$ 軸と $y$ 軸で構成される $x$ - $y$ 平面が「測定参照面」である。同時に、 $x$ - $z$ 平面に平行なレーザ縦縞干渉波が亀裂面に照射され、このレーザ光と亀裂面の交線が「亀裂面の測定断面プロフィール」として計測され、亀裂面の3次元座標値が「測定座標系」で記述されることになる。

## 2.2 高速フーリエ1次元解析のための亀裂断面モデル

本論文では、実験シリーズ化された亀裂面のフーリエ解析例の数が40にも及ぶもので、その解析作業は膨大であり、解析速度の向上を図るためCooley-Tukey<sup>6)</sup>(1965)のきわめて単純な離散型の高速度フーリエ変換(以下、FFTと略記する)アルゴリズムを採用することにした。その基礎式を(1)式に示す。

$$c_k = \frac{1}{N'} \sum_{j=0}^{N'-1} f z_j e^{-j i k 2\pi / N'} \quad (1)$$

ここに、 $N'$ はサンプリングデータ総数、 $f z_j$ はサンプリング点の $z$ 座標値、 $k$ は周波数指標(0もしくは自然数)である。また、(1)式のフーリエ係数 $c_k$ は(2)式の複素数で記述される。

$$c_k = a_k + i b_k \quad (2)$$

上記のFFT変換アルゴリズムでは、その解析直線方向の入力データ総数 $N'$ が $N'=2^n$ であることが要求されるが、本測定座標データ数は必ずしもこの条件を満たさないため、補間サンプリング点を算出する「FFT変換のための亀裂断面モデル」を構築して、測定原データをCooley-TukeyのFFT解析アルゴリズムに適合させることにする。この亀裂断面モデルについては前報<sup>5)</sup>で詳述済みであるが、同時にそこではFFT1次元解析によって亀裂面形状を追跡する場合、亀裂面全体の材軸からの傾きが、その解析結果に少なからず影響を与えるあることを指摘した。

この亀裂面全体の材軸からの傾きの影響を除くには、図-2のように、全補間サンプリング点に最小自乗法を施して算定される亀裂基準面の傾きとその位置が、測定参照面と一致するように

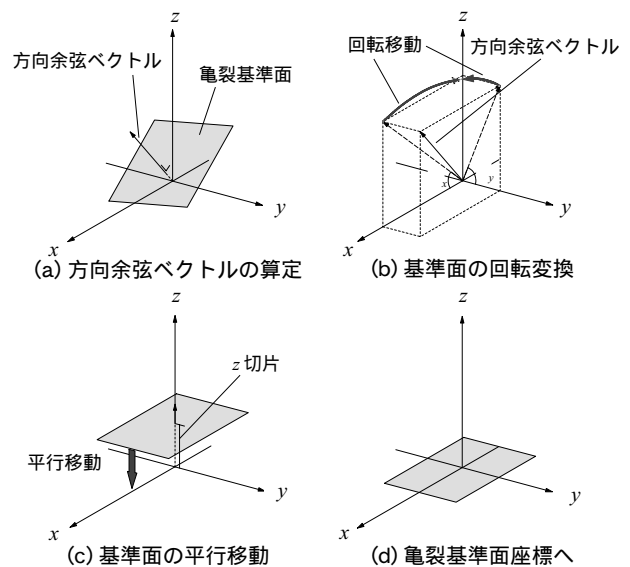


図-2 亀裂基準面による測定座標の変換

測定座標値を回転・移動変換し、新たな亀裂基準面座標系<sup>5)</sup>で記述される「亀裂断面モデル上の回転補間サンプリング点」をFFT解析すれば良いことになる。

