

論文 座屈を考慮した鉄筋の繰り返し履歴モデル

田上 和也^{*1}・中村 光^{*2}・斉藤 成彦^{*3}・檜貝 勇^{*4}

要旨：繰り返し応力を受ける鉄筋単体の座屈挙動を、実験ならびにファイバーモデルを用いた有限変形理論に基づく有限要素解析により検討した。解析結果に基づき、座屈後再引張時の経路に生じる Bi-Linear 挙動やピンチング挙動を多直線でモデル化した。さらに、著者等が提案した圧縮応力下における鉄筋の座屈挙動モデルを組み合わせることで、任意の応力履歴下の座屈した鉄筋単体の一軸応力-平均ひずみ関係を提案した。

キーワード：座屈，繰り返し履歴，有限変形理論，有限要素解析

1. はじめに

曲げ破壊卓越型の RC 部材の正負繰り返し載荷実験¹⁾を行うと、かぶりの剥落、軸方向鉄筋の座屈が生じることで耐力が低下し、終局状態を迎える。したがって、そのような挙動を示す RC 構造物の終局時に至るまでの耐震性能を精度よく評価するには、軸方向鉄筋の座屈挙動を明らかにすることが必要となる。特に、耐震性能の予測を解析的に行うためには、地震荷重を想定した任意の繰り返し応力下に適用可能な鉄筋の座屈モデルが要求される。

著者等は、座屈が生じた鉄筋の応力-平均ひずみ関係のうち、圧縮応力下の座屈挙動を再現できるモデルを提案した²⁾。一方、座屈後再引張時の経路は、ピンチング現象などの複雑な挙動を示すため、必ずしも精度のよいモデルは提案されていないのが現状である。しかしながら、RC 部材の繰り返し履歴挙動は、軸方向鉄筋の座屈後再引張時の挙動にかなり影響を受けるため、できるだけその挙動を正確にモデル化することが望ましいと考えられる。

そこで、本研究では、繰り返し応力を受ける鉄筋の座屈挙動の検討を、実験ならびにファイバーモデルを用いた有限変形理論に基づく有限要素解析³⁾により行い、解析結果に基づき、座

屈後再引張時の経路をモデル化するとともに、任意の繰り返し応力を受ける座屈した鉄筋単体の一軸応力-平均ひずみ関係を提案した。

2. 座屈した鉄筋の繰り返し挙動

本研究の目的は、解析的に鉄筋の座屈挙動の評価を行い、解析結果に基づいて繰り返し応力を受ける鉄筋単体の座屈挙動のモデル化を行うことである。そこで、実験より得られた座屈した鉄筋の繰り返し挙動を概観するとともに、実験結果との比較により解析手法の適用性の検証を行う。

実験は、鉄筋の両端を油圧チャックで固定し、両端固定条件のもと、端部に強制変位を与えることで行った。これは、RC 部材内の軸方向鉄筋の座屈は、帯鉄筋を節とした変形モードで生じるため、そのような変形モードは両端固定条件に近いと考えたためである。鉄筋の座屈挙動の解析は、鉄筋をはり要素でモデル化し有限変形理論に基づく有限要素解析により行った。ここで、はり要素は、2 節点 12 自由度を有する 3 次元要素としファイバーモデルにより材料非線形性を考慮した。各ファイバーに用いる鉄筋の応力-ひずみ関係は、福浦・前川モデル⁴⁾を用いた。図-1 に福浦・前川モデルより得られる

*1 山梨大学大学院 工学研究科土木環境工学専攻 (正会員)

*2 山梨大学助教授 工学部土木環境工学科 博(工) (正会員)

*3 山梨大学助手 工学部土木環境工学科 博(工) (正会員)

*4 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 工博 (正会員)

応力-ひずみ関係の一例を示す。解析モデルは、実験の境界条件を考慮し、両端固定条件とし端部の軸方向変位を制御することで行った。また、座屈を生じさせるために、鉄筋の軸方向中心位置に初期不整量として微小な水平力を与えた。実験ならびに解析についての詳細は参考文献[2]を参照されたい。

