

論文 MPS 法による粗骨材を考慮したフレッシュコンクリートの三次元流動解析

入部 綱清^{*1}・伊良波 繁雄^{*2}・山田 義智^{*3}・富山 潤^{*4}

要旨：フレッシュコンクリートの流動特性に及ぼす粗骨材の影響を考慮する場合，粗骨材の実積率や比表面積が重要な指標になる。そこで本研究はこれらの指標を考慮可能な解析手法の開発の研究を目的とし，粒子法の一つである MPS(Moving particle semi-implicit)法をフレッシュコンクリートの流動解析に適用した。今回，粗骨材を考慮したフレッシュコンクリートの流動解析手法の基礎的検討として，粗骨材を剛な立法体形状と仮定し，L 型フロー試験を対象に三次元解析を行い，解析結果から粗骨材の有無によるフレッシュコンクリートの流動特性の違いを検討した。

キーワード：MPS 法，粗骨材，フレッシュコンクリート，bi-viscosity モデル，

1. はじめに

コンクリート打設時における施工不良の原因の一つに，フレッシュコンクリートの流動特性に及ぼす粗骨材の影響が考えられる。粗骨材の影響を評価する際，大きさ，形状，実積率，比表面積のような指標を考慮する必要がある¹⁾と考えられるが，それらを考慮した解析は見当たらない。

一方，フレッシュコンクリートの流動挙動における解析的研究は，フレッシュコンクリートを連続体，または非連続体と仮定し解析が行われている。

連続体と仮定した解析手法には，粘塑性有限要素法²⁾，フリーメッシュ法³⁾，MAC 法⁴⁾などが挙げられる。粘塑性有限要素法は有限要素法をベースとした解析手法であるため，メッシュ生成に大きな労力を必要とする場合や，歪んだ要素の発生により解が発散する可能性がある。また，フリーメッシュ法は解析ステップごとに領域内部のリメッシングが容易にでき，三次元流動解析にも適用可能であるが，歪んだ表面パッチが生じ解析が破綻する可能性がある。MAC

法は差分法ベースの解析手法であるため流動条件により空セルが生じたり，境界条件が複雑になると適用が困難になる場合がある。

非連続体と仮定した解析手法には，粘塑性サスペンション要素法や個別要素法などがある。前者は計算時間が比較的多く，後者は流動特性を直接レオロジー定数と関連付けることが難しい。

上記のような問題点を考慮し，本研究では粗骨材を含んだフレッシュコンクリートの流動解析手法の開発を試みる。ここで用いる粗骨材は，大きさ，形状，実積率，比表面積などの流動特性に影響を及ぼすと考えられる指標が考慮できる。また，求解法として粒子法の一つである MPS(Moving particle semi-implicit)法⁵⁾を採用し，フレッシュコンクリートの流動解析に適用した。MPS 法は非圧縮性流体を解析する有力な解析手法の一つであり，要素やセルを必要としないため，大変形問題を比較的容易に扱うことが出来る。本手法の妥当性を示すため数値解析例として L 型フロー試験を対象に三次元解析を行い，粗骨材の有無によるフレッシュコンクリートの流動特性の違いを検討した。

*1 琉球大学大学院	理工学研究科 環境建設工学科専攻	修士(工学) (正会員)
*2 琉球大学	工学部環境建設工学科教授	博士(工学) (正会員)
*3 琉球大学	工学部環境建設工学科助教授	博士(工学) (正会員)
*4 琉球大学	工学部環境建設工学科助手	博士(工学) (正会員)

2. MPS 法⁵⁾

2.1 離散化

MPS 法では連続体を有限個の粒子に置き換え、式(1)で表される重み関数を用い、粒子間相互作用を解いている。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e - r}{r_e} & r \leq r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases} \quad (1)$$

ここで r は粒子間距離、 r_e は粒子間相互作用の及ぶ範囲の半径である。

流体の支配方程式には微分演算子として勾配とラプラシアンが含まれる。MPS 法では粒子 i のある物理量を ϕ とすると勾配とラプラシアン重み関数 w を用いそれぞれ次式で表される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} \left[(\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (3)$$