## 2.3 亀裂面のフーリエスペクトル強度値分布図の解説

フーリエ変換された亀裂断面プロフィールの形状は、周期・振幅・位相を異にするいくつかの三角関数の合成波として表示されることになる。

このフーリエ変換を亀裂面に適用すると、フーリエ係数 $c_k$ は、図-2の亀裂基準面座標系の回転補間サンプリング点の座標値から(1)式によって導出されるが、係数 $c_k$ が前述のように複素数であるため、このままの形で相互比較することは容易ではない。このため(3)式のように、係数 $c_k$ の絶対値 $F_k$ を算定し各周波数帯における強度値を視覚的に表現することとする。

$$F_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (3)$$

本研究では、コンクリート亀裂面の凹凸形状成分を知るために、上(3)式の強度値 $F_k$ を周波数指標 $k$ の順に従ってヒストグラム表示して、コンクリート亀裂面のフーリエスペクトル強度値分布図(以下、スペクトル図と略称する)を描画するが、その典型例を図-3に掲げる。

この図-3では、横軸に(1)式の周波数指標 $k$ を、縦軸にはスペクトル強度値 $F_k$ を取っており、これらの対応関係をフーリエ解析理論に則して解

積すると、「周波数指標 $k$ であるフーリエ係数(周波数帯) $c_k$ における強度値(振幅)が $F_k$ である」ということである。なお、この図では言うまでもなく、周波数指標 $k$ の値が零に近いほどその波長が長く(周波数は低く)なることを示している。ただここで留意すべきは、図-3のようなスペクトル強度分布表示では、「周波数帯ごとの振幅値が表示されるのみで、結果としてフーリエ係数 $c_k$ に含まれる位相成分は無視されたまま、亀裂面凹凸の激しさの度合いのみが図化されている」ということである。

勿論、著者ら自身「この亀裂面のフーリエ係数が有する位相成分が、無視し難い物理指標であろう」ことは十分に認識している。しかしながら、一般にフーリエ理論による物体形状評価では、その資料としてスペクトル図を用いることで十分とされており<sup>7)</sup>、本論文のこの段階ではフーリエ係数の位相成分については触れずに置くこととする。

次に、周波数指標 $k=0$ 時の最低周波数帯 $c_0$ の形態学的意味について解説を加える。この $c_0$ は亀裂断面モデルの測定参照面からの距離の平均項に過ぎず、つまりは(1)式より算定されるフーリエ係数のうち、実質的にコンクリート亀裂面の形状特性に連繋しているのは $c_l$ 以降のスペクトル分布であり、最低周波数帯 $c_0$ のヒストグラムは参考値として他と区別し、白抜きで表示してある。

なお、スペクトル図の右肩には、先の図-2に示した亀裂基準面の方向余弦ベクトルの傾斜成分 $\psi_x$ と $\psi_y$ と測定参照面から亀裂基準面への距離である $z$ 切片をも記載し添えておいた。

### 3. 種々の応力モード下におけるコンクリート亀裂面の形状特性

これまで著者らが知る限り、著者ら自身が報告した「粗面であるコンクリート亀裂面のフーリエ解析の一例<sup>5)</sup>」の他に亀裂面がフーリエ解析されたことはなく、ましてや同一コンクリートを使用して、応力モードを引張、割裂、曲げ、せん断と系統立て形成された亀裂面がフーリエ解析された例もないようである。

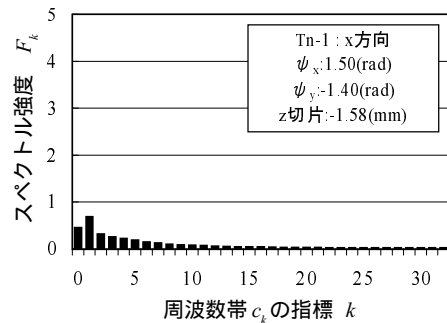


図-3 コンクリート亀裂面のフーリエスペクトル

本節では、引張、割裂、曲げ、せん断の亀裂面に著者らのフーリエ1次元解析手法を適用し、亀裂形成応力モードの相違が亀裂面のフーリエ1次元スペクトル分布に及ぼす影響について若干の検討を加え、その適用性の範囲について考察する。

#### 3.1 本実験の概略と測定・分析・補間条件の設定

表-1に解析対象とした亀裂試験体の一覧を、表-2に打設コンクリートの調合を、そして表-3にその材料性状を掲げ、本実験の詳細については既往の文献<sup>3)</sup>に譲る。

