論文　RC部材形成時に生じる内部応力を考慮したFEM解析

渡部　憲[*1]・三島　隆路[*2]・白井　伸明[*3]

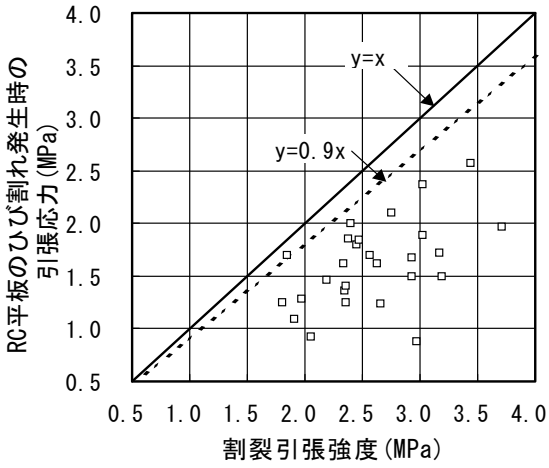
要旨：本研究では，収縮に起因するコンクリート内部の応力を詳細に検討する方法としてNeville等の提案する逐次積分法を取り上げ，逐次積分法を用いてRC平板の初期状態を推定し，その結果を導入したRC平板のFEM解析を実施することにより，その妥当性について検討を行った。その結果，RC部材形成時に発生する内部応力を適切に評価することにより，RC平板のせん断実験で観測されるひび割れ発生時の引張応力がコンクリートの割裂試験から得られる引張強度より低くなることを概ね説明できること等の知見が得られた。

キーワード：収縮，内部応力，逐次積分法，RC平板，FEM

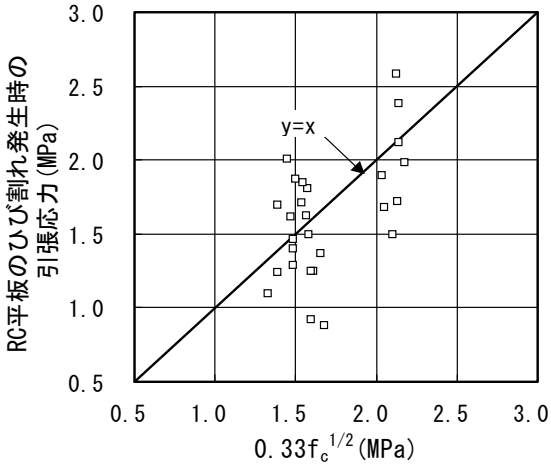
1.　はじめに

鉄筋コンクリート（以下，RCと略記）構造物の主材料であるコンクリートは，打設後の硬化過程において発熱や収縮を伴い，温度ひび割れや収縮ひび割れが発生する可能性があることは広く知られている。しかし，ひび割れの発生が問題とならない場合でも，RC部材形成時の発熱や収縮の影響により内部応力が生じている。外力を受けたRC部材の変形挙動を正確に把握しようとする場合，RC部材形成時に発生する内部応力等の初期状態を適切に評価しておく必要があるものと思われる。

Collins等によれば，RC平板のせん断実験で観測されたひび割れ発生時の引張応力は，コンクリートの割裂試験から得られる引張強度より低く（**図－１**）[1)]，コンクリートの圧縮強度 (f_c) の関数としてRC梁の斜めひび割れ発生応力を推定するACI式[2)]（$=0.33f_c^{1/2}$）を用いた場合，RC平板のひび割れ発生時の引張応力と近似することを示している（**図－２**）[1)]。割裂試験は直接引張試験ではないため，その影響も考えられる。例えば，CEB-FIP MODEL CODE 1990[3)]では，コンクリートの１軸引張強度を割裂引張強度の0.9倍としている。しかし，**図－１**からわかるように割裂引張強度を0.9倍にしてもRC平板のせん断実験を実施した際のひび割れ発生応力の結果を



図－１　ひび割れ発生応力と割裂強度の関係



図－２　ひび割れ発生応力とACI式の関係

*1 東急建設(株)　技術研究所建築研究室　工博　（正会員）
*2 清水建設(株)　東北支店　工修　（正会員）
*3 日本大学教授　理工学部建築学科　工博　（正会員）

