論文　ひび割れ幅算定手法における付着喪失等価領域の解析的考察

壹岐 直之[*1] ・ 清宮　理[*2]

要旨：ひび割れ幅を簡便に算定するための概念として付着喪失等価領域がある。付着喪失等価領域は鉄筋とコンクリート間に付着が無いとする部分の長さであり，一般に20cm程度とされている。しかし，鉄筋とコンクリートの付着特性は種々の要因の影響を受け，その影響により付着喪失等価領域の長さは変化する。本論文は，鉄筋径，かぶり，およびコンクリート強度を要因として，これらによる影響を解析的に考察したものである。

キーワード：付着喪失等価領域，ひび割れ幅，局所付着応力，数値解析，CPひび割れ幅法

1. まえがき

温度応力解析技術の向上に伴い，温度ひび割れが発生する確率は高い精度で予測できるようになった。しかし，実構造物における温度ひび割れ制御では，ひび割れを完全に防止することが困難な場合があり，現実的にはひび割れ幅を抑制する方法が採用されることが多い。ここで，ひび割れ幅の予測が必要になる。本来，ひび割れ幅は局所付着特性を設定した数値解析や，鉄筋とコンクリートを付着要素で接合したモデルによる３次元有限要素法解析などによって予測することが望ましいが，これらの方法は煩雑である。簡便な方法として，付着喪失等価領域:l_sを設定してひび割れ幅を予測する方法がある。この方法は，CPひび割れ幅法にも採用されており，l_sにひび割れ位置での鉄筋のひずみ:ε_s^*を乗じた値をひび割れ幅とする方法である。l_sの値は文献[1)]おいて種々の方法によって検討されており，l_s=20cmの一定値が提案されている。

しかし，l_sは部材の条件に依存する。l_sは鉄筋とコンクリートとの付着特性の影響を受け，付着特性は部材の条件に左右されるからである。例えば，コンクリート圧縮強度が低い場合は，付着強度が低下するため，ひび割れ近傍でのすべりが大きくなり，l_sも増加する。文献[1)]においても，将来研究が進んだ段階でl_sの値を見直すとしている。

一方，局所付着特性に関して，島ら[2)]はマッシブなコンクリートに埋め込まれた異形鉄筋の付着応力を高い精度で予測できる算定式を提案し，筆者ら[3)]は島らの提案式をひび割れに挟まれた部材に適用できるよう拡張した。これらの局所付着応力に関する研究の進展によって，コンクリート内部の鉄筋のひずみ分布を高い精度で予測することが可能となり，l_sを再検討する段階に達したと考えている。

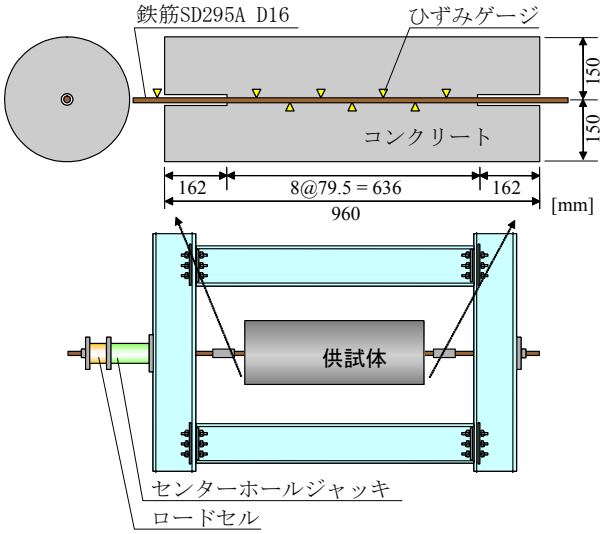
本論文は，筆者らが提案した局所付着応力関係式[3)]を用いてl_sを数値解析的に算定し，鉄筋径，かぶり，およびコンクリート圧縮強度がl_sに与える影響について考察を行ったものである。さらに，上述の要因をパラメータとしたl_sの定式化を試みた。

