

論文 複合応力状態下におけるコンクリートの引張クリープモデルの構築

劉 兆濤*1・村上 祐貴*1・大下 英吉*2

要旨：著者等は粘性ポテンシャル曲面を定義することにより，圧縮力が作用した複合応力状態下におけるクリープモデルの構築を行い，その適用性の確認を行った。そこで，本研究は，複合応力状態下における引張クリープモデルの構築を目的とし，粘性ポテンシャル曲面の引張応力場への拡張を行い，実験結果との対比により適用性を検討した。

キーワード：複合応力状態，時間依存挙動，相互作用，粘性ポテンシャル曲面

1. はじめに

一般に，コンクリート構造物は，施工から供用後に至るまで外力の作用或いは温度応力等によって多軸または複合応力性状を呈する¹⁾。したがって，コンクリート構造物の部材レベル或いは構造物レベルにおける全体的な時間依存挙動を評価するに際して，多軸または複合応力状態下における時間依存挙動の定性的かつ定量的評価が不可欠となる。

従来のクリープ評価手法について，著者等は粘性ポテンシャル曲面を定義することにより，圧縮力が作用した複合応力状態下におけるクリープモデルの構築を行い，その適用性の確認を行った⁴⁾が，引張力に関しては未着手のままである。

そこで，本研究は，任意の複合応力状態下における引張クリープ構成則の構築を目的とし，三軸応力状態下における引張クリープおよび間隙水圧測定実験によって引張応力場におけるクリープ挙動の定性的評価およびクリープ変形時における間隙水圧挙動の定量的評価を行うと共に，各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能な粘性ポテンシャル曲面の構築を行った。そして，粘性ポテンシャル曲面に基づいて構築されたクリープ構成則の適用性評価を行った。

2. 引張クリープモデルの構築

2.1 間隙水圧予測式の構築

クリープ挙動を有効応力で評価するにあたって，間隙水圧予測式が必要となる。そこで，間隙水圧測定試験結果に基づいて間隙水圧予測式を構築した。なお，軸応力の増加過程における間隙水圧および軸応力一定後における間隙水圧に分離することによって間隙水圧を評価した。

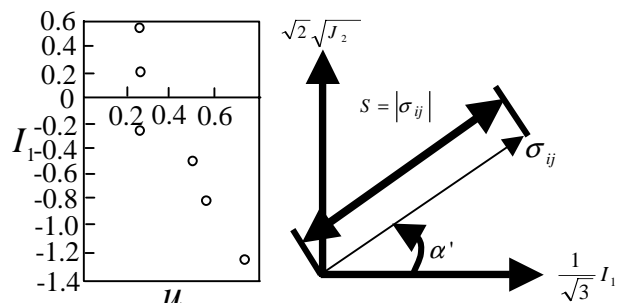


図 - 1

図 - 2

等方圧～間隙水圧性状 子午面における定義

(1) 軸応力増加過程での予測式の構築

軸応力増加過程における間隙水圧(u_0)の予測式を構築する。等方圧である u_0 は，一般的に応力 σ_{ij} の第一不変量 I_1 に依存するわけであるが，図-1に示す $u_0 \sim I_1$ 関係によれば u_0 と I_1 の間には，一義的な関係が見出せない。すなわち， u_0 は， I_1 のみならずせん断応力すなわち偏差応力の第二不変量 J_2 にも依存すると推定される。そこで，図-2に示すような主応力空間の子午面内において応力と静水圧軸のなす角

*1 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (正会員)

*2 中央大学 理工学部土木工学科教授 工博 (正会員)

α' および応力の大きさ S によって u_0 を評価することにした。 α' の違いによる $u_0 \sim S$ 関係を図-3に示す。 $u_0 \sim S$ 関係は、それぞれの α' において初期接線を有し、 α' が大きいくほど初期接線勾配が大きくなる。そこで、本研究では、 $u_0 \sim S$ 関係を式(1)のように仮定した。

$$u_0 = C \left\{ S / (1 - DS^2) \right\} \quad (1)$$

ここで、 C は初期接線勾配を決定するパラメータ、 D は初期接線からのずれ量を決定するパラメータであり、それぞれ α' の関数として評価される。実験結果を回帰することによって、 C および D は、式(2)のようになる。

$$C = 0.5372 \times \cos \left(1.7844 \times \cos \left(\left(1 - \cos \alpha' \right) \frac{\pi}{4} \right) \right) \quad (2)$$