説明することはできない。RC部材の場合，内部の鉄筋がコンクリートの硬化過程に生じる収縮ひずみを拘束することによって生じる応力の影響も少なくないと思われる。

そのため本研究では，収縮に起因するコンクリート内部の応力を詳細に検討する方法としてNeville等の提案する逐次積分法[4)]を取り上げ，逐次積分法を用いてRC部材の初期状態を推定し，その結果をRC部材のFEM解析に導入し，その妥当性について検討を行った。

2. 逐次積分法の概略[4)]

(1) 一般式

図－３に示すように，Neville等は，jステップにおける増分応力$\Delta\sigma_j$によるクリープひずみと弾性ひずみの和$\Delta\varepsilon_j$の関係から，コンクリートの材齢により変化するヤング係数やクリープ係数を考慮し，次式の逐次積分による応力解析法を提案している（ただし，i≧j）：

$$\sigma_{i+1/2} = \sigma_{i-1/2} + \frac{E_i}{1+\phi_{ii}}\left\{\sum_{j=1}^{i}\Delta\varepsilon_j - \sum_{j=1}^{i-1}\left(\sigma_{j+1/2} - \sigma_{j-1/2}\right)\frac{1}{E_j}\left(1+\phi_{ij}\right)\right\} \quad (1)$$

ここに，$\sigma_{i+1/2}$はi+1/2ステップの応力，$\sigma_{i-1/2}$はi-1/2ステップの応力，E_iはiステップのヤング係数，ϕ_{ii}はiステップで載荷されたi+1/2ステップのクリープ係数，$\Delta\varepsilon_j$はj-1/2からj+1/2の増分ひずみであり，増分クリープひずみ$\Delta\varepsilon_j^{cr}$と増分弾性ひずみ$\Delta\varepsilon_j^{el}$の和である。また，$\sigma_{j+1/2}$はj+1/2ステップの応力，$\sigma_{j-1/2}$はj-1/2ステップの応力，E_jはjステップのヤング係数，ϕ_{ij}はjステップで載荷されたi+1/2ステップのクリープ係数である。

(2) 収縮ひずみが拘束される場合

コンクリートの自由収縮ひずみが拘束体により拘束をされた場合，１軸モデルを考えると，拘束体とコンクリートの変形量が釣合うことから，次式が得られる：

$$\begin{aligned} -\varepsilon^{free} &= -\varepsilon^{r} + \varepsilon^{cr} + \varepsilon^{el} \\ &= -\varepsilon^{r} + \varepsilon \end{aligned} \quad (2)$$

ここに，ε^{free}は自由収縮ひずみ（乾燥収縮ひずみ，温度ひずみ，自己収縮ひずみ），ε^{r}は拘束体ひずみ，ε^{cr}はクリープひずみ，ε^{el}は弾性ひずみ，εはε^{cr}とε^{el}の和である。

式(2)を式(1)に代入することにより，自由収縮ひずみが拘束体により拘束された場合の逐次積分法による応力は次式のように導かれる：

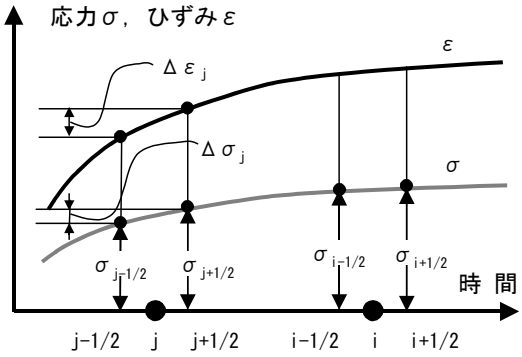
$$\sigma_{i+1/2} = \sigma_{i-1/2} + \frac{E_i}{1+\phi_{ii}}\left\{\varepsilon_{i+1/2}^{r} - \varepsilon_{i+1/2}^{free} - \sum_{j=1}^{i-1}\left(\sigma_{j+1/2} - \sigma_{j-1/2}\right)\frac{1}{E_j}\left(1+\phi_{ij}\right)\right\} \quad (3)$$

ここに，$\varepsilon^{r}_{i+1/2}$はi+1/2ステップの拘束体ひずみ，$\varepsilon^{free}_{i+1/2}$はi+1/2ステップの自由収縮ひずみである。