2. 付着喪失等価領域の算定方法

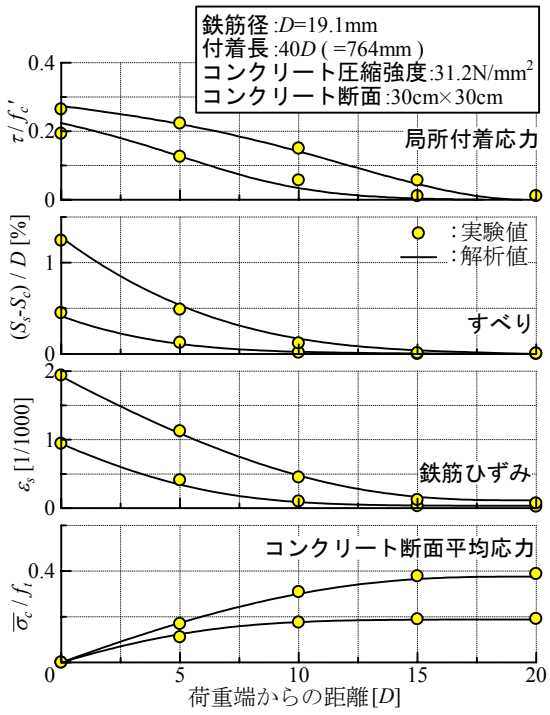
2.1 局所付着応力関係式[3)]

本論文で用いた局所付着応力関係を式(1)に示す。この式は鉄筋径（D16,19），コンクリート圧縮強度（20～40N/mm^2），コンクリートの断面積（ϕ15～50cm），および境界条件（一軸引張実験，引抜実験，両側引抜実験）を要因とした付着実験の結果から定めたものである。この付着実験の方法を**図－１**に示す。式(1)を用いた解析結果は，一例を**図－２**に示すように，鉄筋ひずみ分布の実験結果とよく一致している。

*1 若築建設（株）事業統括本部 技術研究所　博(工)　（正会員）
*2 早稲田大学　理工学部社会環境工学科 教授　工博　（正会員）



図－１ 付着実験の一例（一軸引張実験）



図－２ 付着実験結果の一例（一軸引張実験）

$$\tau = \frac{0.73 \cdot f_c' \cdot \left[\ln\left\{1 + 5000 \cdot (S_s - S_c)/D\right\}\right]^3}{1 + 10^5 \cdot \varepsilon_s \cdot \sqrt{f_t/(f_t - \overline{\sigma_c})}} \quad (1)$$

ここに，τ：付着応力 [N/mm^2]

f_c'：コンクリートの圧縮強度 [N/mm^2]

S_s：鉄筋のすべり量 [mm]

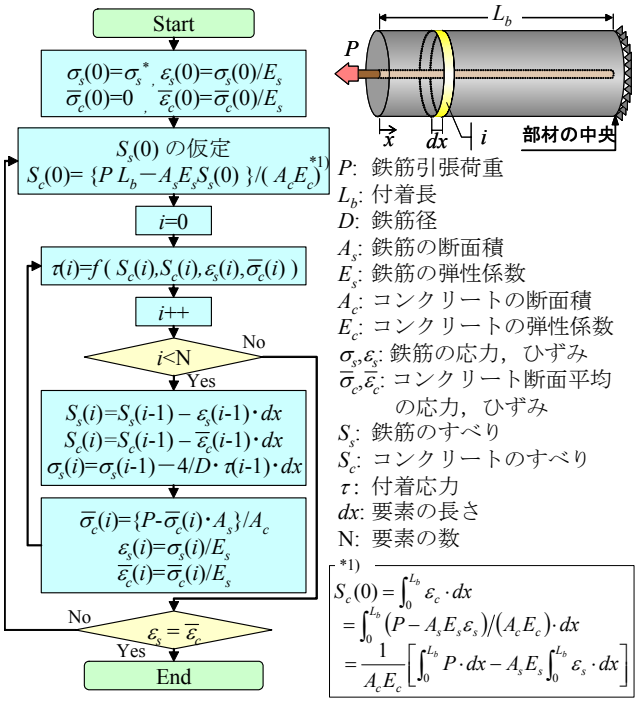
S_c：コンクリートのすべり量 [mm]

