論文 ファイバーモデルにおけるせん断中心移動解析とねじりモーメント 発生メカニズムに関する研究

山本 佳士^{*1}·Nattakorn.B^{*1}·中村 光^{*2}·田邉 忠顕^{*3}

要旨:本研究では, RC3 次元ファイバーモデルに,薄肉構造部材の曲げ理論を適用し,せん断中心の移動およびせん断中心の移動により発生する付加ねじりモーメントを導入する 手法の提案を行った.提案手法およびシェル要素を用いて,中空断面を有する RC 長柱の 2 軸曲げ解析を行った.解析結果について比較検討し提案手法の妥当性を確認するととも に 2 軸曲げを受ける RC 部材のせん断中心移動とねじりモーメント発生メカニズムを明ら かにした.

キーワード: せん断中心, 付加ねじりモーメント, ファイバーモデル, シェル要素

1. はじめに

非対称断面はり(例えば L 字型断面)が曲げを 受けるとき,一般的には,曲げと共にねじりモ ーメントが生じる.これは、断面のせん断中心 と図心が一致していないことに起因する.一方, 2 軸対称断面では、図心とせん断中心が一致し ているため、図心に荷重を作用させれば曲げの みが生じ,ねじりは生じないと考えられている. しかし、平澤らが行った2軸偏心圧縮を受ける RC 長柱の実験においては、最終的にねじり変 形を伴った破壊が生じたことが報告されている ¹⁾. これは, 2 軸対称断面であっても, ひび割れ の発生や、鉄筋降伏などにより非対称な断面抵 抗機構が形成され、せん断中心が移動し、断面 に付加ねじりモーメントが発生することを示唆 するものである.構造物の大型化に伴い,曲げ, 曲げせん断、ねじりせん断作用の組み合わせを 考慮した変形・耐力を体系的に算定することが 要求されているが、せん断中心の移動およびそ れに伴うねじりの影響については未だ解明され ていない問題である.

そこで本研究では,まず薄肉はりの曲げ理論 をファイバーモデルに適用し,せん断中心の移 動とそれに伴う発生ねじりモーメントを導入す る手法の提案を行った.提案手法と名古屋大学 で開発されたLECMをシェル要素に適用したプ ログラム²⁾を用いて2方向水平力を受ける RC 中空断面長柱の解析を行い,提案手法の妥当性 の検討を行った.さらに,提案手法を用いてパ ラメトリック解析を行うことにより,せん断中 心の移動現象およびねじりの発生メカニズムに ついて検討を行った.

2 シェル要素解析によるせん断中心移動 と発生ねじりモーメントの検討

2 軸曲げを受ける RC 部材にねじりが発生 することは、平澤らの実験¹⁾で確認されてい るが、必ずしも一般的な知見となっていない. そこで、シェル要素解析²⁾を用いて、数値解 析によりせん断中心の移動によるねじりモー メント発生現象の確認を試みた.なお、解析 はせん断中心の移動現象を確認する事を目的 とするため、微小変形理論に基づくモデルを 用いた.

(1) 解析モデル

解析モデルは図-1 に示すような、長さ

*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)
*2 名古屋大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 博(工) (正会員)
*3 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)



2000(mm), 断面 150×100(mm), 板厚 20(mm) の中空長方形断面を有する RC 長柱とした. 軸方向鉄筋は, 直径 10mm, 降伏応力 338MPa のものを 4 本, かぶり 10mm で配筋した. コ ンクリートの圧縮強度は 35MPa である. 拘束 条件は, 柱下端部を全自由度固定, 柱上端を 自由端とし, 柱上端の 45° 方向に, 断面の重 心を通過するように 2 方向水平力を載荷した.

シェル要素は板厚方向に2層,板厚中心線方 向に20要素,部材軸方向に10要素分割した.

(2) 解析結果および考察

図-2 に、水平荷重-柱上端 z 方向変位関係、 水平荷重-固定端反力ねじりモーメント関係、 水平荷重-柱上端ねじり回転角関係を示す. ひ び割れ発生時付近からねじりモーメントが発生 し、徐々にその大きさおよび方向は変化し、部 材降伏後には、ねじりモーメントが増加し続け る様子が見られる. 数値解析により、2 軸曲げ を受ける部材において、確かにねじりが発生す ることが確認された. 3 薄肉はりの曲げ理論に基づくせん断中心 解析

本研究では RC ファイバーモデルに薄肉はり の曲げ理論を適用し,断面内のせん断流ならび にせん断中心の算定,それに伴う発生ねじりモ ーメントを求める手法を提案する.