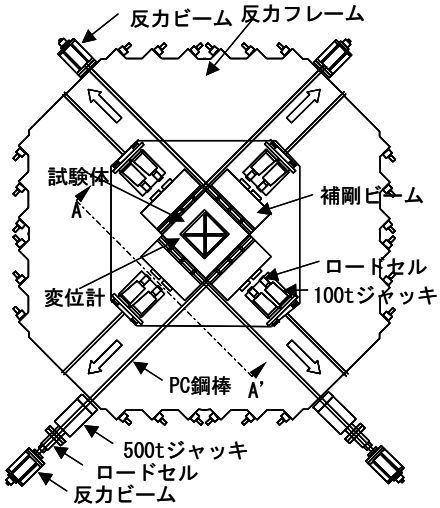
3. RC平板試験体のFEM解析

3.1 検討の対象とした実験[5)]

検討の対象とした実験は，山口等が実施した



図－３　逐次積分法



図－４　せん断加力システム[5)]

RC平板試験体のせん断実験[5]のうち３体である。せん断加力システムおよび試験体の詳細を**図－４**および**図－５**に示す。試験体は正方形であり，平面寸法は1200×1200mm，厚さ200mmである。コンクリートおよび鉄筋の強度試験結果をそれぞれ**表－１**および**表－２**に示す。縦・横筋の鉄筋比P_sは，それぞれPS-1試験体に対してP_{sx}=1.91%，P_{sy}=1.91%，PS-6試験体に対してP_{sx}=0.85%，P_{sy}=1.91%およびPS-8試験体に対してP_{sx}=0.85%，P_{sy}=3.38である。

3.2　逐次積分法の計算条件

内部鉄筋は拘束部材として機能するが,本手法では縦・横方向の鉄筋比の違いを考慮できないので，応力解析では鉄筋比の大きい方向を検討の対象とする。また,対象とするRC平板では２軸応力状態を仮定する必要があるが,単純に１軸方向の応力のみ考慮する。コンクリートの強度発現，収縮およびクリープモデルとしてCEB-FIP MODEL CODE 1978[6]を適用し,条件として養生時温度を20℃，養生時湿度を60%，乾燥開始材齢を２日，計算時間間隔を１日に設定した。

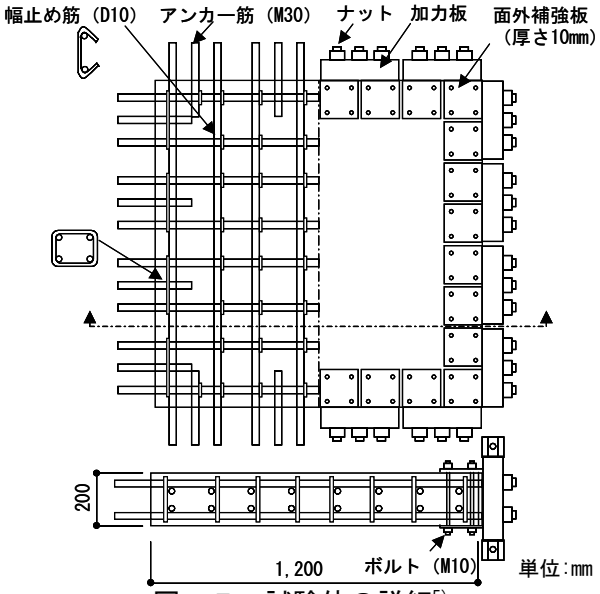
3.3　FEM解析の概要

FEM解析の概要について説明する。**図－６**にRC平板試験体のFEMメッシュ分割図，荷重および境界条件を示す。コンクリートは４節点アイソパラメトリック要素とし平面応力状態を仮定した。鉄筋は埋込鉄筋要素とし，鉄筋とコンクリートは完全付着とした。なお，解析には汎用コードDIANA-7.2[7]を用いた。

コンクリートは弾塑性体とし，圧縮側は降伏条件としてVon Misesの基準を適用し，引張側はひび割れ発生条件としてテンションカットオフ基準を適用した。また，鉄筋の降伏条件としてVon Misesの基準を適用した。

(1)　コンクリートの構成則

圧縮側の１軸応力－ひずみ関係として，上昇域は1/3圧縮強度までは弾性とした２直線でモデル化した。ピーク後の下降域は**図－７**に示すように２直線でモデル化した[8]。なお，圧縮破壊エネルギー(G_F^c)は式(4)により評価した：