ここで \vec{r} は粒子の位置ベクトル、 j は近傍粒子番号、 d は次元数、また、式(2)、(3)の n^0 は初期配置から求められた粒子数密度である。

また、粒子数密度は重み関数を用いて次式で定義する。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (4)$$

式(4)は粒子 i において、粒子 i と近傍粒子である各粒子との重みの和を表している。式(3)の係数 λ は変数分布の分散を解析解と一致させるための係数であり次式より求まる。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} \left[w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2 \right]}{\sum_{j \neq i} \left[w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right]} \quad (5)$$

2.2 計算アルゴリズム

本研究で採用した MPS 法の非圧縮性流体解析アルゴリズムは SMAC 法的手法であるため半陰解法アルゴリズムが用いられ、次の 2 ステップに分けて計算が行われる。

1 ステップ目では式(6)で示すような非圧縮性

流体の運動方程式より圧力項を省いた計算を陽的に行う。

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla P_i + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (6)$$

$$\vec{U}_i^* = \nu \nabla^2 \vec{u}^n dt + \vec{F} dt \quad (7)$$

ここで \vec{u} は流速ベクトル、 ν は粘性係数、 ∇^2 はラプラシアン、 \vec{F} は外力ベクトルである。式(7)を解くことにより仮の速度 \vec{U}_i^* を求め、式(8)で仮の位置 \vec{R}_i^* を求める。

$$\vec{R}_i^* = \vec{R}_i^n + \vec{U}_i^* \Delta t \quad (8)$$

仮の位置 \vec{R}_i^* で粒子数密度 n^* を求めると、初期粒子数密度 n^0 とは一致していないため、式(9)で示す非圧縮条件を満足していない。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

2 ステップ目では、初期配置から粒子数密度 n^0 と毎ステップ計算される粒子数密度 n^* を一致させる。そうすることで影響半径内に一定の粒子が存在するような圧力が発生し、質量が保存され非圧縮条件を満たしている。このため、粒子の圧力は、 n^* から n^0 への修正量から式(10)を用い陰的に計算される。

$$\nabla^2 P_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (10)$$

ここで得られた各粒子の圧力から、式(11)により修正速度 \vec{U}_i' が得られる。

$$\vec{U}_i' = -\frac{1}{\rho} \nabla P_i^{n+1} dt \quad (11)$$

式(11)より求まる修正速度 \vec{U}_i' を仮の速度 \vec{U}_i^* に足しこみ、式(12)より次ステップの真の速度 \vec{U}_i を求める。

$$\vec{U}_i^{n+1} = \vec{U}_i^* + \vec{U}_i' \quad (12)$$

最後に修正速度 \vec{U}_i' より修正される変位 $\vec{U}_i' \Delta t$ を仮の位置 \vec{R}_i^* に加え、式(13)より次のステップの位置 \vec{R}_i^{n+1} とし 1 ステップが終了する。

$$\vec{R}_i^{n+1} = \vec{R}_i^* + \vec{U}_i' \Delta t \quad (13)$$

なお MPS 法の詳細は文献 5) に詳しく述べられている。

3. フレッシュコンクリートの構成則⁴⁾

一般的にフレッシュコンクリートの流動挙動はビンガム流体で表される。しかし、ビンガム流体はせん断応力が降伏値を超えるまでひずみ速度がゼロであり、本手法では解析が不可能である。そこで、本手法ではせん断応力が降伏値に達するまでは高粘性流体として扱い、流動速度を非常に小さくすることで不動状態と扱える。図 1 に示す bi-viscosity モデルを用いた。

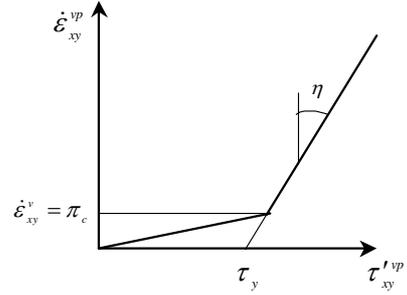


図 1 bi-viscosity モデル

流動時におけるフレッシュコンクリートの構成モデルは粘塑性モデルとし図 2(a)に示す。また、構成式は次式で表される。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad \Pi \geq \Pi_c \quad (14)$$