$$D = 0.3558 \times \cos \alpha' + 0.1129$$

(2) 軸応力一定後における予測式の構築

軸応力一定後における間隙水圧（以下 $u(t)$ と称す）の予測式を構築する。 $u(t) \sim$ 時間（以下、 t と称す）関係を式(3)のように仮定した。

$$u(t) = \sigma_1 - \Delta u_\infty (At + 1)^{-0.5} \quad (3)$$

$$\Delta u_\infty = \sigma_1 - u_0$$

ここで、 σ_1 は最小圧縮主応力、 Δu_∞ は間隙水圧を上昇させる駆動力を表す定数である。また、 A は、間隙水圧の上昇のしやすさを表す定数であり、その程度は間隙水圧を上昇させる駆動力 Δu_∞ に依存するものと考えた。前節に求められた軸応力増加過程における間隙水圧 u_0 と実験値 $u(t)$ を式(3)に代入することにより、 A が求められる。前項の α' の違いによる $A \sim \Delta u_\infty$ 関係を図-4に示す。 $A \sim \Delta u_\infty$ 関係は、式(4)に示すように α' の関数として表すことができる。

$$A = B \Delta u_\infty \quad (4)$$

ここで、 B は $A \sim \Delta u_\infty$ 直線の勾配を決定するパラメータであり、実験結果を回帰することによって、式(5)に示す α' の関数として表すことができる。

$$B = 14.2812 \times \tan^2(\alpha' - 1.71) + 2.5 \quad (5)$$

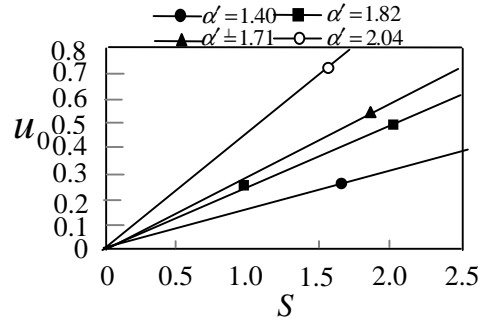


図-3 応力～間隙水圧性状

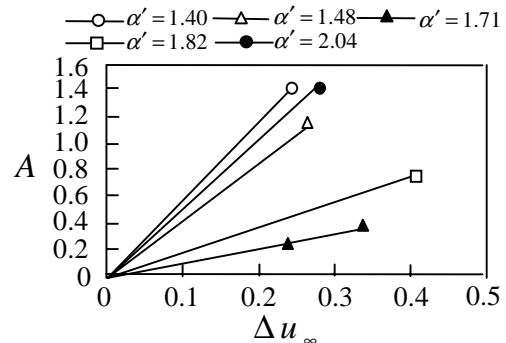


図-4 間隙水圧に及ぼすパラメータの影響

2.2 粘性ポテンシャル曲面の構築

複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価するにあたって、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価しなければならないことから、応力および内部状態変数をパラメータとしたスカラー関数を構築する。本研究では、スカラーポテンシャルの存在を仮定し、構築したスカラー関数をスカラーポテンシャル（以下、粘性ポテンシャル曲面と称する。）とした。なお、有効応力表示によりクリープ挙動を評価するため、上述の応力は有効応力となる。

コンクリート材料を等方性と仮定し、粘性ポテンシャル曲面 F を式(6)のように仮定した。

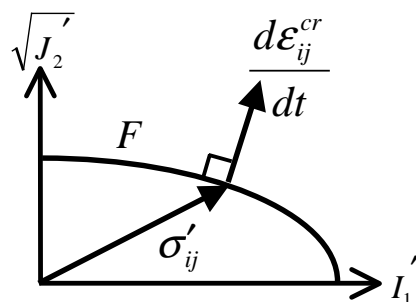


図-5 粘性ポテンシャル曲面の概念図

$$F = \beta I_1'^2 + J_2' \quad (6)$$

ここで、 I_1' は、有効応力 σ'_{ij} の第一不変量、 J_2' は偏差応力の第二不変量、 β は主応力空間において粘性ポテンシャル曲面の曲率を決定するパラメータである。クリープ変形時における粘性ポテンシャル曲面と有効応力およびクリープひずみ速度の関係は、主応力主ひずみ速度空間の子午面内で模式的に描くと図 - 5 のように表される。ここで、有効応力は、粘性ポテンシャル曲面上にあり、クリープひずみ速度は、式(7)で表されるように粘性ポテンシャル曲面に直交すると仮定した。

$$\frac{d\epsilon_{ij}^{cr}}{dt} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (7)$$