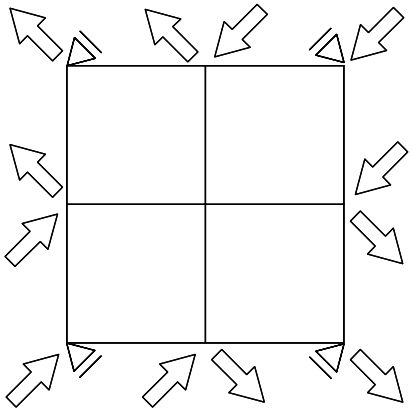
図－５　試験体の詳細[5]

表－１　コンクリートの強度試験結果

ヤング係数 E_c (GPa)	圧縮強度 f_c (MPa)	割裂引張強度 (MPa)	ポアソン比 ν
25.5	31.2	2.88	0.17

表－２　鉄筋の強度試験結果

試験体	ヤング係数(GPa)		鉄筋比(%)		降伏強度(MPa)	
	E_{sx}	E_{sy}	P_{sx}	P_{sy}	σ_{sx}	σ_{sy}
PS-1	198	198	1.91	1.91	428	428
PS-6	183	198	0.85	1.91	364	428
PS-8	183	196	0.85	3.38	364	423

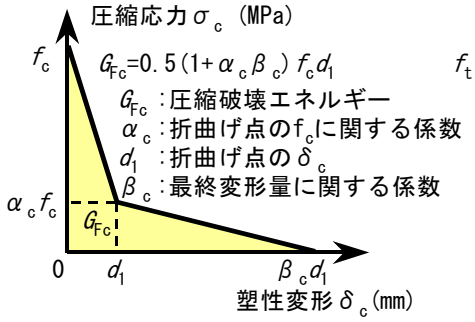


図－６　試験体のモデル化

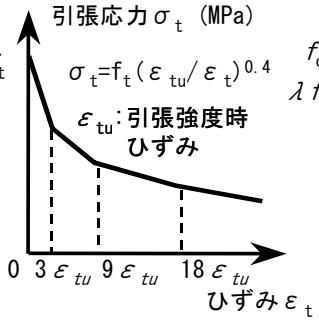
$$G_F^{\ c} = 0.5(1+\alpha_c \cdot \beta_c) f_c \cdot d_1 \qquad (4)$$

ここに，f_cはコンクリートの圧縮強度，α_cは折曲げ点のf_cに関する係数，d_1は折曲げ点の塑性変形，β_cは最終変形量に関する係数であり，ここでは，α_c=0.128，β_c=2.393，d_1=0.848とした[8]。

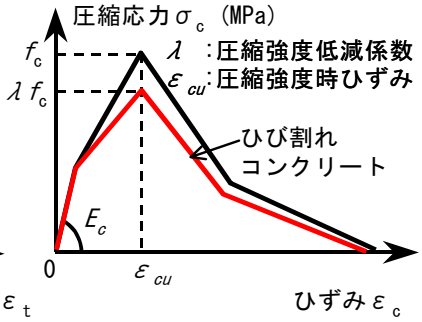
なお，塑性ひずみ（ε_{pc}）は，要素代表長さを$L_c=\sqrt{2A}$ (A:要素面積)と仮定し，塑性変形（δ_c）をL_cで除すことにより評価している。



図－７　圧縮軟化挙動



図－８　テンションスティフニング



図－９　ひび割れコンクリートの圧縮劣化

引張側の１軸応力－ひずみ関係として，上昇域は引張強度(f_t)まで線形弾性とした。ひび割れ発生後の下降域は，鉄筋とコンクリート間の付着作用よるテンションスティフニング効果を考慮するため，式(5)のモデル[9]を**図－８**に示すように４直線で近似して使用した：

$$\sigma_t = f_t \cdot (\varepsilon_{tu} / \varepsilon_t)^{0.4} \qquad (5)$$

ここに，σ_tは引張応力，f_tは引張強度，ε_{tu}は引張強度時のひずみ，ε_tは引張ひずみであり，第１，２および第３折曲げ点のε_tは，それぞれε_{tu}の３，９および18倍とした。