(1) せん断流

図−3 に示すような曲げを受ける薄肉部材の 微小要素 *dx*×*ds*×*dt* を取り出し,部材軸方向 (*x*方向)の応力の釣り合いを考えると

$$\frac{\partial(\sigma t)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau t)}{\partial s} = 0 \tag{1}$$

ここで, *t* は板厚である. 左辺第1項を移項し, これを板厚中心線座標*s* について積分すること で,軸方向応力勾配に対し,微小要素に発生す るせん断流 *q* が式(2)に示すように与えられる.

$$q = \tau t = -\int_0^s \frac{\partial(\sigma t)}{\partial x} ds + q\Big|_{s=0}$$
(2)

開断面では、自由縁において $q|_{s=0} = 0$ となり静定的にせん断流が求まる.閉断面では、仮想の切断部を設け開断面として静定せん断流 q_0 を次式のように導出する.

$$q_0 = -\int_0^s \frac{\partial(\sigma t)}{\partial x} ds \tag{3}$$

ここで $\partial \sigma / \partial x$ はファイバーモデルにより得られる隣接する要素の断面の軸応力勾配となる. 切断面に作用する不静定せん断流 *X*を用いると,閉断面における実際のせん断流は $q_0 + X$ となる. 仮想の切断部があるため,せん断応力が作用する断面では,ずれ*u*が生じる.





図-3 微小要素の応力の釣り合い

$$u = \oint \gamma \, ds = \oint \frac{q}{Gt} \, ds = -\oint \frac{q_0 + X}{Gt} \, ds \quad (4)$$

ここで、Gはせん断剛性である.実際には、閉 断面でありu = 0であるから、式(4)よりXは次 式となる.

$$X = -\oint \frac{q_0}{Gt} ds \bigg/ \oint \frac{ds}{Gt}$$
(5)

最終的に,静定せん断流 *q*₀ と不静定せん断流 *X* との和としてせん断流が求まる.

(2) せん断中心

曲げによって生じるせん断流のせん断中心周 りのモーメントは0であるから次式が成り立つ.

$$\oint q_b r_s ds = 0 \tag{6}$$

ここで、 q_b は曲げによるせん断流、 r_s はせん断 中心を原点とするせん断流の動径である. **図-4** に示すように、今回用いた中空長方形断面のせ ん断中心 S(e_y, e_z)はファイバーモデルにより得 られたせん断流を用いて、次式で求まる.

$$e_{y} = \frac{q_{z,upper} - q_{z,lower}}{q_{z,upper} + q_{z,lower}} r_{y}$$
(7)

$$e_{z} = \frac{q_{y,right} - q_{y,left}}{q_{y,right} + q_{y,left}} r_{z}$$

$$\tag{8}$$

求めたせん断中心位置と部材に作用するせん断 力から,発生ねじりモーメントが次式で与えら れる.

$$T = Q_y e_z - Q_z e_y \tag{9}$$



図-4 断面内のせん断流の釣り合い

4 ファイバーモデルによるせん断中心解析

4.1 高次要素を用いたファイバーモデル

軸変位に1次関数,曲げ変位に3次関数を用 いたファイバーモデルでは,塑性化の進展とと もに各要素のひずみが不連続に変化する.本研 究では,隣接する要素断面の軸応力差をせん断 中心解析に用いるため,連続的にひずみが変化 することが解析上望ましい.そこで軸変位に対 して3次関数となる高次要素³⁾を用いることで, はり要素の各節点に軸変位勾配を自由度として 持たせ,軸ひずみに対する適合条件を付加した.

4.2 材料モデル

コンクリートの応力-ひずみ関係は図-5 に 示すようにモデル化した. 圧縮応力下では,応 力は圧縮強度に到達するまで2次放物線で増加 するものとし,それ以降のひずみ軟化領域には 圧縮破壊エネルギーを考慮するモデル 4を用い た.引張応力下では, Tension Stiffening model⁵⁾を仮定した.

