

論文 軸方向鉄筋の非弾性座屈解析に基づく単柱式RC橋脚の終局変位算定法

内藤 英樹^{*1}・秋山 充良^{*2}・鈴木 基行^{*3}

要旨：RC矩形断面を対象に，軸方向鉄筋の座屈発生時に対応する断面曲率をかぶりコンクリートと帯鉄筋の拘束を考慮した上で簡易的に導出できる手法を提示した。また，これに対応した塑性ヒンジ長を基にする曲率分布を組み合わせることで，道路橋示方書の終局変位算定法と同様の計算により，RC橋脚の座屈発生点に対応した終局変位が算定される。そして，既往の正負交番載荷実験との比較により，提案手法は，広範な断面諸元を有するRC柱のかぶりコンクリート剥落時や軸方向鉄筋の座屈発生時変位を精度良く評価できることを確認した。

キーワード：非弾性座屈解析，RC橋脚，終局曲率，塑性ヒンジ長，終局変位

1. はじめに

道路橋示方書¹⁾では，断面内の平面保持を仮定した軸力との釣合い計算(以下，断面解析)から終局曲率を算定し，その終局曲率が生じるとみなせる塑性ヒンジ区間を基に仮定した橋脚高さ方向の曲率分布から終局変位を算定している。このような算定手法は，ラーメン構造などの不静定構造物への適用も可能であり，現在，RC構造の耐震設計に広く用いられている。しかし，道路橋示方書に従い算定される終局変位は，正負交番載荷実験との比較から，かぶりコンクリートが剥落し，軸方向鉄筋が座屈する変位に概ね対応することが確認されているが，断面解析時に用いる終局ひずみは，RC柱の一軸圧縮実験を基に定めているなど，その終局曲率の計算過程には力学的根拠に乏しい仮定が含まれる。

そこで，本研究では，RC矩形断面を対象に，軸方向鉄筋の座屈発生時に対応する断面曲率の算定法を体系化した。また，RC柱の高さ方向の曲率分布を塑性ヒンジ長を基に仮定することで，現行の道路橋示方書に示される終局変位算定法と同様の計算により，座屈発生時変位を算定し，既往の正負交番載荷実験との比較から，その精度を検証した。

2. 座屈解析モデル

2.1 非弾性座屈理論

正負交番載荷を受けるRC柱は，単調載荷を受ける場合に比べ，軸方向鉄筋の座屈が早期に生じる。これは，正負交番載荷では，軸方向鉄筋が引張側に塑性化した後に圧縮に転じることにより，パウシンガー効果による剛性低下が生じるため，座屈が早期に発生すると考えられる。そこで，本研究では，Papira²⁾の非弾性座屈理論により，このような塑性化の影響を考慮した軸方向鉄筋の座屈解析を行い，その座屈発生点(オイラー座屈点)を求めることにした。

非弾性座屈理論の妥当性を，田上ら³⁾により行われた鉄筋単体の一軸の正負繰返し載荷実験との比較により確認する。なお，解析では，載荷毎に十分な引張載荷が行われていることを考慮し，各圧縮載荷開始点においては，軸方向鉄筋の初期たわみは無視できるものとした。また，ここでは，座屈発生点の精度検証を目的とするため，座屈後の応力低下は田上ら³⁾が提案した応力低下曲線を用い，さらに引張への折り返し載荷は簡易的に直線で過去の最大引張点を目指すものとした。その他の履歴則は，通常のMenegotto-Pintoモデルにより評価した。

*1 東北大学 大学院工学研究科土木工学専攻 修(工) (正会員)

*2 東北大学講師 大学院工学研究科土木工学専攻 博(工) (正会員)