D：鉄筋径 [mm]

ε_s：鉄筋ひずみ

f_t：コンクリート引張強度 [N/mm^2]

$\overline{\sigma_c}$：コンクリート断面平均応力 [N/mm^2]

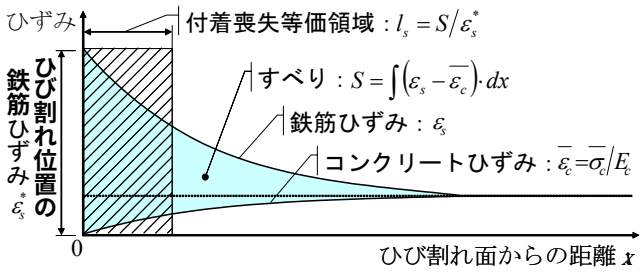


図－３ 数値解析の方法

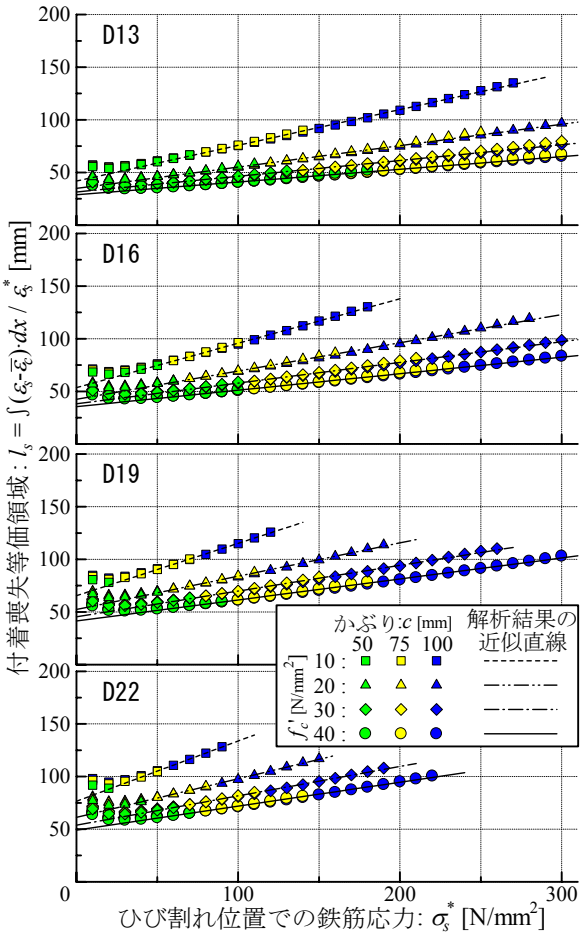
2.2 付着喪失等価領域の解析方法

数値解析の流れを**図－３**に示す。解析方法は，鉄筋コンクリート部材を，鉄筋軸を法線とする断面要素に分割して解を求める，いわゆる一軸モデル法である。要素分割数は1000とした。

数値解析の条件を以下に示す。鉄筋径:D13, D16, D19, D22, コンクリート圧縮強度:f_c'=10, 20, 30, 40N/mm^2，かぶり:c=5, 7.5, 10cmの48ケースを検討要因とし，ひび割れ位置での鉄筋応力:σ_s^*を鉄筋の降伏荷重まで変化させた。鉄筋はSD295A，ヤング係数:E_s=200kN/mm^{2}とした。コンクリートは，断面積はかぶりを半径とする円形，引張強度:f_t=0.23f_c'$^{2/3}$，ヤング係数:E_cはf_c'=10, 20,30,40N/mm^{2}に対してE_c=15,23,28,31kN/mm^{2}とした。ここで，f_c'=10N/mm^{2}は式(1)を定めた実験の範囲外であるが，材齢初期（2～3日程度）に発生する内部拘束型の温度応力を想定したものである。また，かぶりを解析要因としたのは，コンクリートの応力状態が付着特性に影響を及ぼす[3)]ためであり，式(1)においてコンクリートの断面平均応力を算定する際に，鉄筋１本当たりのコンクリート断面積を設定する必要があるためである。このコンクリート断面積を算定するための寸法を，本論文では単に‘かぶり’と