ここで、 P は圧力、 η は塑性粘度、 τ_y は降伏値、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ は流動時のひずみ速度、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 $\Pi = 2\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}$ である。

不動時における構成モデルは高粘性流体モデルとし図 2(b)に示す。また、構成式を次式で表す。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^v \quad \Pi < \Pi_c \quad (15)$$

式(15)の $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ は不動時のひずみ速度、 Π_c は流動状態と不動状態の降伏基準値である流動限界ひずみ速度であり次式で表す。

$$\Pi_c = (2\pi_c)^2 \quad (16)$$

また、本解析では π_c を次式で定義した⁴⁾。

$$\pi_c = \frac{\beta\tau_y}{\eta} \quad (17)$$

β の値は本手法における不動時とみなされる粒子の粘度を決定する係数であり、本解析ではフレッシュコンクリート粒子のみの解析では 1.5、粗骨材粒子を考慮した解析では 2.0 とした。なお、本解析で用いた β の値は L 型フロー試験を対象に予備解析を行い解の安定性を考慮し決定した。

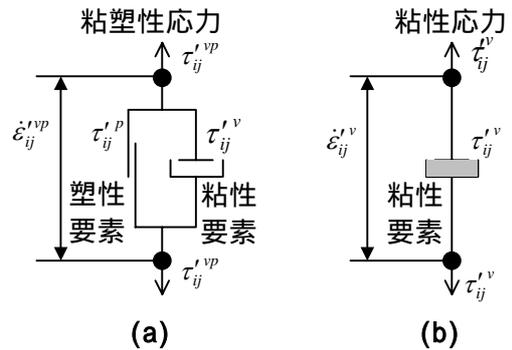


図 2 構成モデル

4. MPS 法によるフレッシュコンクリートの流動解析

本研究で用いられる運動方程式は構成式である式(14)、(15)を用い式(18)となる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + (\eta + \Lambda) \nabla^2 \bar{u} + 2e_{ij} \frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} \quad (18)$$

$$\Lambda = \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}} \quad (19)$$

式(18)の右辺の第四項は式(2)を用いて、次式のように表すことができる。

$$\langle \nabla \Lambda \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\Lambda_j - \Lambda_i}{|\bar{r}_j - \bar{r}_i|^2} (\bar{r}_j - \bar{r}_i) w(|\bar{r}_j - \bar{r}_i|) \right] \quad (20)$$

また、式(14)、(15)での流動判定に用いられる Π はひずみ速度の関数であり次式で表される。

$$\Pi = 2\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = & \dot{\epsilon}_{xx}^{vp2} + \dot{\epsilon}_{yy}^{vp2} + \dot{\epsilon}_{zz}^{vp2} \\ & + 2\left(\dot{\epsilon}_{xy}^{vp2} + \dot{\epsilon}_{yz}^{vp2} + \dot{\epsilon}_{zx}^{vp2}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで $\dot{\varepsilon}_{xx}^{vp}$ は x 方向ひずみ速度, $\dot{\varepsilon}_{yy}^{vp}$ は y 方向ひずみ速度, $\dot{\varepsilon}_{zz}^{vp}$ は z 方向ひずみ速度, $\dot{\varepsilon}_{xy}^{vp}$, $\dot{\varepsilon}_{yz}^{vp}$, $\dot{\varepsilon}_{zx}^{vp}$ はせん断ひずみ速度である。

また, 各ひずみ速度は式(2)により式(23)で表すことができる。

$$\langle \nabla \bar{u} \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\bar{u}_j - \bar{u}_i}{|\bar{r}_j - \bar{r}_i|^2} (\bar{r}_j - \bar{r}_i) w(|\bar{r}_j - \bar{r}_i|) \right] \quad (23)$$