*3 東北大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

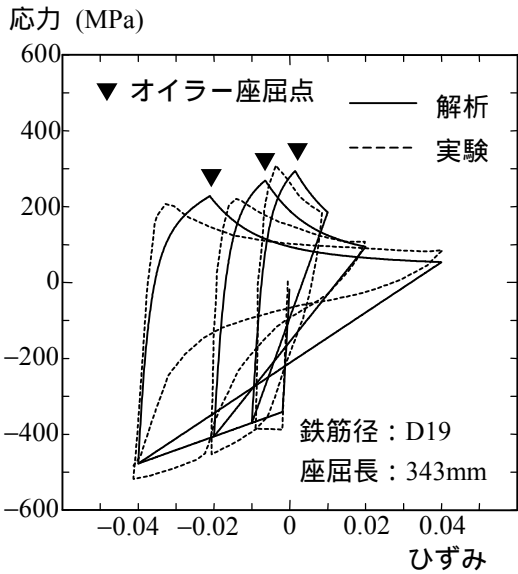


図 - 1 非弾性座屈理論の妥当性の検証

田上らの正負繰返し載荷実験と解析より得られた応力 - ひずみ関係の比較を図 - 1に示す。解析は、実験時に生じたバウシinger効果を過大に評価しているため、座屈発生ひずみに違いが見られるが、座屈発生応力は実験結果と概ね対応している。このように、非弾性座屈理論により、バウシinger効果による剛性の変化を考慮した軸方向鉄筋の座屈発生点を評価できることが確認される。

2.2 かぶりコンクリートと帯鉄筋の拘束を考慮した軸方向鉄筋の座屈発生点

RC柱においては、かぶりコンクリートと帯鉄筋が軸方向鉄筋の座屈を抑制することから、オイラー座屈点での鉄筋のはらみ出しは生じない。加藤・金谷⁴⁾は、かぶりコンクリートのないRC柱の一軸圧縮実験から、帯鉄筋の拘束力を集中荷重 Q_w によりモデル化し、拘束効果を定式化している。本研究では、この加藤・金谷のモデルに、かぶりコンクリートの拘束力 R_c を図 - 2に示す等分布荷重 q_c をもとに付加した。このとき、オイラー座屈点以降の軸方向鉄筋の応力 σ_k とはらみ出しによる軸ひずみの増分 ε_k の関係を与える図 - 3の曲線2は、式(1)~(4)により定めることができる。

$$\sigma_k = \frac{2(D/S)\sigma_m}{3N_B a_x \sqrt{\varepsilon_k} + 2(D/S)} g(N_B) \quad (1)$$