また,式(5)に示したように不静定せん断流の 算定には各ファイバーのせん断剛性*G*の評価 が必要となる.本研究では,引張側におけるせ ん断剛性は,山田・青柳モデル⁶⁾を用いた.圧



縮軟化領域においてもせん断剛性は著しく低下 することが予想されるので,弾性せん断剛性の 1/1000 を仮定した⁷⁾.

鉄筋の応力ひずみ関係はバイリニア型とした.

5 せん断中心の移動とねじりモーメント発 生メカニズムの評価

2 章で示した解析モデルにより, せん断中心 移動解析を導入したファイバーモデルの解析を 行い, シェル要素との比較による提案手法の妥 当性の確認とせん断中心移動現象およびねじり モーメント発生メカニズムの検討を行った. フ ァイバーモデルでは, 定式化上, 板厚方向には 分割せず, 板厚中心線方向に 174 分割した.

5.1 提案モデルの検証とねじりの影響度の 検討

図-6に,柱上端点における弱軸方向(z方向), 強軸方向(y方向)それぞれの水平荷重-変位曲 線,および水平荷重と固定端に作用する反力ね じりモーメントの関係を示す.荷重-変位曲線 では,ポストピークの挙動に差が見られる.こ れは,シェル要素とファイバーモデルのモデル 化の違いであると考えられる.水平荷重-固定 端反力ねじりモーメント関係に着目すると,ね じりモーメント発生挙動,およびその大きさが おおむねー致し,提案するファイバーモデルが 妥当であることが分かる.ねじりモーメント発 生メカニズムは次節以降で考察をし,ここでは, せん断中心の移動に伴う付加ねじりモーメント の影響について考察する. 土木学会コンクリート標準示方書 [構造性能 照査編]では、ねじりモーメントが補強鉄筋の ない場合のねじり耐力の 20%以下の場合には、 ねじりに対する安全性の検討を省略してよいと している.今回の解析例においては、ねじり耐 力は 1.2(kN·m)であり、せん断中心の移動によ る付加ねじりモーメントはねじり耐力の約 35%程度生じている.このことは、ねじりモー メントが作用しない場合でも、2 軸曲げの場合 せん断中心の移動により安全性の検討を無視で きないレベルのねじりが発生することを意味し、 本研究で明らかにしたメカニズムの重要性を示 唆するものである.

図-7 に水平荷重-柱上端ねじり回転角関係を 示す.ここでねじり剛性は,断面内の各ファイ バーのせん断剛性を用い,各ファイバーの総和 として算定した値を用いている.図-7 によれば 部材降伏後,ねじり回転角が急激に生じること が分かる.図-8 に弱軸方向の部材角とねじり回 転角の関係を示す.ねじり回転角が急増する部 材降伏後は,曲げによる部材角よりもねじりに よる回転角の変形が卓越していることが分かり, ねじり変形の影響は無視できないと推測される.

5.2 ねじり発生メカニズム

図-9 に柱下端から 50(mm)に位置する断面に おける,せん断中心の移動の軌跡と,水平荷重と せん断中心の移動によりその断面に生じる付加 ねじりモーメントとの関係を示す.ひび割れ発 生時まではせん断中心は移動しないが,①にお いてひび割れが発生すると,荷重作用線とは異



図-6 ファイバーモデルとシェル要素解析の比較

なる方向の①'まで,せん断中心の急激な移動が 起こり,一時的に, 負方向のねじりモーメントが 発生する. その後,正の方向のねじりモーメント が徐々に発生するが, ②で鉄筋 A が引張降伏す ると荷重作用線を横切る移動が生じ, 負方向の ねじりモーメントが発生する. 鉄筋 B の引張降 伏後ねじりモーメントが減少し, ③でコンクリ ートが圧縮軟化すると,せん断中心が荷重作用 線から垂直に大きく移動したために, 非常に大 きなねじりモーメントが最大荷重時に発生する.

このように, せん断中心は, ひび割れ発生や, 鉄筋降伏, せん断剛性の変化など, 断面内に非 対称な抵抗機構が形成される度に, 不連続に大 きく変化した. その結果付加ねじりモーメント が発生することが明らかになった.