ここで \bar{u}_i は粒子 i の速度ベクトルである。ここで導出された各ひずみ速度を式(21)に代入し, Π を求めることができる。

本研究における MPS 法のアルゴリズムでは, 毎ステップの位置が更新された後に次のステップでの粒子の流動判定を行っている。

5. 粗骨材の解析方法⁵⁾

フレッシュコンクリートの流動挙動は粗骨材の大きさ, 形状, 実積率, 比表面積等により影響を受けると考えられる。本手法では粗骨材を含むフレッシュコンクリートの流動挙動を解析する基礎的検討として, 粗骨材を一辺が 2cm の剛な立方体と仮定し, その 8 つの頂点に粗骨材粒子を配置した。比表面積 $1.8\text{e-}07\text{ m}^2/\text{kg}$ は立法体の表面積から算出した。比表面積は初期粒子間距離や, 粗骨材を構成する粒子数を増やし骨材形状を変えることで設定することが可能である。

次に簡単に計算アルゴリズムを示す。まず, 粗骨材粒子をフレッシュコンクリート粒子として計算し, 8 粒子の速度ベクトルを計算する。各粒子の速度ベクトルより, 8 粒子から求まる重心に働く並進ベクトル \vec{T} と, 重心周りの角速度ベクトル \vec{R} を求め, 相対位置を修正しながら, 剛体移動を毎ステップごとに行っている。

$$\vec{T} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \bar{u}_i \quad (24)$$

$$\vec{R} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^8 \bar{u}_i \times \bar{q} \quad (25)$$

$$\bar{u} = \vec{T} + \bar{q}_i \times \vec{R} \quad (26)$$

ここで \bar{q} は重心からの距離, I は慣性モーメント, \bar{u} は速度ベクトルである。

6. 数値解析例

本手法の妥当性を示すため, 図 3 に示す L 型フロー試験を対象に解析を行った。

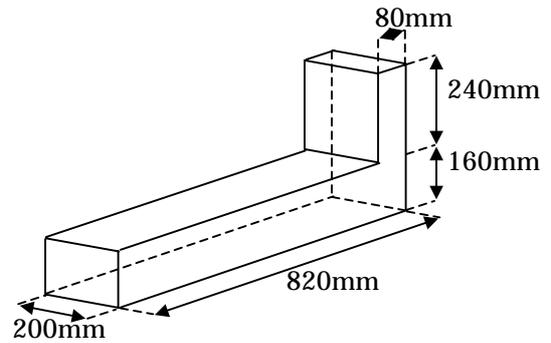


図 3 L型フロー試験器

今回の解析ではフレッシュコンクリート粒子のみの解析を Case1, 粗骨材を考慮した解析を Case2 として解析を行った。

Case1 は予備解析を行い, 解析時間を検討し解析精度が十分に得られると判断した 800 粒子で解析を行った。また, 降伏値の違いによる L フロー値の比較を行うため, 塑性粘度は $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ と一定とし, 降伏値を変えた 4 ケース ($\tau_y = 50\text{Pa}$, 75Pa , 100Pa , 125Pa) について解析を行った。

Case2 は実積率 60% に相当するフレッシュコンクリートであり, フレッシュコンクリート粒子を 5120 粒子, 粗骨材粒子を 7680 粒子とした。この粒子数は 8 粒子で構成した粗骨材の大きさを考慮し決定した。解析は塑性粘度 $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ と一定とし, 降伏値を変えた 2 ケース ($\tau_y = 100\text{Pa}$, 125Pa) について解析を行った。なお今回の解析では, 比較対象として用いている実験で使用されたモルタルのレオロジー定数が不明であるため, モルタル粒子のレオロジー定数はフレッシュコンクリート粒子のレオロジー定数と同じ値を用いた。