ここで、 $d\lambda$ は正のスカラー量である。

粘性ポテンシャル曲面のパラメータ β は、応力ひずみ速度空間内において、クリープひずみ速度の方向を決定するものであり、複合応力状態下における各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を支配するパラメータとして捉えられる。すなわち、骨格内部構造の変化に起因する各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状の変化は、 β を内部状態変数の関数とすることによって評価できるわけである。

2.3 粘性ポテンシャル曲面に基づく構成則

(1) 相当有効応力および

相当クリープひずみの導入

古典塑性論では¹⁾、塑性仕事増分によって互いに関連付けられた相当応力および相当塑性ひずみを導入し、これらを一義的に対応させている。そこで本研究では、クリープ変形に対して、式(8)のようにクリープ仕事率によって互いに関連付けられた相当有効応力 $\bar{\sigma}'$ および相当クリープひずみ $\bar{\epsilon}^{cr}$ を導入し、これらが一義的に対応すると仮定した。

$$\frac{dW^{cr}}{dt} = \sigma'_{ij} \frac{d\epsilon_{ij}^{cr}}{dt} = \bar{\sigma}' \frac{d\bar{\epsilon}^{cr}}{dt} \quad (8)$$

相当有効応力は、古典塑性論¹⁾と同様の算出方法に従うと、粘性ポテンシャル曲面により式(9)のようになる。

$$\bar{\sigma}' = \sqrt{\frac{\beta I_1'^2 + J_2'}{\beta + 1/3}} \quad (9)$$

一軸応力状態下においては、相当有効応力および相当クリープひずみは、間隙水圧が生じなければ軸方向応力および軸方向クリープひずみとなる。構築した間隙水圧予測式を一軸引張応力状態下に適用した結果によれば、間隙水圧が一軸応力状態下でも発生するため、相当有効応力は、厳密には一軸応力状態下における軸方向応力と等価ではない。一軸引張応力状態下においてクリープ変形時に発生する間隙水圧解析値の最大値は、図 - 6 によれば、軸応力強度比 20%、40%、60% において、0.026MPa、0.049MPa、0.065MPa である。これらの間隙水圧の値は、実験パラメータとして捉えている応力強度比に換算して、6.3%、2.3% および 5.4% という小さな値である。したがって、一軸引張応力状態下における間隙水圧はゼロと仮定すると、相当有効応力は、近似的に一軸引張応力状態下における軸方向引張応力に等価となり、また、相当クリープひずみは、近似的に一軸引張応力状態下における軸方向クリープひずみに等価となる。

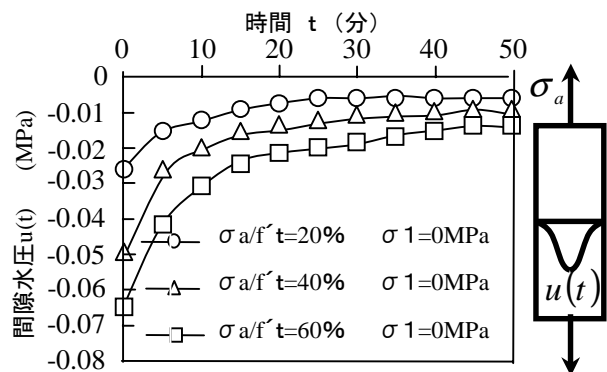


図 - 6 一定応力下における間隙水圧解析値

(2) 相当有効応力～相当クリープひずみ

関係式の構築

相当有効応力～相当クリープひずみ関係式を

式(10)のように仮定する。

$$\bar{\epsilon}^{cr} = QR \quad (10)$$

ここで、 Q は相当有効応力項、 R は時間項であり、 Q および R は、側圧 0MPa における軸応力強度比 20%、40%、60%のクリープ実験結果を回帰することにより式(11)のように表すことができる。