ひび割れコンクリートのせん断剛性低下率(β)は式(6)により定義した：

$$\beta = G_{cr} / G_0 = 1/(1+\alpha \cdot \varepsilon_{cr}) \qquad (6)$$

ここに，G_{cr}はひび割れ発生後のせん断剛性，G_0はひび割れ発生前のせん断剛性，αは定数(=4447)，ε_{cr}はクラックひずみである。

(2)　鉄　筋

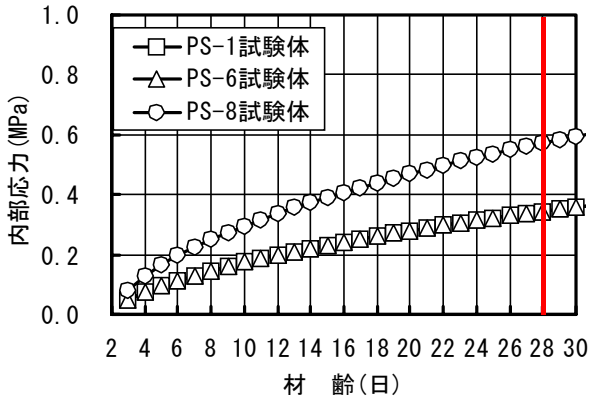
鉄筋の応力－ひずみ関係はbi-linearモデルとした。降伏後の剛性はヤング係数の1/100とした。

(3)　解析要因

解析要因の一覧を**表－３**に示す。解析では，パラメータとして引張強度を選び，引張強度に割裂強度を用いた解析をCase-1，ACI式[2]による推定値を用いた解析をCase-2とした。また，引張強度にCEB式[3]（$=1.4(f_c/10)^{2/3}$）を使用し，逐次積分法により推定された初期応力をFEM解析に導入した場合をCase-3とした。さらに，ACI式による引張強度を用い，**図－９**に示すようなひび割れコンクリートの圧縮劣化を考慮した場合をCase-4として検討した。なお，圧縮強度低減係数(λ)の計算は長沼の式[10]を使用し，全試験体に対してλを0.60に設定した。解析は，加力位置に荷重を漸増的に与えて行った。Case-3では所定の内部応力を導入した後，外部荷重を作用させた。非線形反復解析法としてはNewton-Raphson法を採用し，不釣合力は当該ステップで解放した。

表－３　解析要因一覧

解析ケース	解析対象試験体	引張強度	初期応力の考慮	圧縮劣化の考慮
Case-1	PS-1	割裂引張強度	×	×
Case-2	PS-6	ACI式	×	×
Case-3	および	CEB式	○	×
Case-4	PS-8	ACI式	×	○