図－４　付着喪失等価領域の決定方法



図－５　付着喪失等価領域の解析結果

称するが，実構造物においては，ひび割れに直交する鉄筋のかぶり，あるいは鉄筋間隔の1/2のいずれか小さい方と考えればよいであろう。

付着喪失等価領域:l_sの決定方法の概念を**図－４**に示す。l_sは，文献[1)]と同様に，数値解析で求めた鉄筋とコンクリートのひずみの差の積分値をすべり:Sとして算定し，Sをひび割れ位置の鉄筋ひずみ:ε_s^*で除したものとした。

本論文では付着長を40Dとした。これは，隣接するひび割れの中央での境界条件として，鉄筋ひずみ=コンクリートひずみとなるために必要とされる長さである。一般に，温度ひび割れは数m程度の間隔で発生し，先の付着長40Dを大きく越える。また，コンクリートの引張強度が小さい場合やかぶりが小さい場合など，本解析で設定した条件によっては，部材の中央に新たなひび割れが生じ，付着長が40Dを下回ってしまう場合が生じたが，この場合はCPひび割れ幅法におけるコンクリート応力開放領域の考え方に矛盾を生じるおそれがあるため，本論文では評価の対象にしないこととした。なお，付着長が40D以上であれば以降で示す数値解析の結果は変わらないが，20D程度以下の場合は，境界条件が変わるため数値解析の結果は異なり，本論文で示す付着喪失等価領域は適用できない。

3. 数値解析の結果

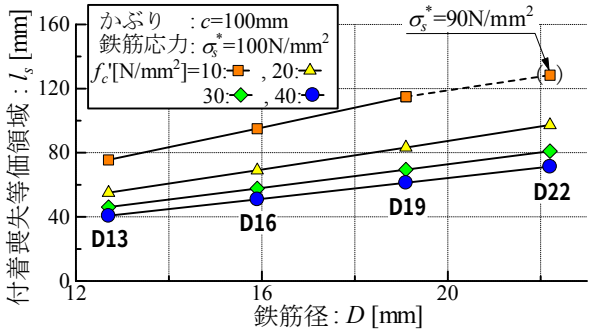
3. 1付着喪失等価領域

数値解析の結果を**図－５**に示す。数値解析においてコンクリート断面平均応力が引張強度を超えた場合，つまり部材中央に新たなひび割れが生じた場合は，その荷重以降は示していない。

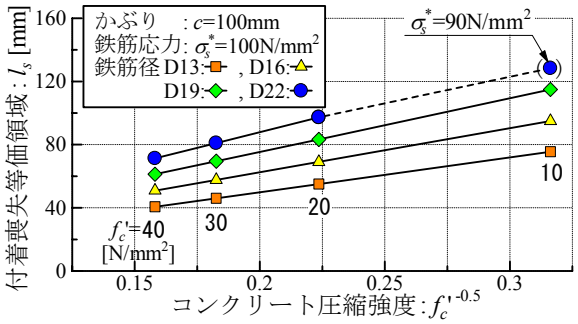
本解析での付着喪失等価領域:l_sの範囲は38～135mmであり，文献[1)]に示される一軸モデルを用いた検討結果の30～100mm程度よりは若干大きく，同文献[1)]で提案された値200mmよりは小さな値であった。また，l_sは，ひび割れ位置での鉄筋応力: σ_s^*の増加に伴って増加し，鉄筋径大きいほど，コンクリート圧縮強度が低いほどl_sの増加する割合は大きかった。鉄筋径が大きい場合やコンクリート圧縮強度が低い場合，つまり付着応力が弱くなる条件ではl_sが大きくなることが確認できた。