$$Q = \frac{0.34 \times \bar{\sigma}' \times \sigma_1}{f_t} \quad (11)$$

$$R = \ln^2(1 + 16t)$$

(3) 内部状態変数に関する仮定

弾性領域という応力状態に依存する骨格内部構造の変化およびクリープ進行による骨格内部構造の変化を評価する内部状態変数を導入する。これらの内部状態変数は、2.2節に示した β と関連付けられる。そこで、内部状態変数 β を求めるため、有効応力 σ_2' と σ_3' が等しいことから、図 - 7 のように平面（子午面）応力座標系と応力不変量 $I_1'/\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{J_2}'$ で表す応力不変量座標系を引用し、応力不変量 $I_1'/\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{J_2}'$ 座標系での粘性ポテンシャル曲面 F' を、式(12)のように仮定した。ここで、 s_1' 、 s_2' は間隙水圧を考慮した主偏差応力成分であり、 \bar{I}_1' 、 \bar{J}_2' は曲面上における任意座標である。

$$F' = \beta' \left(\frac{I_1'}{\sqrt{3}} \right)^2 + (\sqrt{2}\sqrt{J_2}')^2 \quad (12)$$

なお、子午面上この二つの座標系における応力換算関係が成り立つため、粘性ポテンシャル曲面 F' を両座標系に対してそれぞれ微分することにより、両座標系におけるクリープひずみ速度テンソルの縦軸と横軸の勾配は式(13)と式(14)のように求められる。

$$\frac{\partial F'}{\partial \sigma_1'} = \frac{2}{3} \beta' I_1' + 2s_1' \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt{2} \partial F'}{\partial \sigma_2'} = \sqrt{2} \left(\frac{2}{3} \beta' I_1' + 2s_2' \right)$$

$$\frac{\partial F'}{\partial (\sqrt{2}\sqrt{J_2}')} = \frac{\sqrt{6}\sqrt{J_2}'}{\beta' I_1'} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{I_1'}{\sqrt{3}} \right)}{\partial F'}$$

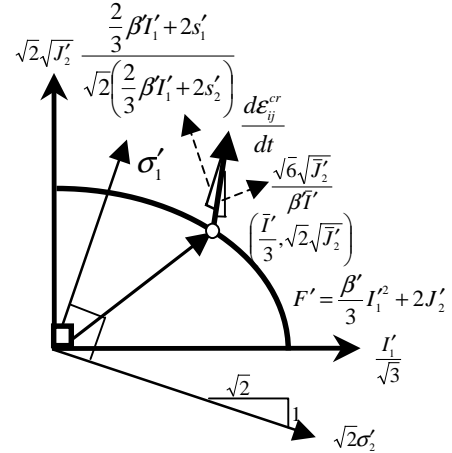


図 - 7 子午面上応力と応力不変量の両座標系におけるクリープひずみ速度テンソル

子午面上応力と応力不変量の座標系におけるクリープひずみ速度テンソルの各勾配の関係は式(13)と式(14)および両座標系の関係によって求められ、 β' の関係式は式(15)のように表す。

$$\frac{\sqrt{6}\sqrt{J_2}' + \frac{1}{\beta' I_1'} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{\sqrt{6}\sqrt{J_2}' - \frac{1}{\beta' I_1'}}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{2}{3} \beta' I_1' + 2s_1'}{\sqrt{2} \left(\frac{2}{3} \beta' I_1' + 2s_2' \right)} \quad (15)$$

2.2節に、クリープひずみ速度テンソルは粘性ポテンシャル曲面 F と直交する関係により、粘性ポテンシャル曲面 F のパラメータ β を求めなければならない。図 - 8 のように子午面上応力不変量 $I_1'/\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{J_2}'$ 座標系と $I_1' - \sqrt{J_2}'$ 両座標系を引用し、両座標系の座標変換関係によって、粘性ポテンシャル曲面 F' と F のパラメータ β' と β の関係は式(16)のように表す。

$$\beta = \frac{\beta'}{36} \quad (16)$$

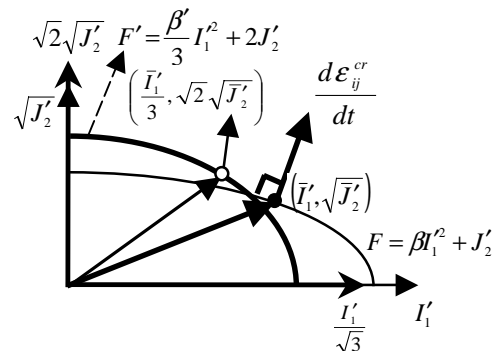


図 - 8 子午面上応力不変量の両座標系の変換関係

(4) 構成則の定式化

ポテンシャル曲面に基づくクリープ構成則は、式(7)に示す直交則と式(8)に示す相当有効応力および相当クリープひずみ速度を用いることにより、式(17)で表すことができる。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{cr}}{dt} = \frac{\bar{\sigma}'}{2F} \frac{d\bar{\varepsilon}^{cr}}{dt} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (17)$$