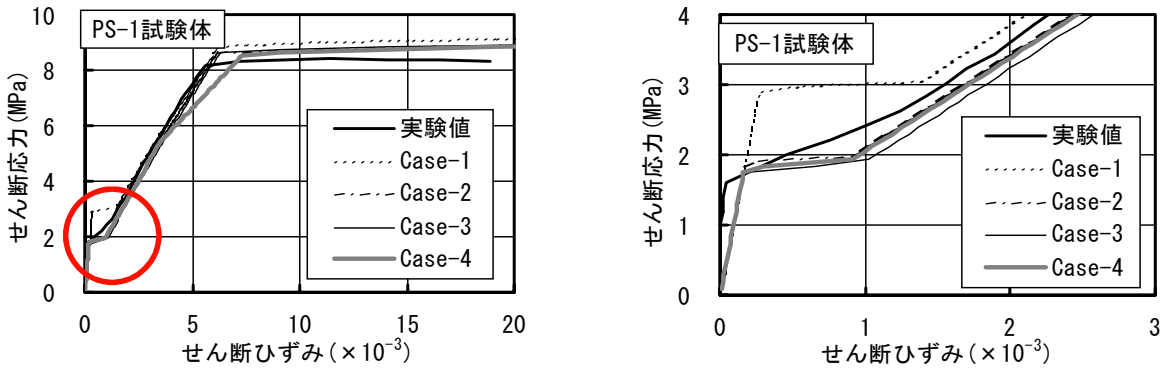


図－10　内部応力の経時変化

4.　結果と考察

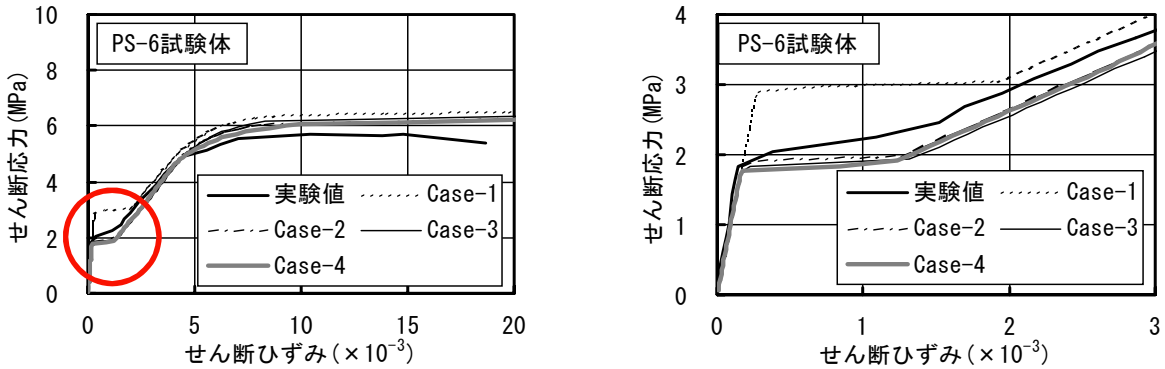
4.1　内部応力

図－10に，逐次積分法[4]によって推定されたRC平板試験体形成時に生じる内部応力の経時変化を示す。材齢28日において，PS-1およびPS-6試験体では0.34MPa，PS-8試験体では0.57MPaの内部引張応力が生じている。なお，これらの内部応力予測結果をCase-3で使用している。逐次積分法を