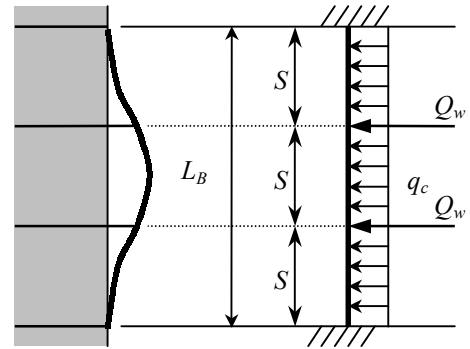


図 - 2 拘束効果のモデル化

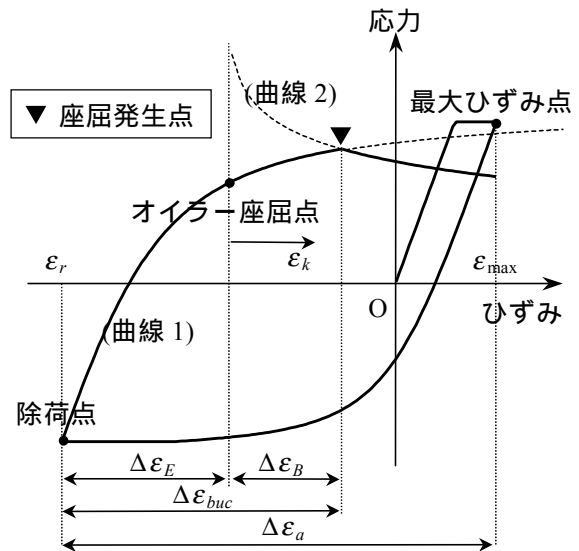


図 - 3 拘束を考慮した座屈発生点

$$g(N_B) = 1 + \frac{a_x \pi N_B}{16(D/S)N_p} \{R_w + R_c\} \quad (2)$$

$$R_w = Q_w f(N_B) \quad , \quad R_c = q_c N_B S \quad (3)$$

$$f(N_B) = \begin{cases} (N_B^2 - 1)/N_B & (N_B : \text{奇数}) \\ (N_B^2 + 2)/N_B & (N_B : \text{偶数}) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 S は帯鉄筋間隔、 N_B は鉄筋がはらみ出す帯鉄筋区間(以下、座屈区間)である(図 - 2は $N_B = 3$ の例)。 D は軸方向鉄筋径、 σ_m は鉄筋の引張強度、 N_p は全塑性限界軸力で鉄筋断面積 A_r を用いて $A_r \sigma_m$ により算定される。 a_x は鉄筋に作用する軸力が $0.5N_p$ 以上のとき0.65と近似される。また、帯鉄筋の拘束力 Q_w は $a_{we} \sigma_{wy} / N$ で算定され、 N は一辺における軸方向鉄筋の本数、 σ_{wy} は帯鉄筋の降伏応力、 a_{we} は有効横拘束筋断面積⁵⁾である。また、軸方向鉄筋の座屈に対するかぶりコンクリートの拘束力となる図 - 2の等分布荷重 q_c は、かぶり厚さ、鉄筋径およびコ

ンクリート引張強度($\propto \sigma_c^{2/3}$, σ_c : コンクリート圧縮強度)に比例して大きくなることを考慮し⁶⁾, 式(5)で算定した。

$$q_c = kd_1 \beta D \sigma_c^{2/3} \quad (5)$$

ここで, d_1 はコンクリートの圧縮縁から圧縮鉄筋の中心位置までの最短距離, k は後述する朝津ら⁶⁾および星隈ら⁷⁾の正負交番載荷実験から0.03と同定した。また, β は, 過去に経験した圧縮履歴の影響による引張強度の低減を考慮する係数であり, 村山らの研究⁸⁾を参考に式(6)で評価した。

$$\beta = \begin{cases} 1 - 0.75 \varepsilon_{\max} / \varepsilon_c & (\varepsilon_{\max} \leq \varepsilon_c) \\ 0.25 & (\varepsilon_{\max} \geq \varepsilon_c) \end{cases} \quad (6)$$

ここで, ε_{\max} は, 最外縁圧縮鉄筋位置でのひずみであり, ε_c はかぶりコンクリートの最大強度時のひずみである。

結果として, かぶりコンクリートと帯鉄筋の拘束を考慮した軸方向鉄筋の座屈発生点は, 図-3に示されるように曲線1と曲線2の交点で与えられる。なお, 提示した座屈モデルでは, 座屈長 $L_B (= S \times N_B)$ の算定が軸方向鉄筋の塑性化や引張強度の低減係数 β に依存するため, 予め N_B は与えられない。そのため, 塑性ヒンジ長 L_p で可能な座屈区間($1 \leq N_B \leq L_p / S$)全てに対して座屈解析を行い, 最も早期に座屈が生じるものを検討する必要がある。塑性ヒンジ長 L_p の大きさについては後述する。

3. 正負交番載荷を受けるRC柱の靱性能評価

3.1 概説

提案した座屈モデルをファイバー解析などで用いる鉄筋の構成則に適用することで, 本研究と同じく軸方向鉄筋の座屈挙動をモデル化した村山ら⁸⁾や白戸ら⁹⁾の手法のように繰返し載荷を受けるRC部材の靱性能評価が可能になる。しかし, このような座屈モデルを組み入れたファイバー解析などを行い, 逐一作用断面力等から座屈発生を判定を行うことは煩雑であり, 実務への適用を考えると, 従来の設計規準で採用されてきた終局変位算定法のような簡易さが必