MPS 法は境界条件として境界粒子を配置し, 境界粒子の速度をゼロにすることで境界を固着としている。

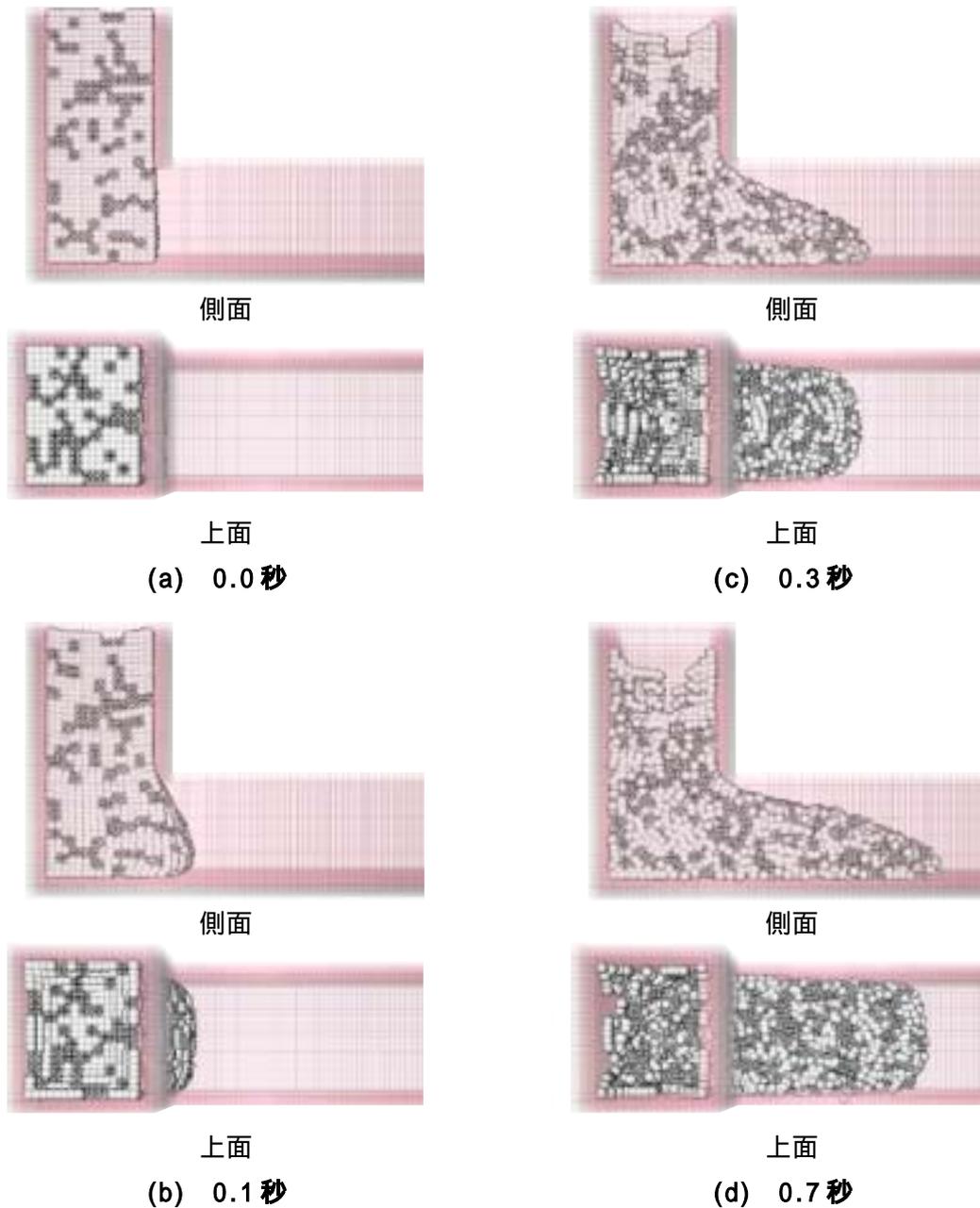


図 4 Lフロー試験解析進行状況(Case2:125Pa)

図 4 は Case2 のモデルを用い降伏値 125Pa で解析を行い、その流動進行状況を示したものである。白の粒子がフレッシュコンクリート粒子、灰色の粒子が粗骨材粒子である。時間の経過とともに開口部より膨らみだし、先端部で丸みを帯びた流れになっている。上面の図より側面からの影響を受け、側面付近では速度が遅くなっている。このような流動挙動を解析的に求めるには、二次元解析では不可能である。また、フレッシュコンクリート粒子のみの解析