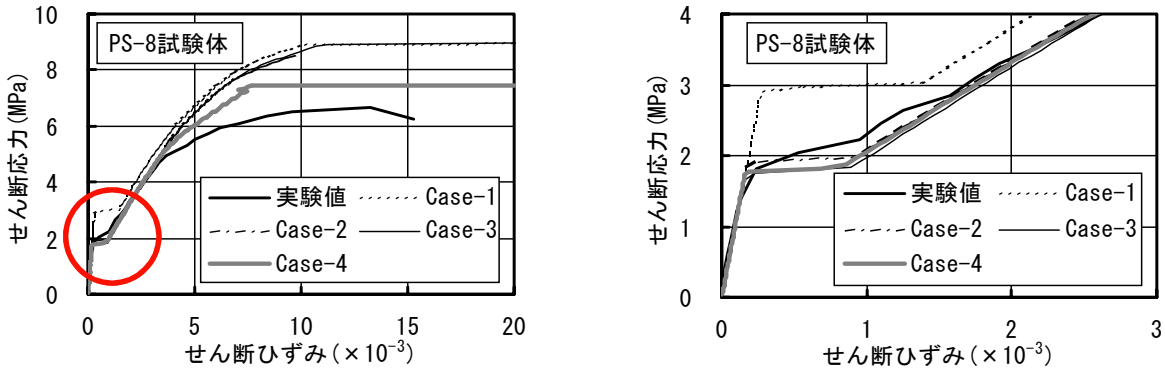
(a)　全　体　　(b)　ひび割れ発生時拡大

図－11　PS-1試験体のせん断応力－せん断ひずみ関係



(a)　全　体　　(b)　ひび割れ発生時拡大

図－12　PS-6試験体のせん断応力－せん断ひずみ関係



(a)　全　体　　(b)　ひび割れ発生時拡大

図－13　PS-8試験体のせん断応力－せん断ひずみ関係

用いた内部応力予測結果の妥当性については，一例として文献[11]等が挙げられるが，今後，実験により確認しておく必要がある。

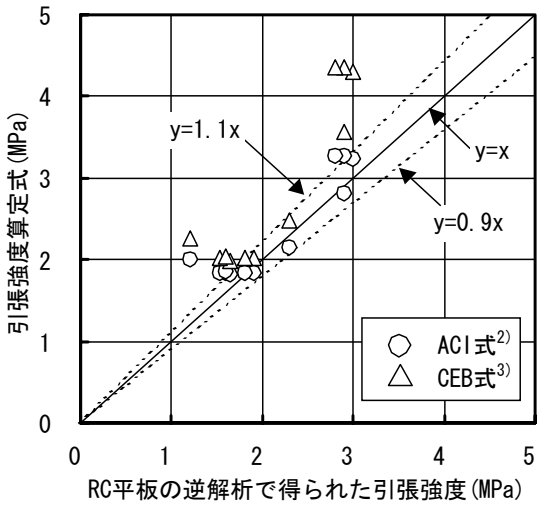
4.2　せん断応力－せん断ひずみ関係

図－11～13は実験とFEM解析のせん断応力－せん断ひずみ関係を比較したものである。なお，図(b)はひび割れ発生時近傍の結果(図(a)中の○囲い部分)を拡大表示したものである。すべての試験体において，Case-1はひび割れ発生応力を過大評価している。一方，Case-2およびCase-3は実験結果を比較的良好に再現している。このことから，RC部材形成時に発生する内部応力を適切に評価することにより，RC平板のせん断実験で観測されるひび割れ発生応力がコンクリートの割裂試験から得られる引張強度より低くなることを概ね説明できる。Case-1～3について，せん断応力－せん断ひずみ関係に関する計算値は，実験値と比較して縦横筋比の差が大きくなるにつれ，また，せん断ひずみが増大するにつれて同一ひずみレベルにおけるせん断応力を過大評価している。しかしながら，ひび割れコンクリートの圧縮劣化を考慮することによりこのような傾向

がある程度改善される（Case-4）。なお,本解析の範囲において,ひび割れ発生応力の相違がRC平板せん断強度解析結果に及ぼす影響は小さい。

4.3　引張強度

山口等の実験結果[5]に加え，角[12]および大森等[13]が実施したRC平板のせん断実験試験体を対象として，ひび割れ発生応力が一致するようにコンクリートの引張強度を変化させるFEM逆解析を行った。**図－14**は引張強度算定式による推定値とFEM逆解析で求めた引張強度を比較したものである。この結果から，ACI式[2]を用いることでひび割れ発生応力を比較的良好に予測できることが確認できた。



図－14　引張強度

5.　まとめ

本研究で得られた知見を，以下にまとめる。

(1) RC部材形成時に発生する内部応力を適切に評価することにより，RC平板のせん断実験で観測されるひび割れ発生応力がコンクリートの割裂試験から得られる引張強度より低くなることを概ね説明できる。

(2) 本解析の範囲において，ひび割れ発生応力の相違がRC平板せん断強度解析結に及ぼす影響は小さいことがわかった。

謝　辞

本研究の一部は文科省学術フロンティア推進事業（日本大学理工学部）：研究課題「環境・防災都市に関する研究（研究代表者：大津岩夫，研究委員長：石丸辰治）」の一環として実施したものであり，一部は科学研究費補助金（基盤研究（C）（2），代表者：白井伸明）の助成を受けて行われたものである。

参考文献

1) Collins, M. P. , Bhide, S. B. : Reinforced Concrete Elements in Shear and Tension, University of Tronto Department of Civil Engineering, 147pp., Jan. 1987
2) ACI committee 318: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318M-83), American Concrete Institute, Detroit, 1983
3) CEB： CEB-FIP MODEL CODE 1990 DESIGN CODE, Tomas Telford Service Ltd. , 1993
4) A. M. Neville, W. H. Dilger, J. J. Brooks: Creep of plain and structural concrete, Construction Press, pp. 246-263, 1983
5) 山口恒夫，長沼一洋：面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート平板の力学的特性に関する実験的研究，日本建築学会構造系論文報告集，第419号，pp. 77-86，1991.1
6) CEB： CEB-FIP MODEL CODE 1978 DESIGN CODE, Tomas Telford Service Ltd. , 1978
7) DIANA Foundation Expertise Center for Computational Mechanics: DIANA Finite Element Analysis User's Manual, TNO Building and Construction Research., 1999
8) 渡部憲，白井伸明，大岡督尚，森泉和人：各種コンクリートの圧縮軟化挙動，コンクリート工学年次論文報告集，Vol. 22，No. 2，pp. 493-498，2000
9) 岡村甫，前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則，技報堂出版，pp.36-37，1991
10) 長沼一洋：平面応力場における鉄筋コンクリート板の非線形解析モデル　鉄筋コンクリート壁状構造物の非線形解析手法に関する研究（その１），日本建築学会構造系論文集，第421号，pp. 39-105，1991.3
11) 自己収縮研究委員会：自己収縮研究委員会報告書，日本コンクリート工学協会，218pp. ，1996.11
12) 角一行：面内せん断応力を受ける鉄筋コンクリート平板の構成則に関する基礎的研究，㈱間組特定研究報告，第14号，1993.12
13) 大森信次，高橋敏夫，坪田張二，井上範夫，栗原和夫，渡辺茂雄：繰返し面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート平板の弾塑性挙動に関する実験研究，日本建築学会構造系論文報告集，第403号，pp. 105-117，1989.9