図-2にD19鉄筋($f_y=341\text{MPa}$)を用いた場合の応力-平均ひずみ関係の実験値と解析値の比較を示す。図中、実線が解析値、点線が実験値であり、(a)ならびに(b)は λ (細長比)=72(固定長 18ϕ)、 $\lambda=24$ (固定長 6ϕ)の条件のもとで正負漸増繰り返し载荷した場合、(c)は $\lambda=72$ (固定長 18ϕ)において、経験したひずみを越えないように漸減繰り返し载荷した場合の結果である。

実験結果によれば、細長比が比較的大きい(a) $\lambda=72$ (固定長 18ϕ)において引張降伏後に除荷され圧縮変形を受ける鉄筋は、弾性で挙動したのち、ほぼ降伏応力で座屈が生じる。座屈後は、急激に応力が低下したのち、次第に応力の

低下が緩やかになり、平均引張ひずみ量によらずほぼ一定の値(残存応力: σ_r)に近づく。一方、座屈後再引張時の挙動は、座屈後の応力低下が大きいほど変位反転後の剛性が低下するとともに、Bi-Linear挙動からピンチング挙動に変化する非常に複雑な挙動を示しながら、過去に経験した最大応力に近づく傾向を示す。細長比が比較的小さい(b) $\lambda=24$ (固定長 6ϕ)の場合においては、全体的な挙動はほぼ同様であるが、塑性硬化域で座屈が生じる塑性座屈となる。また、応力低下は、細長比が比較的大きい場合と比べるとあまり顕著ではない。(c) $\lambda=72$ (固定長 18ϕ)に示す漸減繰り返し载荷した場合には、再圧縮時、再引張時ともに1サイクル目の座屈挙動に漸近する挙動を示す。再引張時の剛性は、平均ひずみが増加するほど大きくなる挙動を示す。

このような挙動に対し解析結果は、座屈挙動、座屈後の応力低下量の増加に伴いBi-Linear挙動やピンチング挙動に変化する再引張時の挙動、繰り返しによる等方硬化や内部履歴といった複雑な挙動をよく捉えている。

したがって、本解析手法により、繰り返し応力を受ける鉄筋の座屈挙動を十分な精度で評価可能であると言える。

3. 繰り返し履歴モデル

前章で示した座屈した鉄筋の繰り返し挙動によれば、その挙動をモデル化するには、細長比によって異なる圧縮応力下の挙動、座屈の影響が顕著になるにつれてBi-Linear挙動からピン