ではL型フロー試験のようなモデルを対象とした解析の場合は対称な流動挙動を示すが、粗骨材粒子をフレッシュコンクリート粒子内にランダムに置換し解析すると、流れの対称性が崩れる。これはフレッシュコンクリートの流動挙動に粗骨材の影響が表れたのだと考えられる。

図 5 は本解析結果と宮本ら⁶⁾の行った実験値の近似直線と二次元MPS法⁷⁾の解析結果を示した。Case1, Case2 の解析結果は降伏値の増加に伴いLフロー値は小さくなり、実験結果と同

様な傾向を示した。また，Case1 の解析値は実験結果の近似曲線に近い値を得ることができたが，Case2 の解析値は実験値より高めの値であった。その原因の一つとして，Case1 と Case2 で用いた粒子数が異なっていたことが考えられる。

7. 結論

本研究では粒子法の一つである MPS 法をフレッシュコンクリートの三次元流動解析に適用し，数値解析例として L 型フロー試験を対象に流動解析のシミュレーションを行った。その結果，以下のようなことがわかった。

- (1) MPS 法の離散化を用い，構成モデルを bi-viscosity モデルと仮定したフレッシュコンクリートの流動解析方法を示した。
- (2) 粗骨材を剛な立方体形状と仮定し，粗骨材を考慮したフレッシュコンクリートの流動解析方法を示した。
- (3) L 型フロー試験を対象とした解析を行い，本手法から得た解析結果と宮本らが行った実験結果を比較した。解析結果は降伏値の減少に伴い L フロー値が増加し実験結果と同様な傾向が見られた。また，L フロー値は Case1 では実験結果の近似曲線に近い値を得ることができたが，Case2 では実験値より高めの値であった。その原因として Case1 と Case2 で用いた粒子数が異なっていたことや，粗骨材を少ない粒子数でモデル化したことにより，粗骨材の影響があまり表れなかったなどが挙げられる。
- (4) フレッシュコンクリートの流動進行状態を MPS 法で表現するとにより，時間経過に伴い開口部からしだいに膨らみだし，先端部では丸みを帯びた流れ，側面付近では側面からの影響を受け，速度が遅くなっていることが確認できた。

今後，実問題解析への適応を課題とする。

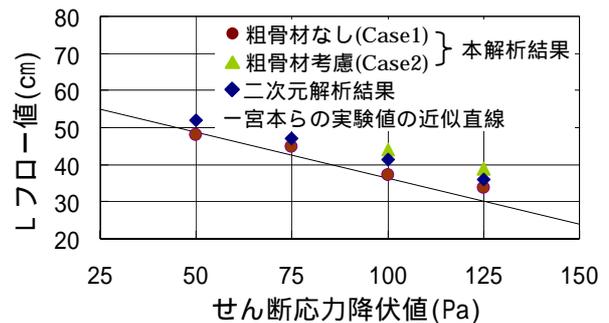


図 5 せん断応力降伏値と L フロー値の関係

参考文献

- 1) 宮野和樹，榊田佳寛，中村成春，五味信治：高流動コンクリートの流動性に及ぼす粗骨材の影響に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.575，pp.1-6，2004.1
- 2) 森博嗣，谷川恭雄：粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析，日本建築学会構造系論文集，No.374，pp.1-9，1987.4
- 3) 富山潤，伊良波繁雄，山田義智，松原仁，矢川元基：フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの流動解析に関する研究，土木学会論文集，No.746，V-61，pp.91-101，2003
- 4) 山田義智，大城武：フレッシュコンクリート流動解析への MAC 法への適用，コンクリート工学年次論文集，Vol.20，No.1，pp.131-136，1998
- 5) 越塚誠一：数値流体力学，インテリジェントエンジニアリングシリーズ，培風館，p163，1997
- 6) 宮本欣明，山本康弘：J 型フロー試験による高流動コンクリートの流動特性・調合に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.547，pp.9-15，2001.9
- 7) 入部綱清，伊良波繁雄，富山潤，松原仁：フレッシュコンクリートの流動問題への粒子法の適用，コンクリート工学年次論文集，第 25 巻(CD-ROM)，No.1，pp.905-910，2003