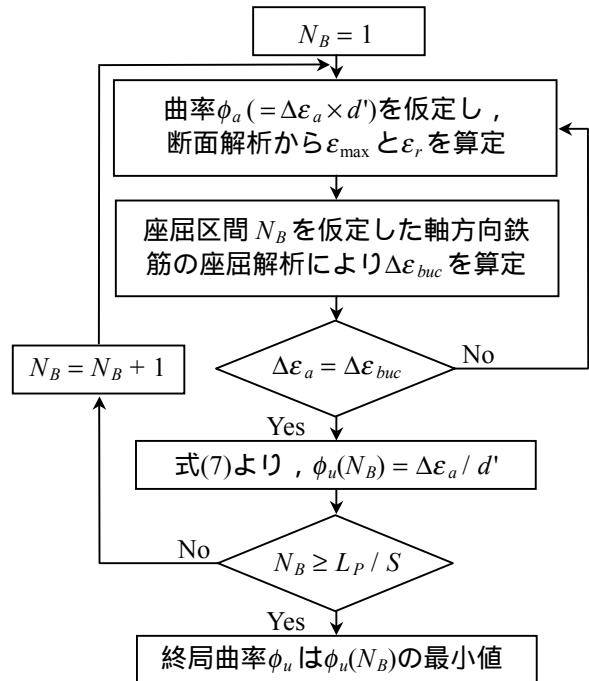


図 - 4 終局曲率の算定フロー

要である。

そこで, 正負交番載荷を受けるRC橋脚の座屈発生点を終局と定義した上で, 道路橋示方書に示される終局変位算定法と同様の計算により, 座屈発生時変位を得る手法を提示する。

3.2 終局曲率の定義

まず, 一定軸力と正負交番の繰返し曲げを受けるRC断面において, ある曲率 ϕ_a が作用し, そのときに, 最外縁にある引張鉄筋と圧縮鉄筋位置にそれぞれひずみ ε_r と ε_{\max} が生じている状態を想定する。繰返し載荷を受けることによるコンクリートおよび鉄筋の劣化を考慮しない限りにおいて, 軸力が小さい対称断面を有するRC橋脚などを対象とする場合, ϕ_a と $-\phi_a$ の曲率状態を仮定した断面解析より得られる曲げモーメントは, 同値と見なせる。このとき, 一定曲率 ϕ_a の繰返し曲げを受けるRC断面では, 正負の最大振幅時に, 最外縁にある圧縮鉄筋と引張鉄筋のひずみ値と曲率 ϕ_a には式(7)の関係を見出すことができる。

$$\phi_a = \Delta \varepsilon_a / d' \quad (7)$$

ここで, $\Delta \varepsilon_a = |\varepsilon_{\max}| + |\varepsilon_r|$ であり, d' は, 最外縁にある引張鉄筋と圧縮鉄筋の距離である。

表 - 1 提案手法による終局曲率の精度検証

No.	座屈区間 実験/解析	終局曲率 ($\times 10^5/\text{mm}$)		R_c/R_w
		実験 $\phi_{u,exp}$	解析 ϕ_u	
1	4 / 3	4.90	3.96	2.4
2	6 / 3	5.03	4.54	3.2
3	2 / 1	4.61	4.42	---
4	4 / 3	3.65	4.85	3.6
5	4 / 2	2.08	2.05	10.4
6	4 / 3	1.91	2.69	1.2
7	5 / 3	3.94	2.27	1.3
8	7 / 5	2.55	1.93	0.9
9	4 / 2	1.15	1.22	8.2
10	4 / 3	1.39	1.34	1.7
11	4 / 3	4.62	5.73	2.0
12	3 / 3	3.32	3.87	2.3
13	4 / 3	4.29	4.75	3.5