かぶり:c=100mm, ひび割れ位置での鉄筋応力: σ_s^*=100N/mm^{2}における付着喪失等価領域:l_sと，鉄筋径およびコンクリート圧縮強度との関係を**図－６**および**図－７**に示す。l_sは，鉄筋径にほぼ比例し，コンクリート圧縮強度の-0.5乗にほぼ比例することが判る。

かぶりの影響は他の条件と比較して小さかった。ひび割れに挟まれた部材のようにコンクリートの応力場が引張になる場合は，かぶりが小



図－６　付着喪失等価領域と鉄筋径の関係



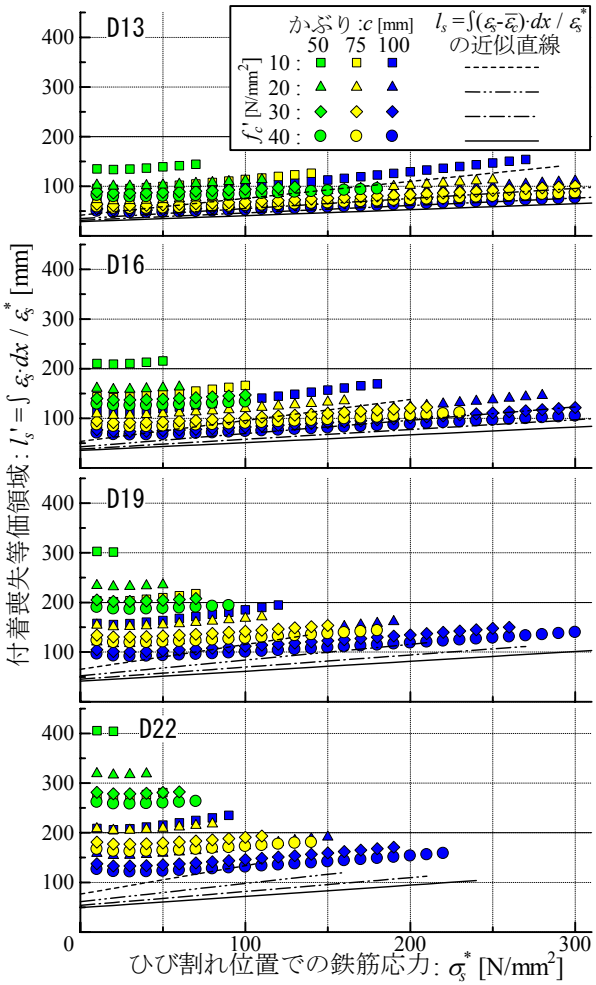
図－７　付着喪失等価領域と圧縮強度の関係

さいほど付着応力が弱くなり[3]，l_sは増加する。一方，本解析ではすべりを鉄筋とコンクリートのひずみ差を積分したものと定義した。この定義では，コンクリート断面積が小さいほどコンクリートのひずみが大きくなり，鉄筋とコンクリートのひずみ差が小さくなるため，l_sは減少する。本解析では，上述した両者の影響が相殺されたと考える。

図－５に示したように，鉄筋応力: σ_s^*が50 N/mm^{2}以上ではσ_s^*とl_sの関係はほぼ直線であり，かぶりによる違いは無いとみなせるので，かぶり:c=100mmでの両者の関係を $l_s = A\ \sigma_s^* + B$ として近似した。近似した係数A,Bと鉄筋径との関係は４章（**図－９**）で述べる。なお，σ_s^*が50N/mm^{2}未満の場合は，l_s=20cmとしてもひび割れ幅は0.05mm未満であり，ひび割れ幅の予測精度は現実的に問題にならない。

3.2 コンクリートひずみの影響

以上の解析ではすべりを鉄筋ひずみとコンクリートひずみの差の積分とした。コンクリートのひずみは，任意の断面での平均応力をコンクリートの弾性係数で除したものであり，断面内の平均的なひずみである。しかし，ひび割れが生じた部材でのコンクリートのひずみは，鉄筋