解析に際しては、式(17)に式(10)から得られる相当クリープひずみ速度および式(16)に示す β を与えることになるわけである。

3. 複合応力状態下における引張クリープ性状

3.1 一定応力下における間隙水圧性状

3 軸圧縮状態における間隙水圧と時間の関係を図 - 9 に示す⁴⁾。間隙水圧の時間依存挙動であるが、軸応力が一定となった後には時間とともに、正(圧縮)の間隙水圧が徐々に減少し、最終的に作用側圧に漸近するという傾向を示している。このように、三軸圧縮状態において間隙水圧を測定することは容易であるが、引張応力状態における間隙水圧性状、すなわち間隙水圧が負圧となる状態を定量化する実験は容易ではない。一般に、土質力学⁵⁾の分野においては、あらかじめバックプレッシャーにより正の間隙水圧を生じさせておき、その後に軸方向に引張応力を作用させるというように模擬的に負圧を捉えている。本研究では、以下に示す仮定を導入することにより、引張応力状態における間隙水圧性状を算出することとした。

弾性領域という圧縮応力状態に依存する骨格内部構造の変化により、骨格内部のスペースが縮小し、骨格内部の間隙水圧は急に増加し、骨格内部と外部の間に水圧差が生じる。同様、引張応力状態の場合は、骨格内部のスペースが増加し、骨格内部の間隙水圧は急に減少し、骨格内部と外部の間に水圧差が生じる。この水圧差は供試体の弾性ひずみに依存するものと仮定し、圧縮と引張応力状態における弾性ひずみに関係より、引張応力状態下における間隙水圧～時間

関係を図 - 10 に示すよう推定した。

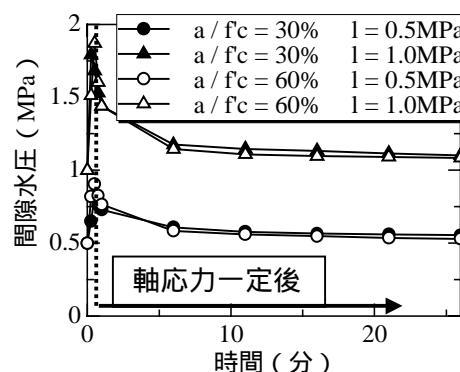


図 - 9 間隙水圧～時間関係

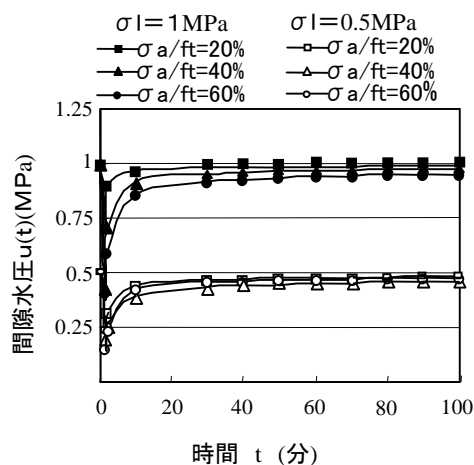


図 - 10 引張応力状態における
間隙水圧～時間推定関係

3.2 一軸引張クリープ実験と本モデルの比較

本研究は一軸引張クリープ実験を行い、本モデルによる一軸引張クリープ解析結果と一軸引張クリープ実験の比較を図 - 11 のように示す。粘性ポテンシャル曲面に基づく本モデルは軸方向引張クリープ実験結果を比較的良く評価し、構築した粘性ポテンシャル曲面の適用性が確認される。本来であれば、一定引張応力载荷直後に生じるクリープひずみの主たる要因である水分移動すなわち間隙水圧性状を実験により評価するとともにそれを統一的に表現可能なモデルに拡張する必要がある。

しかしながら、前節で示した間隙水圧の予測手法を用いても図 - 11 のような実験値と比較的良好な一致を示しており、間隙水圧予測手法がある程度妥当であるものと考えられる。