曲率 ϕ_a から $-\phi_a$ への載荷時に圧縮力を受けることになる軸方向鉄筋は、最大で、 $\Delta\varepsilon_a$ だけ圧縮ひずみが増加する。そのため、図 - 4のフローに示すように、任意の ϕ_a から断面解析を行い ε_r と ε_{max} を求め、 ε_{max} に応じて式(3)の R_c を算定した後に軸方向鉄筋の非弾性座屈解析を行い、図 - 3にある $\Delta\varepsilon_{buc} (= \Delta\varepsilon_E + \Delta\varepsilon_B)$ を得る作業を繰り返すことで、 $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{buc}$ となる断面のひずみ分布を定めることができる。結果として、 $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{buc}$ とした式(7)より得られる曲率が、座屈発生点に対応した終局曲率 ϕ_u となり、一方で、曲率 ϕ_u よりも小さい範囲で受ける交番載荷では、座屈は生じないと判断される。

なお、式(7)は繰り返し曲げによる耐力低下が無視できることを前提としているため、建築部材など、終局時における断面の中立軸位置が図心軸位置よりも引張側となるような高軸力が作用する場合には適用できない¹⁰⁾。

3.3 提案手法による終局曲率の妥当性

朝津ら⁶⁾および星隈ら⁷⁾の実験供試体(13体)に対して、提案手法により終局曲率を算定した。これらの実験では、かぶりコンクリートの剥落が確認されたときの柱基部の曲率分布を測定し

表 - 2 塑性ヒンジ長の検討

No.	逆算された L_P (mm)	算定式 (mm)		
		道路橋示方書	Mattock	Priestley
1	505	300	431	321
2	558	300	431	347
3	491	300	431	347
4	300	300	370	226
5	553	600	815	491
6	562	600	815	491
7	1129	600	815	516
8	1176	600	815	521
9	1623	1200	1630	1094
10	1335	1200	1630	1094
11	298	300	431	328
12	354	300	431	322
13	324	300	431	323

ており、また、実験終了時に観察された最大座屈区間が報告されている。そこで、かぶりコンクリートの剥落時に測定された曲率値のうち、最大座屈区間での平均値 $\phi_{u,exp}$ が、本研究で定義した終局曲率に対応すると考え、両者を比較した。結果を表 - 1に示す。これらの比較から、提案手法による終局曲率 ϕ_u は実験結果と概ね対応していることが確認される。なお、表中に示した実験での座屈区間は、実験終了時のものであり、座屈後の交番載荷に伴いかぶりコンクリートの剥落区間が若干進展することを考慮すれば、解析的に得られる座屈区間 N_B は妥当な評価を示していると判断される。

また、表 - 1にはかぶりコンクリートと帯鉄筋の拘束力の比率 R_c/R_w も示した。これらの結果から、ほとんどの供試体において、 R_c/R_w は1.0以上となり、かぶりコンクリートが帯鉄筋と同程度以上に軸方向鉄筋の座屈を抑制することが確認された。なお、No.3は1区間座屈のため、値を記していない。