図－８　付着喪失等価領域の解析結果
（すべりの算定でコンクリートひずみを無視した場合）

に近いほど大きく，コンクリート表面では断面平均ひずみよりも小さくなる傾向があり，この傾向はかぶりが大きいほど強い[3]。この現象は，ひび割れ面が鉄筋近いほど幅が狭く，コンクリート表面では幅が広くなる曲面を示す[4]ことからも明らかである。通常，ひび割れ幅はコンクリート表面で評価する。このため，3.1で示した付着喪失等価領域を用いて算定したひび割れ幅は，コンクリート表面で計測されるひび割れ幅よりも小さく見積もるおそれがある。

任意断面でのコンクリートひずみ分布を予測することは現時点では困難であるが，すべりの算定においてコンクリートのひずみを無視した場合，つまり $l_s' = \int \varepsilon_s \cdot dx / \varepsilon_s^*$としたときが，付着喪失等価領域がとりうる最大値と考えて差し支えないであろう。l_s'の解析結果を**図－８**に示す。l_s'の範囲は47～406mmであった。l_s'とl_sの差

表－１　$l_s' = \int \varepsilon_s \cdot dx / \varepsilon_s^*$ と $l_s = \int (\varepsilon_s - \overline{\varepsilon_c}) \cdot dx / \varepsilon_s^*$ の比

鉄筋径 D[mm]	かぶり c[mm]	コンクリート圧縮強度 f_c' [N/mm^2] 10	20	30	40
12.7	50	l_s'/l_s=2.35	2.24	2.22	2.24
	75	1.66	1.59	1.57	1.58
	100	1.38	1.34	1.33	1.33
15.9	50	3.04	2.86	2.81	2.85
	75	1.99	1.89	1.87	1.88
	100	1.59	1.52	1.50	1.51
19.1	50	3.81	3.54	3.47	3.54
	75	2.36	2.24	2.22	2.24
	100	1.82	1.74	1.72	1.73
22.2	50	4.48	4.24	4.18	4.24
	75	2.82	2.62	2.60	2.63
	100	2.07	1.97	1.95	1.97

が大きくなるのは，かぶりが小さく鉄筋径が大きい場合，コンクリート圧縮強度が小さい場合であった。

両者の比率:l_s'/l_s の各解析条件における平均値を**表－１**に示す。l_s'/l_sは，D13，c=100mm，f_c'=40N/mm^{2}のとき最小値1.33，D22，c=50mm，f_c'=10N/mm^{2}のとき最大値4.48であった。

4. 付着喪失等価領域の定式化

本章では実用に供することを目的として，付着等価喪失領域の定式化を試みた。

4.1 定式化の方法

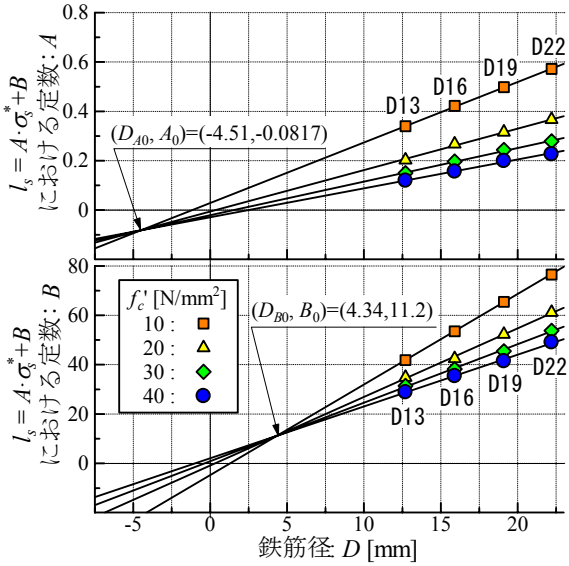
図－５に示したように，鉄筋応力: σ_s^*と付着喪失等価領域: l_s との関係はかぶりに関わらず同一の直線上にあるとみなせた。その直線l_s=$A\cdot\sigma_s^*$+Bにおける定数A,Bと，鉄筋径:Dとの関係を**図－９**に示す。定数Aはおよび定数Bは鉄筋径と比例関係であり，それぞれの比例直線は一点(D_{A0}, A_0)および(D_{B0}, B_0)で交差するとして，(D_{A0}, A_0), (D_{B0},B_0)を近似した。近似結果は**図－９**に示した。次に，A=P(D-D_{A0}) +A_0, B=Q(D-D_{B0})+B_0におけるP,Qは，**図－10**に示したように，コンクリート圧縮強度:f_c'の-0.5乗に比例するとみなせる。P,Qと$f_c'^{-0.5}$の関係の近似結果を**図－10**に示した。