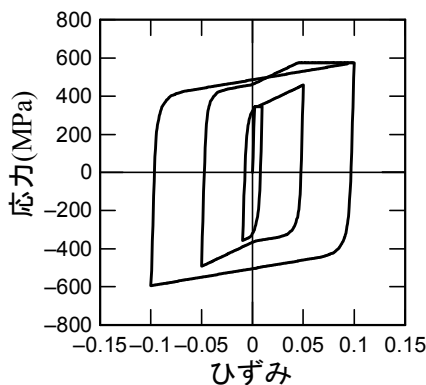


図-1 鉄筋の応力-ひずみ関係

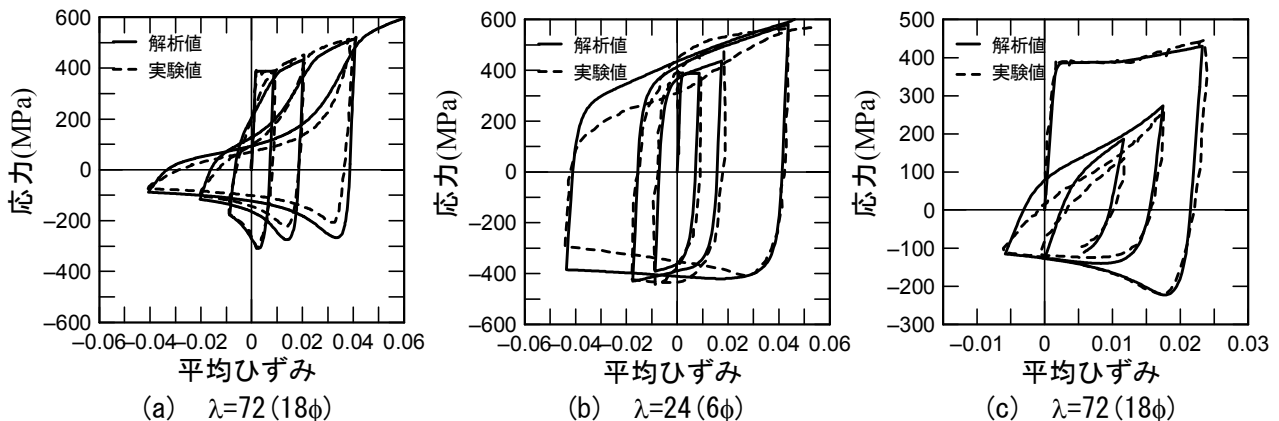


図-2 正負漸増・漸減繰り返し载荷した鉄筋の応力-平均ひずみ関係

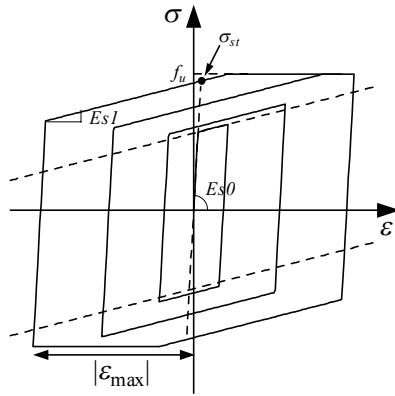
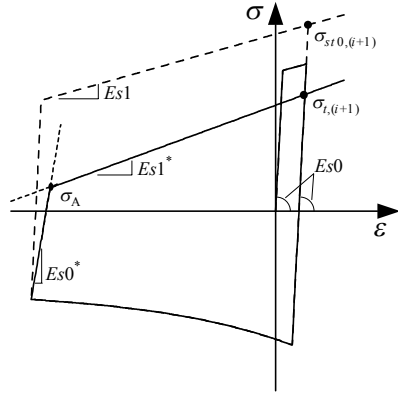
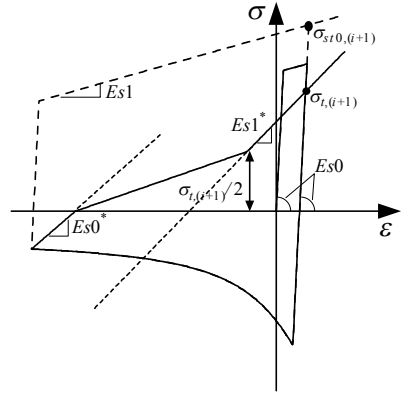


図-3 Tri-Linear モデル



(a) Bi-Linear 型



(b) ピンチング型

図-4 再引張経路のモデル

チング挙動に変化する座屈後再引張時の挙動等をモデル化する必要があると考えられる。

そこで本章では、圧縮応力下の挙動のモデル化には、著者等の提案したモデル²⁾について触れ、その概要を略述するとともに、今回モデル化を行った座屈後再引張時の経路について説明する。なお、モデル化は、解析値を用いて行うが、解析は、細長比、ひずみレベル、繰り返し履歴をパラメトリックに変化させて行った。

3.1 座屈を生じない場合の応力-ひずみ関係

解析において鉄筋の応力-ひずみ関係は、福浦・前川モデルを用いたが、座屈した鉄筋の応力-ひずみ関係をモデル化するにあたり、簡便性を考慮し鉄筋の応力-ひずみ関係として、Tri-Linear モデルを基本とすることにした。そこで、図-1 に示す福浦・前川モデルにより得られる鉄筋の応力-ひずみ関係を参考にして、図-3 に示すような等方硬化ならびに移動硬化を考慮した鉄筋の応力-ひずみ関係をモデル化した。このモデルは、引張強さ f_u を有した Tri-Linear モデルで、Filippou 等⁵⁾が提案した次式により、図中破線で示す初期降伏漸近線を σ_{st} を通る漸近線に変化させたものである。

$$\frac{\sigma_{st}}{f_y} = \alpha_3 \left(\frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_y} - \alpha_4 \right) \quad (1)$$

ここで、 ε_{\max} : 除荷点における最大ひずみの絶対値、 ε_y : 降伏ひずみ、 f_y : 降伏応力、 α_3 、 α_4 : 実験的に決定したパラメータで、解析結果に基