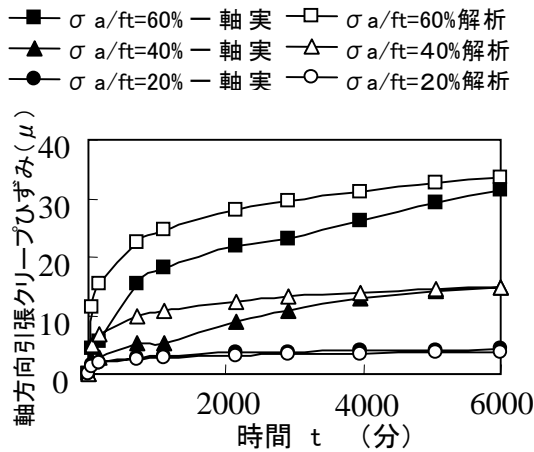


図 - 11 一軸引張クリープ実験と解析結果の比較

3.3 三軸応力状態下における引張クリープ予測

本モデルは、拘束効果すなわち各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能であり、三軸応力状態下における引張クリープひずみの予測を図 - 12 のように示す。

本モデルによれば、作用側圧が大きいほど軸方向へのクリープひずみが時間の経過とともに大きくなっており、その傾向は軸方向への一定作用応力の増加とともに大きくなる。例えば、側圧が大きくなるほど軸方向の引張強度が小さくなるという強度特性の実挙動から判断すると、上述のような傾向は恐らく複合応力状態下におけるコンクリートの引張クリープ性状を定性的に表しているものと考えられるが、その定量的な観点に立脚した適用性評価については、実験の実施とともに今後の課題としたい。

4. まとめ

複合応力状態下におけるクリープ構成則の構築を目的とし、実験的手法に基づいて構築されたクリープ構成則の適用性評価を行った。

以下に得られた結論をまとめる。

- (1) 複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価するためには、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価しなければならない。
- (2) 複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価する上で、本モデルは、各応力成分によるク

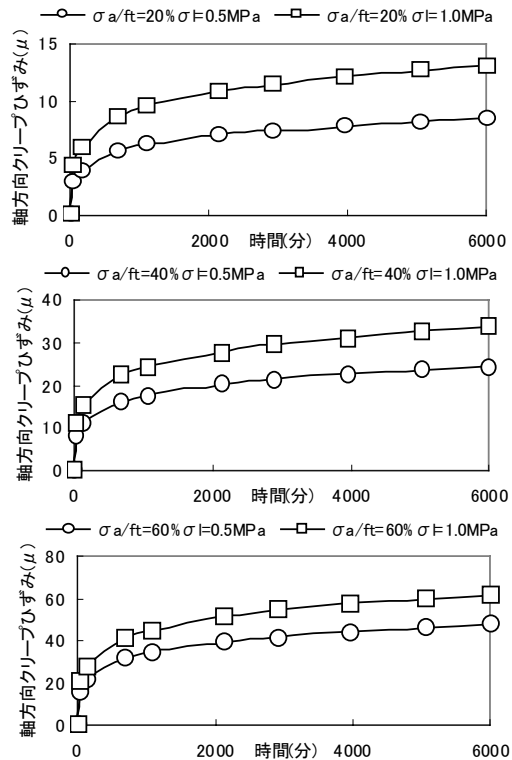


図 - 12 軸方向クリープ解析結果

リープ挙動同士の相互作用性状を評価可能であり、一軸引張クリープに関しては本モデルの適用性が確認された。

(3) 構築したモデルの複合応力場に対する定量的な適用性は、多くの実験の実施とともに今後詳細に検討しなければならない。

参考文献

- 1) W.F.Chen：コンクリート構造物の塑性解析，丸善，1985
- 2) 岩崎訓明：コンクリートの特性，共立出版，1975
- 3) 斎藤俊一，清水喜博，大下英吉：三軸応力状態下におけるコンクリートのクリープと間隙水圧挙動の相関性に関する研究，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.22，No.2，pp.541-546，2000
- 4) 三浦真司，大下英吉：粘性ポテンシャル曲面の構築とコンクリートの時間依存挙動に関する基礎的研究，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.24，No1，pp.375-380，2002
- 5) 石原研而：土質力学，丸善，1988
- 6) 石川博将：固体の非線形力学，養賢堂，2000