また表-4には、先の引張亀裂面のフーリエ1次元解析結果<sup>5)</sup>から特定された「分解能」と「サンプリング間隔」を記載し、さらに「測定領域」と「補間条件」を追記した。

#### 3.2 コンクリート亀裂面のFFT 1次元解析結果の比較・検討

本項では、亀裂形成応力が等分布に近い引張、これに代替される割裂、鉄筋コンクリート実部材

表-1 コンクリートの亀裂試験体一覧

| 種類  | 試験体記号     | 寸法諸元            | 加力形式               | 測定<br>$x$ 軸方向 | 測定箇所 | 試験体数 |
|-----|-----------|-----------------|--------------------|---------------|------|------|
| 引張  | Tn1 ~ Tn5 | 120 × 120 × 400 | 直引張                | -             | 面中央  | 5    |
| 割裂  | Sp1 ~ Sp5 | 100 × 200       | JISA1113<br>上下載荷板  | 材軸            | 面中央  | 5    |
| 曲げ  | Bn1 ~ Bn5 | 150 × 200 × 700 | JISA1106<br>3等分点載荷 | 加力方向          | 面中央  | 5    |
| せん断 | Sh1 ~ Sh5 | 156 × 262 × 700 | 逆対称2点載荷            | 加力方向          | 面中央  | 5    |

表-2 コンクリートの調合

| 種類   | 呼び強度                 | スランブ   | 骨材最大寸法 |
|------|----------------------|--------|--------|
| 普通   | 30 N/mm <sup>2</sup> | 18 cm  | 20 mm  |
| 骨材種類 | セメント                 | 水セメント比 | 細骨材率   |
| 碎石   | N                    | 48.0%  | 47.7%  |

表-3 コンクリートの材料性状

| 名称     | スランブ    | 圧縮強度                   | 割裂強度                   |
|--------|---------|------------------------|------------------------|
| S18-II | 21.7 cm | 36.2 N/mm <sup>2</sup> | 2.64 N/mm <sup>2</sup> |

表-4 測定・分析・補間条件

| 分解能         | サンプリング間隔 | 測定領域         | 測定サンプリング点数                         | 測定亀裂線数                         |
|-------------|----------|--------------|------------------------------------|--------------------------------|
| 0.125mm/dot | 1.0mm    | 約58mm × 60mm | 58                                 | 61                             |
|             |          |              | 補間サンプリング点数<br>64 (2 <sup>6</sup> ) | 補間亀裂線数<br>64 (2 <sup>6</sup> ) |

で頻繁に観察される曲げそしてせん断モードの順に、亀裂面のフーリエ1次元解析結果を相互に比較する。その解析方向は、測定x軸に平行な「x方向」とy軸方向に平行な「y方向」に設定し、各方向ごとに亀裂断面モデルのフーリエスペクトル値の全相加平均を取って、その方向でのスペクトル強度値と見なし、各応力モードごとに2体のみのフーリエスペクトル図を掲載する。

なお、先の表 - 4 の測定・解析・補間条件から設定される有効フーリエ係数(周波数帯)は $c_1$ から $c_{33}$ に限定され、その表示可能波長の範囲はおよそ60 mmから1.82 mmであることを明記しておく。

また、亀裂面のスペクトル図を用いた形状比較のための記述に際しては、「周波数指標 $k$ 」の代わりに慣用に倣って「周波数帯 $c_k$ 」と略称する。

(a) 引張亀裂面のFFT 1次元解析結果の検討

図 - 4 に引張試験体 $Tn-3$ と $Tn-5$ の1次元フーリエスペクトル強度値の分布図を示す。

先述したように、最低周波数帯のフーリエ係数 $c_0$ は、回転補間サンプリング点が設定される亀裂面モデルの測定参照面までの距離の平均項に過ぎないので、この $F_0$ 分布を除いたスペクトル分布の概形を見ると、周波数帯 $c_1$ に1つの強度ピークを持ち、周波数帯 $c_k$ が大きくなるにつれ、その強度