づいて、 $\alpha_3=0.02$ 、 $\alpha_4=-45.0$ とした。

3.2 圧縮応力下における挙動のモデル化

圧縮応力下における挙動をモデル化するためには、座屈応力を算定し、細長比毎に異なる座屈後の応力低下挙動を適切に表す必要がある。そのような挙動を表すモデルとして、著者等は次式に示す座屈後の応力-平均ひずみ関係を提案している²⁾。

$$\varepsilon = \frac{40}{\lambda^2} \left(\frac{\beta\sigma_b - \sigma_r}{\sigma - \sigma_r} - \frac{\sigma - \sigma_r}{\beta\sigma_b - \sigma_r} \right) + \varepsilon_b \quad (2)$$

ここで、 ε_b : 座屈開始時の平均ひずみ、 λ : 細長比、 σ_b : 座屈応力(MPa)、 σ_r : 残存応力(MPa)、 β : 初期不整の影響を表す係数($\beta \leq 1.0$)である。

式(2)は、細長比ごとに異なる座屈応力(σ_b)と残存応力(σ_r)を用いて、座屈後の圧縮応力下における挙動を表すものである。式(2)に必要とされる座屈応力(σ_b)は、細長比により弾性座屈の場合はオイラーの理論式、塑性座屈の場合は降伏応力ならびにエンゲッサ・カルマンの理論式を用いて理論的に決定することができる。また、残存応力(σ_r)は、細長比と降伏応力によって変化させる次式を提案している。

$$\sigma_r = \frac{8000\sqrt{f_y}}{\lambda^2} \quad (3)$$

ここで、 λ : 細長比、 f_y : 降伏応力(MPa)である。

3.3 座屈後の再引張経路のモデル化

座屈後再引張時の経路は、座屈の影響が顕著でない場合は、Bi-Linear 挙動を示し、顕著にな

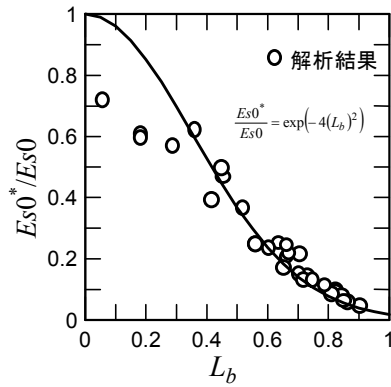


図-5 座屈曲線からの除荷剛性 ($Es0^*$)

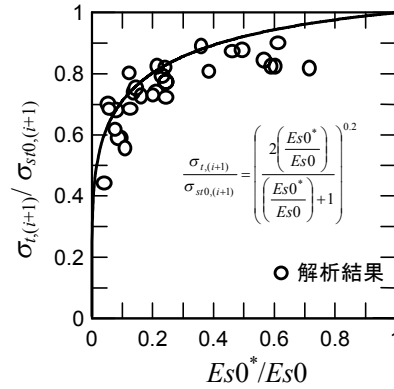


図-6 引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$)

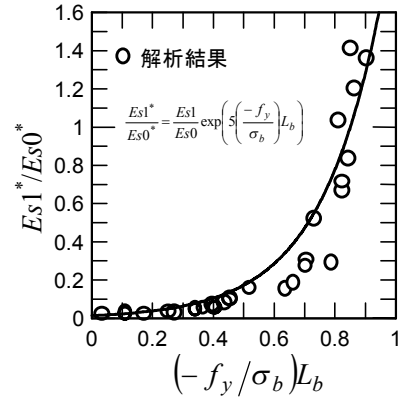


図-7 引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) 時での剛性 ($Es1^*$)

るにつれ、ピンチング挙動に変化するとともに、引張復元力は、過去に経験した最大引張応力よりも低下する挙動を示す。そこで、図-4 に示すようにこのような挙動を多直線でモデル化することとし、多直線を適切に表すために、座屈曲線からの除荷剛性 $Es0^*$ 、引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) ならびに引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) 時の剛性 $Es1^*$ をモデル化することとした。