5.3 せん断剛性の影響

ねじりモーメントならびにせん断中心は、せ ん断剛性の関数として算定されるので、せん断 剛性の評価が発生ねじりモーメントに与える影 響について検討する.弾性せん断剛性に対する, ひび割れ発生後のせん断剛性低下率 αを 1/10, 1/1000 に, 圧縮軟化後のせん断剛性低下率βを 1/10, 1/100, 1/1000に変化させ、計6ケースの 解析を行った. 図-10(a)のα=1/10 の場合, 圧 縮軟化後のせん断剛性低下率βが小さいほど大 きなねじりが発生する. 一方図-10(b)の α =1/1000の場合には、β=1/10と1/100では同じ 結果を示し、ねじりモーメントはほとんど生じ なかった. また, 図-10(a) $O \alpha = 1/10$, $\beta = 1/10$ と図-10(b)のα=1/1000, β=1/1000の場合はせ ん断剛性の大きさが相違するにもかかわらずほ ぼ同様の結果を示した.このことは圧縮軟化後 のせん断剛性の影響はその大きさではなく、ひ び割れ発生後のせん断剛性との比率に大きく影 響していることを意味する. すなわち, 圧縮軟 化後のせん断剛性が、ひび割れ発生後のせん断 剛性より小さくなればなるほど、断面内の引張 側と圧縮側のせん断抵抗機構の相違が生じ, そ の不平衡度がせん断中心を大きく移動させ、大 きなねじりモーメントが発生すると推測される.



図-7 付加ねじりによるねじり変形







図-9 せん断中心移動の軌跡





5.4 幾何学的非線形性によるねじりの影響

2 軸曲げによるねじりは、幾何学的非線形性 による図心軸の移動によっても発生する. そこ で、せん断中心の移動と幾何学的非線形性の両 方を考慮した解析を行い,両者のねじりに及ぼ す影響について検討した. 図-11 に水平荷重-ねじりモーメント関係を示す.幾何学的非線形 性を考慮すると,変形の進行に伴う図心軸の移 動により、微小変形の場合より大きなねじりモ ーメントが発生する.微小変形解析でせん断中 心の移動のみを考慮した場合のねじりモーメン トは、幾何学的非線形性も同時に考慮した解析 に対し、鉄筋降伏時で約 55%の大きさとなる. また今回の解析では最大荷重時でのせん断中心 の移動の影響は大きく約80%の大きさが生じ ている.したがって,対象としたモデルでは, せん断中心の移動は幾何学的非線形性による図 心軸の移動と同程度以上の影響を表すものであ り,無視できないことが分かる.

6. 結論

以下に本研究で得られた結論を述べる.

- せん断中心の移動を考慮したファイバー モデルを提案した.シェル要素解析との比 較により提案手法の妥当性が確認された.
- せん断中心の移動現象ならびにねじりの 発生メカニズムを解析的に明らかにした.
- さん断中心の移動は無視し得ない大きな 影響を及ぼす可能性があるため、今後さら

なる現象の解明と影響度の定量的評価が 必要である.

参考文献

- 平澤征夫:2 軸曲げを受ける鉄筋コンクリート柱部材の力学挙動に関する基礎的研究,京都大学博士論文,1974
- N.Bongochgetsakul, T.Tanabe:Analysis of Box Type Shell Structures under Cyclic Loading by Lattice Equivalent Continuum Model, Proc. of JCI, Vol.24, No.2, 2002, pp949-954.
- 3) 鷲津久一郎ら:有限要素法の基礎と応用, 培風館,pp119-125, 1979
- H. Nakamura and T. Higai:Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Modeling of Inelastic Behavior of RC Structure under Seismic Loads,ASCE,2001
- 5) 中村光,檜貝勇:拡張した修正圧縮場理論 による RC はり断面のせん断耐荷力評価, 土木学会論文集, No.490V23, pp.157-166, 1994.5
- 6) 山田一宇,青柳征夫:ひび割れ面における せん断伝達,RC 構造のせん断問題に対す る解析的研究に関するコロキウム,コンク リート工学協会,pp19-28,1983
- 7) 田所敏弥・佐藤靖彦・上田多門:鉄筋コンク リート部材のせん断耐力に及ぼす圧縮軟 化の影響,コンクリート工学年次論文報告 集, Vol.23, No.3, pp.61-66, 2001