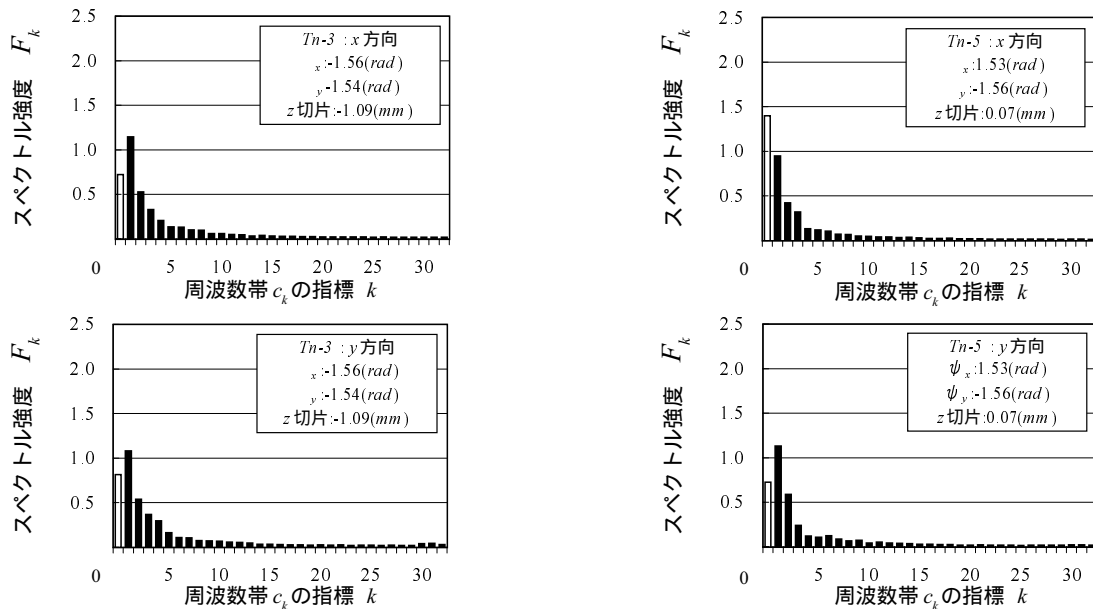


図 - 4 引張亀裂面のフーリエ1次元解析結果

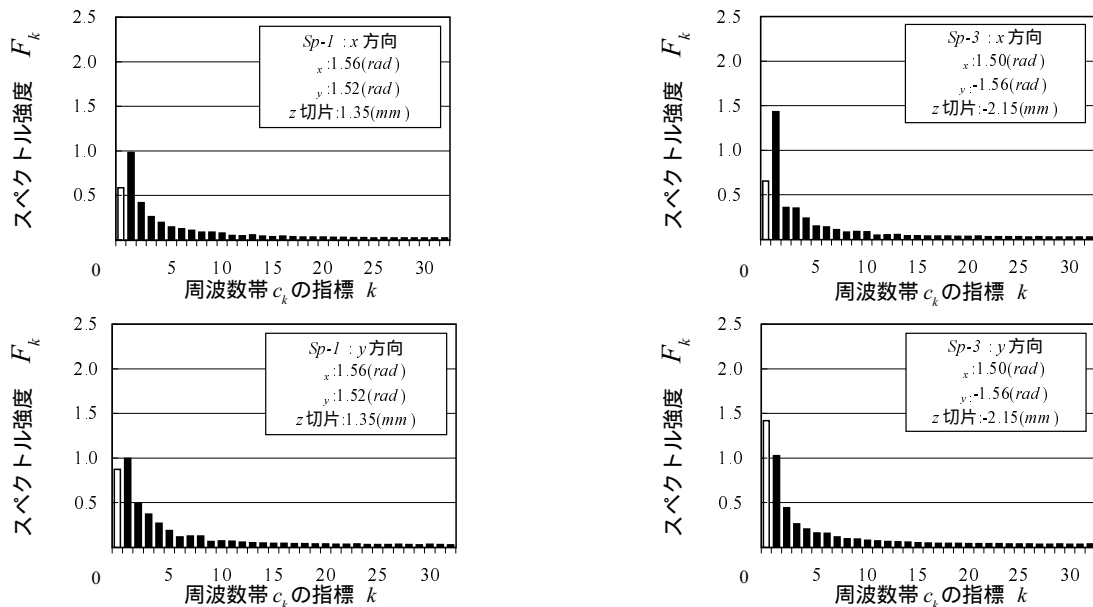


図 - 5 割裂亀裂面のフーリエ1次元解析結果

値を逡減させてゆく「片流れ分布」を呈示している。このスペクトル分布の傾向は、紙幅の都合で非掲載の他の試験体でも同様であった。同時に、周波数帯  $c_j$  の強度値  $F_j$  は概ね 1 であり、 $x$  軸方向と  $y$  軸方向の分布状況を比較してみても、 $Tn-5$  の  $y$  軸方向の低周波成分がやや大き目に評価されているのみで、全引張亀裂試験体をとおして、大略、指向性が小さくて一様な形状分布が解析されている。

(b) 割裂亀裂面の FFT 1 次元解析結果の検討

図 - 5 に割裂材料試験で破断した亀裂試験体  $Sp-1$  と  $Sp-3$  のスペクトル図を示す。

図 - 5 より、割裂亀裂面のスペクトル分布の概形は、引張亀裂面のそれと同様に周波数帯  $c_j$  に 1 つの強度ピークを有する「片流れ分布」であり、その強度のピーク値は 1 前後で、解析方向の違いによる明瞭な差異は識別されていない。この傾向は、 $Sp-1$  と  $Sp-3$  以外の非掲載の 3 体でも同様であり、引張亀裂面のスペクトル分布と比較的よく類似していることが認められる。