(1) 座屈曲線からの除荷剛性 $Es0^*$

座屈曲線からの除荷剛性 $Es0^*$ は、座屈の影響が顕著になるにつれて初期剛性 $Es0$ より低下する挙動を示すことから、座屈の影響の程度と剛性 $Es0^*$ の関係を検討した。座屈の影響の程度は、座屈後平均圧縮ひずみが増加するに従い、応力が低下することにより顕著になってくる。そこで、応力が座屈応力 (σ_b) から残存応力 (σ_r) に達するまで低下することを考えて、座屈の影響の程度を座屈応力 (σ_b) と残存応力 (σ_r) を用いた次式で表した。

$$L_b = \frac{\sigma_b - \sigma}{\sigma_b - \sigma_r} \quad (4)$$

ここで、 L_b : 座屈の影響度 ($0 \leq L_b \leq 1$) である。

図-5 に初期剛性 $Es0$ と剛性 $Es0^*$ の比と L_b の関係を○印で示す。これらの解析結果を補間して次式で剛性 $Es0^*$ をモデル化した。

$$\frac{Es0^*}{Es0} = \exp(-4(L_b)^2) \quad (5)$$

なお、モデル化にあたっては、剛性 $Es0^*$ は、

座屈が生じない場合は初期剛性 $Es0$ と一致し、座屈の影響度が大きくなるにつれ、零に漸近すると仮定した。

(2) 引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$)

座屈後の引張復元力は、過去に経験した最大応力より低下する挙動を示し、低下量は、座屈の影響度が大きいほど大きくなるのが解析により明らかになった。ただし、引張復元力の大きさは、繰り返し荷重を受ける場合には、等方硬化による増加と座屈による低下の両者を含んだ結果として決定されるものである。そこで、引張復元力の値を、図-4 の破線で示した座屈が生じない場合の等方硬化による応力増加を考慮した値 ($\sigma_{st0,(i+1)}$) からの低下量として定義することとした。図-6 に、座屈の影響と関係する剛性 $Es0^*$ と等方硬化を考慮した座屈が生じない場合の引張復元力 ($\sigma_{st0,(i+1)}$) の関係を示す。これらの結果を補間して、次式のように引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) をモデル化した。

$$\frac{\sigma_{t,(i+1)}}{\sigma_{st0,(i+1)}} = \left(\frac{2 \left(\frac{Es0^*}{Es0} \right)}{\left(\frac{Es0^*}{Es0} \right) + 1} \right)^{0.2} \quad (6)$$

(3) 引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) 時の剛性 $Es1^*$

引張復元力 ($\sigma_{t,(i+1)}$) 時の剛性 $Es1^*$ は、座屈の影響度が小さい場合は、図-4 (a) に示すように Bi-Linear 型に近くなるため、降伏後の剛性 $Es1$ に近くなる。一方、座屈の影響が大きい場合に