3.4 塑性ヒンジ長の検討

道路橋示方書では、塑性ヒンジ長 $L_{P,S}$ を基に仮定した曲率分布より、式(8)により終局変位

表 - 3 提案手法による靱性能評価

No.	軸方向鉄筋比 (%)	横拘束筋の体積比 (%)	作用軸力 (MPa)	終局変位 (mm)			No.	軸方向鉄筋比 (%)	横拘束筋の体積比 (%)	作用軸力 (MPa)	終局変位 (mm)		
				道路橋示方書	提案手法	実験					道路橋示方書	提案手法	実験
1	0.95	0.32	1.0	54	55	61	12	0.95	0.32	1.0	54	54	47
2	0.99	0.32	1.0	54	61	74	13	0.95	0.32	1.0	55	64	52
3	0.99	0.16	1.0	45	60	60	14	2.94	0.68	3.9	51	68	79
4	0.99	0.16	1.0	29	30	26	15	2.94	2.14	3.9	126	110	108
5	0.77	0.09	1.0	65	79	60	16	2.94	3.22	3.9	187	135	117
6	0.77	1.01	1.0	157	102	77	17	2.94	4.64	3.9	238	152	132
7	1.21	1.01	1.0	128	89	113	18	2.94	2.14	1.0	183	116	120
8	1.75	1.00	1.0	113	77	100	19	2.94	2.14	3.9	116	113	104
9	1.20	0.17	0.0	150	195	194	20	2.53	2.95	3.7	127	112	122
10	1.20	0.89	0.0	310	212	184	21	2.53	2.95	0.0	203	113	80
11	0.95	0.62	1.0	78	76	58	22	2.53	1.66	3.7	85	82	100

$\delta_{u,s}$ を算定している¹⁾。

$$\delta_{u,s} = \delta_y + (\phi_{u,s} - \phi_y)L_{P,s}(h - L_{P,s} / 2) \quad (8)$$

ここで、 $\phi_{u,s}$ および ϕ_y は、それぞれ道路橋示方書で定めるひずみ分布を仮定した断面解析より得られる終局曲率および降伏曲率である。また、 δ_y は降伏曲率 ϕ_y から得られる降伏変位であり、 h はせん断スパンである。

そこで、前記した供試体No.1～No.13の正負交番載荷実験から得られるかぶりコンクリート剥落時変位 $\delta_{u,exp}$ と図-4の終局曲率 ϕ_u をそれぞれ式(8)の $\delta_{u,s}$ および $\phi_{u,s}$ とすることで、塑性ヒンジ長 L_p を逆算した。なお、 $\delta_{u,exp}$ の算定に際し、曲率の測定区間外は、道路橋示方書の終局変位算定時の曲率分布を仮定した。この逆解析から得られた塑性ヒンジ長 L_p に対して、道路橋示方書の算定式¹⁾、Mattockの算定式¹¹⁾、およびPriestleyらの算定式¹²⁾から得られる塑性ヒンジ長との比較を表-2に示す。各算定式の値は、いずれも L_p に対するばらつきが大きい¹⁾が、Mattockの算定式は最も平均的に L_p と対応した。そこで、図-4の終局曲率と、Mattockの算定式から得られる塑性ヒンジ長を式(8)に代入し、RC柱の終局変位を算定することにした。

3.5 提案手法による靱性能評価

前記した供試体No.1～No.13^{6),7)}、および渡邊

ら¹³⁾の正負交番載荷実験との比較により、提案した終局変位算定法の妥当性を検証した。なお、渡邊らの実験結果に示されるかぶりコンクリート剥落時変位には、軸方向鉄筋のフーチングからの引き抜けに起因する水平変位が含まれているため、解析時には、渡邊ら¹³⁾の手法により、その影響を考慮した。全22体に対し、実験から得られた終局変位 $\delta_{u,exp}$ と、提案手法による終局変位 $\delta_{u,p}$ および道路橋示方書による終局変位 $\delta_{u,s}$ を比較した結果を表-3に示した。なお、道路橋示方書では、横拘束筋の体積比に上限値(1.8%)を設けてコンファインド効果を評価しているが、表-3では、その上限を無視して算定した終局変位を示した。

提案した終局変位算定法は、供試体No.1～No.13の $\delta_{u,exp}$ と整合するように塑性ヒンジ長などを定めているが、これらと諸元が異なる渡邊らの供試体No.14～No.22に対しても、精度良く実験結果を再現できていることが確認される。なお、表-3の全22体に対し、 $\delta_{u,exp}/\delta_{u,p}$ は、平均0.97、変動係数18%である。

一方、道路橋示方書による終局変位 $\delta_{u,s}$ は、特定の供試体に対し、極端に過大評価(No.6, No.10, No.18, No.21)、もしくは、過小評価(No.2, No.14)を与える場合があり、 $\delta_{u,exp}/\delta_{u,s}$ は、平均0.91、変