(c) 曲げ亀裂面の FFT 1 次元解析結果の検討

図 - 6 に曲げ亀裂面の解析結果からその代表例として  $Bn-3$  と  $Bn-4$  のスペクトル図を示す。この曲げモードでも、低周波領域のスペクト

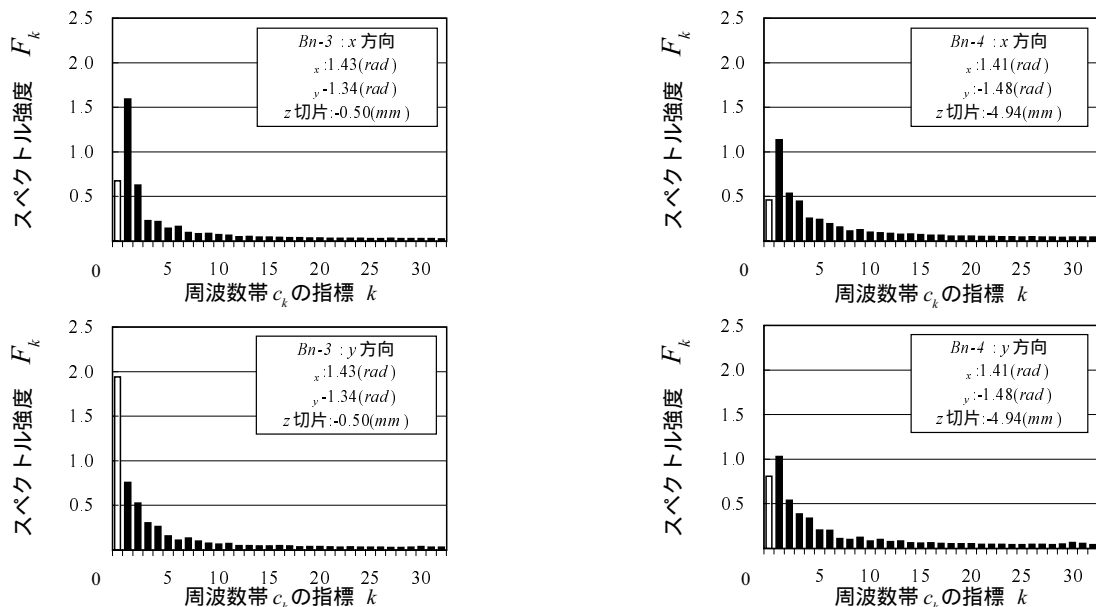


図 - 6 曲げ断亀裂面のフーリエ 1 次元解析結果

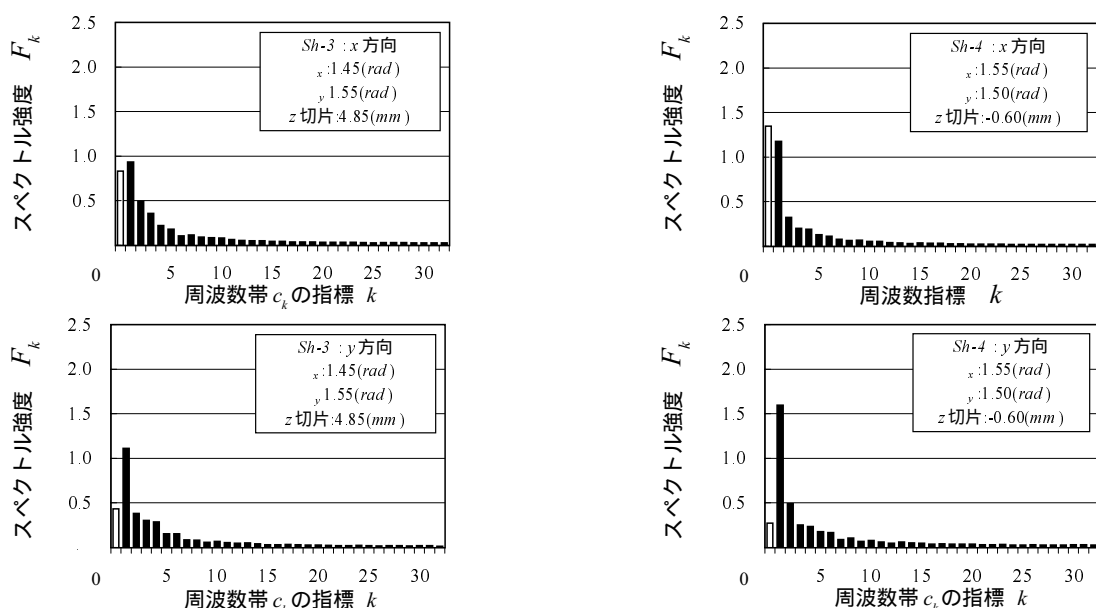


図 - 7 せん断亀裂面のフーリエ 1 次元解析結果

ル強度の卓越傾向(片流れ分布)を読み取ることができ、強度値  $F_k$  のピークは、非掲載の  $Bn-1$  の  $y$  軸方向を除き、他の試験体で周波数帯  $c_j$  に表れており、その値は 1 前後と算定された。

ただし、引張亀裂面と割裂亀裂面の場合とは異なり、曲げモードでは  $x$  軸方向(加力方向)の強度値が僅かばかり  $y$  軸方向のそれよりも高く評価されているようである。

#### (d) せん断亀裂面の FFT 1次元解析結果の検討

図 - 7 にせん断亀裂面  $Sh-3$  と  $Sh-4$  のフーリエスペクトル図を示す。そのスペクトル強度値分布の全般的な様相は、これまでの他の 3 つの応力モード下での傾向と一致を見ているが、 $Sh-4$  の分布に観察されるように、明らかに軸方向(せん断力と直交方向)の強度値  $F_j$  が高く算出されることがあった。この分布傾向は、非掲載の他のせん断亀裂面の解析結果でも確認されており、せん断亀裂面において、加力直交方向の形状変化がやや激しいようである。

上述の亀裂形成応力モードの相違に起因された亀裂面凹凸起伏の激しさの違いの理由を論述するためには、これまでのコンクリート亀裂試験体の載荷・破断実験からの形状測定・分析結果の資料だけでは十分ではなく、コンクリート亀裂形成過程とその機構を知るための新たな実験資料が不可欠であり、このことは継続の研究ステップで明らかにすべき事項であると著者らは考えている。