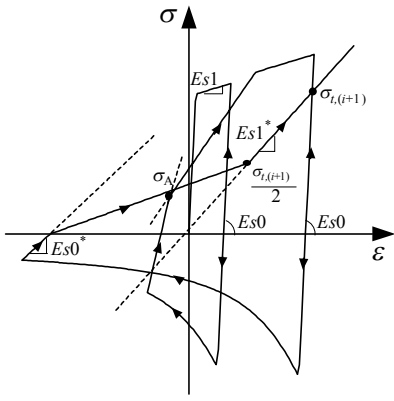


図-8 繰り返し履歴モデル

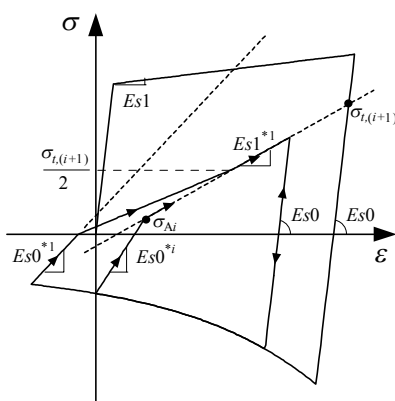


図-9 漸減繰り返し履歴モデル

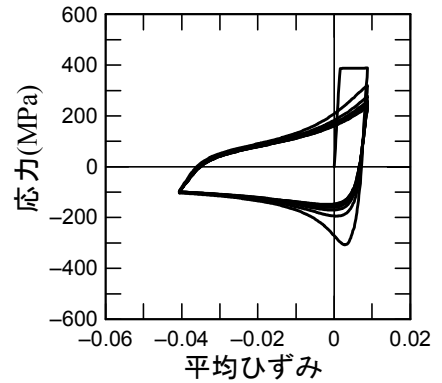


図-10 定変位繰り返し载荷挙動

は、図-4 (b) に示すようにピンチング型の挙動を示すため、初期剛性 E_{s0} に近くなり、降伏後の剛性 E_{s1} より大きくなる。解析結果の検討から、図-7 に示すような関係を用いることで、細長比や座屈の程度が異なる場合でも剛性 E_{s1}^* を統一的に評価できることが分かり、次式で引張復元力 ($\sigma_{t(i+1)}$) 時の剛性 E_{s1}^* をモデル化した。

$$\frac{E_{s1}^*}{E_{s0}^*} = \frac{E_{s1}}{E_{s0}} \exp\left[5\left(\frac{-f_y}{\sigma_b}\right)L_b\right] \quad (7)$$

(4) 座屈後の再引張経路のモデル化

式(5)から式(7)の関係を用いると、図-4 に示すように剛性 E_{s0}^* 、剛性 E_{s1}^* で表される2直線が与えられる。ここで、2直線が交わる時の応力 σ_A が ($0 \leq \sigma_A \leq \sigma_{t(i+1)}$) の時(図-4 (a))は、その2直線を用いた Bi-Linear モデルとした。一方、 σ_A が ($\sigma_A \leq 0, \sigma_{t(i+1)} \leq \sigma_A$) の時(図-4 (b))は、ピンチングモデルとし、座屈曲線から剛性 E_{s0}^* で除荷され、応力が正になると剛性 E_{s1}^* を持つ直線の $\sigma_{t(i+1)}/2$ の応力点まで直線的に応力が増加し、その後、剛性 E_{s1}^* を持つ直線で $\sigma_{t(i+1)}$ に向かい増加していく3直線でモデル化した。

3.4 繰り返し履歴モデルの提案

以上の検討結果をふまえて、図-8 に座屈した鉄筋の繰り返し履歴モデルを示す。提案したモデルは、座屈が生じない場合は、Filippou 等が提案した式(1)を用いて初期降伏漸近線を移動させ、等方硬化と移動硬化を考慮した Tri-Linear モデルとした。座屈を考慮する場合は、座屈応力 (σ_b) をオイラーの理論式、エンゲッ

サ・カルマンの理論式、降伏応力を用いて理論式により決定する。座屈後の圧縮応力下における挙動は、細長比の関数として式(2)を用いて表され、残存応力 (σ_r) まで応力が低下する。座屈後再引張時の経路は、式(5)から式(7)を用いて表される2直線が交わる時の応力 σ_A により Bi-Linear モデルあるいはピンチングモデルで表され、それぞれ引張復元力 ($\sigma_{t(i+1)}$) へ向かうとした。

漸減繰り返し载荷のように、包絡線内で繰り返しを受ける場合の挙動は、図-9 に示すように、包絡線内の座屈曲線からの除荷剛性 E_{s0}^{*i} を持つ直線を式(5)から求め、剛性 E_{s1}^{*1} を持つ直線との交点 σ_{Ai} より、Bi-Linear モデルあるいはピンチングモデルで表され、包絡線に漸近する挙動を表した。

定変位繰り返し载荷の場合は、図-10 に示す $\lambda=72$ の場合における解析結果のように、繰り返しを行うごとに、座屈応力ならびに引張復元力が低下する挙動を示す。繰り返しによる応力低下量を検討した結果、引張と圧縮の応力低下量は、ほぼ等しくなったことから、繰り返し毎に引張復元力の低下量だけ座屈応力が低下すると仮定した²⁾。