4.2 付着喪失等価領域の算定式

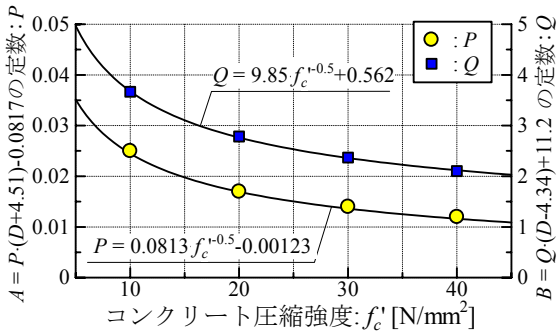
以上より，付着喪失等価領域の算定式は式(2)のようになる。

$$l_s = \gamma_c \cdot \left(A \cdot \sigma_s^* + B\right) \qquad (2)$$

ここに，l_s :付着喪失等価領域 [mm]



図－９　l_s=$A\cdot\sigma_s^*$+B での A,B と鉄筋径の関係



図－10 P,Q とコンクリート圧縮強度の関係

$$A = \left(0.0813 f_c'^{-0.5} - 0.00123\right)\left(D + 4.51\right) - 0.0817$$

$$B = \left(9.85 f_c'^{-0.5} + 0.562\right)\left(D - 4.34\right) + 11.2$$

D :　鉄筋径　[mm]

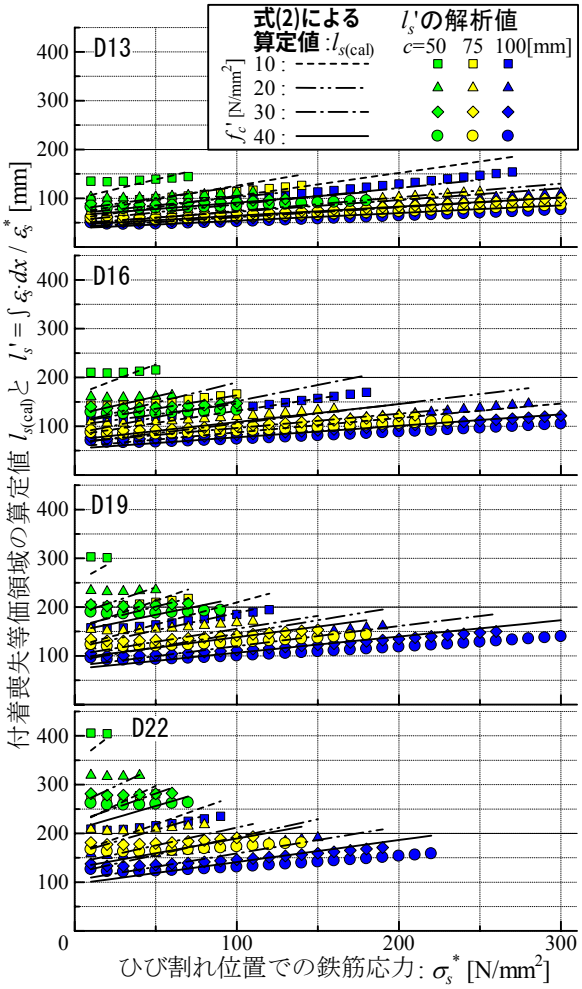
f_c' :　コンクリート圧縮強度[N/mm^2]

σ_s*: ひび割れ位置の鉄筋応力[N/mm^2]