動係数33%となる。ただし、横拘束筋の上限値を考慮すると、平均1.01、変動係数28%である。

このように、提案手法は、道路橋示方書のような横拘束筋の体積比や軸力比の大きさなどによる精度の偏りは生じず、表-3に示される範囲の諸元を持つRC柱であれば、構築した座屈モデルにより、一律に終局変位を精度良く評価できることが確認された。ただし、道路橋示方書の終局変位算定法も、横拘束筋の上限値を設ければ、ばらつきは大きいものの、平均的に実験結果を評価でき、現状では図-4のフローが必要な提案手法に比べ容易に終局変位を得られる利点がある。提案手法は、正負交番載荷を受けるRC柱の軸方向鉄筋の座屈モデルに基づき終局変位を算定しているため、得られる終局変位と部材の損傷状況の対応が明確であるなどの特徴を有するが、今後は、図-4の終局曲率のより簡単な計算法を構築するなどの改善が必要である。

4. まとめ

本研究では、RC矩形断面を対象に、軸方向鉄筋の座屈発生時曲率の算定法を構築し、これに対応した塑性ヒンジ長を基にする曲率分布を組み合わせることで、現行の道路橋示方書に示される終局変位算定法と同様の計算により、RC橋脚の座屈発生点に対応した終局変位を求める手法を提示した。

この手法により得られる終局変位は、部材の損傷状況との対応が明確であり、既往の正負交番載荷実験との比較から、広範な断面諸元を持つRC柱のかぶりコンクリート剥落時や軸方向鉄筋の座屈発生時変位を精度良く再現できることが確認された。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，1996
- 2) Papias, M. et al.: Instability of Longitudinal Bars in RC Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.114, No.2, pp.445-461, Feb.1988

- 3) 田上和也ほか：繰り返し荷重を受ける鉄筋の座屈モデルに関する研究，構造工学論文集，Vol.47A，pp.725-734，2001.3
- 4) 加藤大介，金谷淳二：RC造角柱の主筋の座屈性状の評価に関する研究，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.12，No.2，pp.433-438，1990.7
- 5) 大矢廣之，加藤大介：RC部材における中間主筋の座屈性状に関する実験的研究，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.16，No.2，pp.473-478，1994.7
- 6) 朝津直樹ほか：軸方向鉄筋の座屈解析による鉄筋コンクリート橋脚の塑性ヒンジ長に関する研究，土木学会論文集，No.682/I-56，pp.177-194，2001.7
- 7) 星隈順一ほか：鉄筋コンクリート橋脚の塑性曲率分布と塑性ヒンジ長，構造工学論文集，Vol.46A，pp.1461-1468，2000.3
- 8) 村山八洲雄ほか：交番繰返し荷重下における柱筋の座屈モデル，鹿島技術研究所年報，第42号，pp.93-98，1994.10
- 9) 白戸真大ほか：鉄筋のはらみ出しを考慮した場所打ち杭のモデルと地盤振動が杭基礎に与える影響評価への適用，土木学会論文集，No.689/I-57，pp.153-172，2001.10
- 10) 稲井栄一，平石久廣：鉄筋コンクリート造柱の曲げ降伏後の限界変形に関する研究 その2 安定限界と擬似安定限界，日本建築学会構造系論文報告集，第440号，pp.67-76，1992.10
- 11) Mattock, A.H.: Discussion of Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beam by W.G.Corley, Structure Div., ASCE, pp.519-522, Aug.1967
- 12) Priestley, M.J.N. et al.: Seismic Design and Retrofit of Bridges, John Wiley & Sons, Inc., 1996
- 13) 渡邊忠朋ほか：鉄筋コンクリート部材の損傷状況を考慮した変形性能算定手法，土木学会論文集，No.683/V-52，pp.31-45，2001.8