以上のルールを組み合わせることで地震荷重のような任意の繰り返し履歴にも適用可能とした。

4. 提案モデルと解析値の比較

3.4 節で提案したモデルと解析により得られ

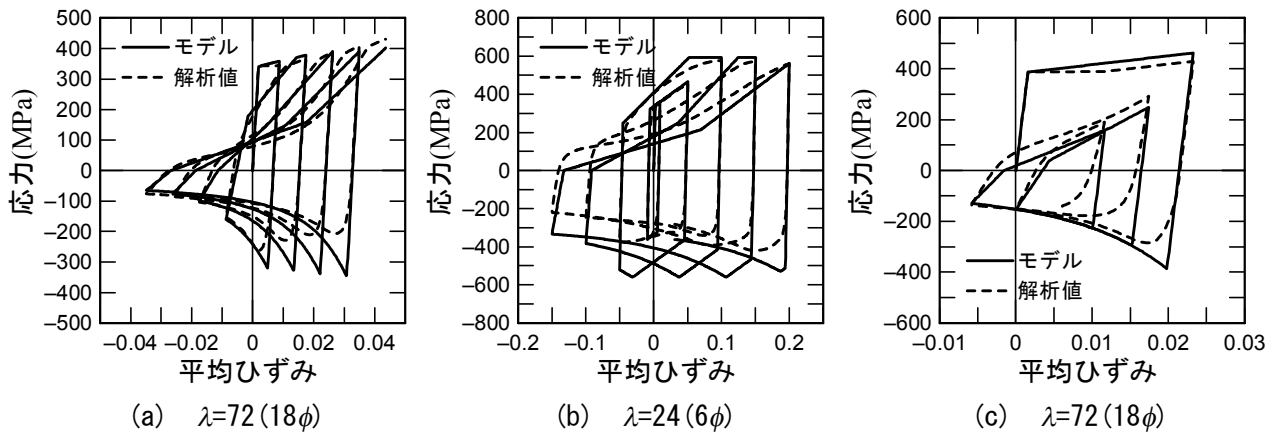


図-11 繰り返し履歴モデルとの比較

た応力-平均ひずみ関係を比較した。

図-11 に正負漸増繰り返し载荷に対し、(a) $\lambda=72$ (固定長 18ϕ)、(b) $\lambda=24$ (固定長 6ϕ)、漸減繰り返し载荷に対し、(c) $\lambda=72$ (固定長 18ϕ)における応力-平均ひずみ関係を示す。図中、実線が提案モデルを、点線が解析値を示す。

図によれば、提案モデルは、圧縮応力下の座屈後の挙動、Bi-Linear 挙動からピンチング挙動に変化する座屈後再引張時の挙動、等方硬化の影響、内部履歴を捉えており、どの場合に対しても全体的な挙動を概ね再現できていることが確認できる。

したがって、今回提案したモデルを用いれば、地震荷重のような任意の繰り返し履歴を受ける場合でも座屈した鉄筋の履歴挙動を評価することができる。

5. まとめ

本研究では、鉄筋をはり要素でモデル化した有限変形理論に基づく有限要素解析により、繰り返し応力を受ける鉄筋単体の挙動を検討し、解析結果に基づき、任意の応力履歴下の座屈した鉄筋単体の一軸応力-平均ひずみ関係を提案した。提案したモデルは、比較的簡便な形式で表され、圧縮応力下の座屈挙動、座屈後再引張時の挙動、任意履歴下の挙動を適切に評価できるものである。

参考文献

- 1) 例えば、星隈順一、運上茂樹、川島一彦、長屋和宏：载荷繰り返し特性と塑性曲率分布に着目した曲げ破壊型鉄筋コンクリート橋脚の塑性変形性能とその評価法，構造工学論文集，Vol.44A，pp.877-888，1998
- 2) 田上和也，中村光，斉藤成彦，檜貝勇：繰り返し荷重を受ける鉄筋の座屈モデルに関する研究，構造工学論文集，Vol.47A，pp.725-734，2001
- 3) 中村光：コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究，名古屋大学学位論文，1992
- 4) 福浦尚之，前川宏一，：RC 非線形解析に用いる鉄筋の繰り返し履歴モデル，土木学会論文集，No.564/V-35，pp.291-295，1997
- 5) Filippou, F.C. et al : Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints, Earthquake Engineering Research Center, Report No. EERC 83-19, University of California, Berkeley