γ_c : かぶりに関する補正係数

ここで，かぶりに関する補正係数: γ_c について，式(2)はすべりを鉄筋ひずみとコンクリートひずみの差の積分として算定したl_sを近似したものであり，3.2で述べたように，l_sにひび割れ位置での鉄筋ひずみを乗じた値は，コンクリート表面で計測されるひび割れ幅とは異なるおそれがある。このため，γ_c は上述の差異を考慮したものでなくてはならない。コンクリート断面内でのひずみ分布が明らかになるまでは，γ_c の値は**表－１**の値を用いればよいと考える。

式(2)で算定した $l_{s(\mathrm{cal})}$と，付着喪失等価領域がとりうる最大値:l_s'を**図－11**に示す。両者はほぼ



図－11 付着喪失等価領域の近似値

一致した。$l_{s(cal)}$値の範囲は，D13, c=100mm, f_c'=40N/mm^2, σ_s^*=10N/mm^{2}のときに最小値40mmから，D22, c=50mm, f_c'=40 N/mm^2, σ_s^*=20N/mm^{2}のときに最大値395mmであった。

式(2)で算定される付着喪失等価領域は文献[1)]で提案された20cmと比較して，鉄筋径D19およびD22でかぶり50mmの場合は大きな値になるが，それら以外の場合は同程度以下の値になる。

5. まとめ

付着喪失等価領域を筆者らが提案する局所付着応力関係式[3)]を用いて数値解析的に求め，鉄筋径(D13～D22)，かぶり(5～10cm)，およびコンクリート圧縮強度(10～40N/mm^2)が与える影響について考察した。結果を以下にまとめる。

(1) 付着喪失等価領域の解析値は38～135mmであった。一般的に用いられている20cmよりは小さな値であった。

(2) 鉄筋径が大きいほど，あるいはコンクリート圧縮強度が低いほど，鉄筋とコンクリートの付着応力が低下するため，付着喪失等価領域が大きくなることを確認した。

(3) 付着喪失等価領域の算定においてコンクリートのひずみを無視した場合，付着喪失等価領域の解析値は47～406mmであり，コンクリートひずみを考慮した場合の1.3～4.5倍程度になった。コンクリート表面のひび割れ幅を予測する際に，とくにかぶりが小さい場合は上述の倍率が大きくなるので，付着喪失等価領域を設定するときのコンクリートひずみの考え方に注意する必要がある。

(4) 鉄筋径，かぶり，コンクリート圧縮強度をパラメータとした付着喪失等価領域の算定式を提案した。

(5) 付着喪失等価領域の値を20cm一定[1)]とした場合，鉄筋径が小さい場合やコンクリート圧縮強度が高い場合はひび割れ幅を過大に算定し，逆に，鉄筋径が大きい場合やコンクリート圧縮強度が低い場合，かぶりが小さい場合は，ひび割れ幅を過小に（本論文の解析結果によると，半分程度に）算定するおそれがあることに留意すべきと考える。

なお，本論文で示した内容は，模型実験によって把握した局所付着応力関係式に基づいて解析を行っているため定性的には正しいと考えている。ただし，式(2)の定量的な検証は，供試体を用いた模型実験や実構造物での計測などに基づいて今後行わなければならない。

参考文献

1) マスコンクリートの温度応力研究委員会：報告書-温度ひび割れ幅算定方法についての提案，日本コンクリート工学協会，1992.9
2) 島 弘，周 礼良，岡村 甫：マッシブなコンクリートに埋め込まれた異形鉄筋の付着応力-すべり-ひずみ関係，土木学会論文集，No.378/V-6，pp.165～174，1987.2
3) 壹岐直之，清宮 理：コンクリートの軸方向応力を考慮した異形鉄筋の局所付着特性，土木学会論文集，No.676/V-51，pp.65～76，2001.5
4) 後藤幸正，大塚浩司：引張を受ける異形鉄筋周辺のコンクリートに発生するひび割れに関する実験的研究，土木学会論文報告集，No.294，pp.85～100，1980.2