本論文ではこれまで、引張・割裂・曲げ・せん断の 4 種の応力モード下で形成されたコンクリート亀裂面のフーリエ 1次元解析結果を検証してきたが、一般にフーリエ解析理論を粗面形状分析に適用する何よりの利点は、亀裂面の局所での激しい凹凸変化を、いたづらに平滑化することなく、その粗面形状が標準化されることにあるものと思われる。

少なくとも、本実験・解析の範囲の中で検証を加えてきたコンクリート亀裂面のフーリエ 1次元解析結果は、フーリエ解析理論が汎くコンクリート亀裂面へ適用可能であることをはじめて実証したものである。

#### 4. まとめ

本論文では、前報<sup>5)</sup>で著者らが提案したコンクリート亀裂面のためのフーリエ 1次元解析手法を、その応力モードが引張、割裂、曲げそしてせん断と別個に形成された亀裂面に適用し、この解析結果から描画したフーリエスペクトル図を用いて、応力モードの相違が亀裂面の形状評価に及ぼす影響について若干の検討を加えた。

得られた結果を要約すると以下のようである。

- 1) コンクリート亀裂面のスペクトル 1次元分布は、全般に低周波数帯の強度値(振幅)が卓越し、その周波数が高くなるほど強度値が遞減してゆく「片流れ分布形」を呈示した。
- 2) 引張亀裂面と割裂亀裂面のスペクトル分布はよく類似しており、その指向性も乏しいが、曲げ亀裂面では加力方向で、せん断亀裂面では加力直交方向で強度値がやや大きくなる傾向を示した。

さらに、本解析で得られたコンクリート亀裂面のフーリエスペクトル分布を逆変換すれば、亀裂面の標準形状が算定されるが、この変換を行うには「各周波数帯でのフーリエ係数の位相成分」を評価せざるを得ず、この点については稿を改めて報告し、さらには亀裂形成過程・機構を明らかにする実験検証を行いたいと考えている。

#### 参考文献

- 1) 和田俊良、佐藤龍司、石川千温、上田正生：レーザビーム光線による亀裂面形状測定手法の開発とデータの 2次元分析手法の提案 - コンクリート亀裂面の形状特性に関する基礎的研究(その 1) -、日本建築学会構造系論文集、第 490号、1996.12.
- 2) 和田俊良、佐藤龍司、石川千温、上田正生：レーザビーム光線を用いて測定したコンクリート亀裂面画像データの 3次元分析手法の提案 - コンクリート亀裂面の形状特性分析に関する基礎的研究(その 3) -、日本建築学会構造系論文集、第 524号、1999.10.
- 3) 和田俊良、佐藤龍司、石川千温、上田正生：種々の応力モード下におけるコンクリート亀裂面の 2次元形状分析 - コンクリート亀裂面の形状特性に関する基礎的研究(その 2) -、日本建築学会構造系論文集、第 524号、1999.10.
- 4) 和田俊良、佐藤龍司、石川千温、上田正生：種々の応力モード下におけるコンクリート亀裂面の 3次元形状分析 - コンクリート亀裂面の形状特性分析に関する基礎的研究(その 4) -、日本建築学会構造系論文集、第 534号、2000.8.
- 5) R.Sato, T.Wada, R.Sato and M.Ueda: Fast Fourier One-dimensional analysis of concrete crack surface, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings FRAMCOS-4, de Brost et al(eds) c 2001 Swets Zeitlinger, Lisse, ISBN 90 2651 825 0, 2000.
- 6) Kurt Meyberg, Peter Vachenauer 著、及川正行 訳：工科系の数学 -7-, サイエンス社、1998, 12.
- 7) 香取慶一、林静雄、楨谷貴光、牛垣和正：コンクリート接合面の粗さを用いた接合面せん断耐力の推定とすべり変位挙動 - プレキャスト接合部のせん断挙動に関する研究 -、日本建築学会構造系論文集、第 507号、1998.5.