# 論文 Hybrid CP/FEM 法による初期応力を考慮したコンクリート構造の ひびわれ進展解析

間宮 一樹\*1・伊藤 睦\*2・石川 靖晃\*3・田辺 忠顕\*4

要旨: CP 法における外部拘束力の考え方から初期ひずみによる外力を評価し,構造物の ひびわれ検討箇所を抽出した領域に作用させることによって,有限要素法に比べ自由度を 小さくでき,かつ3次元的にひびわれ進展解析を行うことのできる Hybrid CP/FEM 法の提 案を行った。温度応力によるひびわれ進展解析に本解析手法を適用し,その解析例を示し た。また,解析結果よりひびわれ指数および最大ひびわれ幅を求め,実験結果をもとにし て作成された平成11年度版コンクリート標準示方書[施工編]に示される「ひびわれ指数と 最大ひびわれ幅との関係」との比較を行い,本解析手法の妥当性の検討を行った。 キーワード:FEM, CP 法,表面ひびわれ,ひびわれ深さ,温度応力,付着,ひびわれ指数

## 1. はじめに

セメントの水和熱に伴う初期ひびわれは構造 物の耐久性の劣化を引き起こす主要因であり, 初期ひびわれの発生を精度よく予測しひびわれ 抑制対策を講じる必要がある。そのために局所 的なひびわれ幅およびひびわれ進展状況を構造 物全体のレベルで予測する必要があり,対象と なる構造物を3次元有限要素でモデル化し解析 することが望ましい。しかし,構造物全体を3 次元有限要素で分割して解析を行うことは計算 時間の面で合理的でなく,実際問題としては十 分にひびわれ抑制対策を講じることができない。

このような問題を解決するためには、構造物 全体系から着目したい領域を抽出して、その領 域を鉄筋の付着の影響や離散的にひびわれが扱 えるように極めて詳細に数理モデル化し、3次 元有限要素法等を用いて初期ひびわれの計算を するといった手法が考えられる。

そこで本研究では、温度応力の算定方法とし て提案されている Compensation Plane 法(CP法) における外部拘束力を3次元応力空間の境界条 件として与え、3次元空間において鉄筋付着の 影響等を考慮して,先の外力がスムーズに作用 できるような剛性方程式の誘導を試みた。

本論文では、一連の手法を Hybrid CP/FEM 法 と呼ぶことにする。Hybrid CP/FEM 法を用いる ことによって、マスコンクリート構造物の任意 断面の初期ひびわれを 3 次元的に評価すること が可能となる。本論文では、本解析手法を用い て初期ひびわれ進展解析を行い、その解析の一 例を示した。また、解析結果よりひびわれ指数 および最大ひびわれ幅を求め、コンクリート標 準示方書に示される「ひびわれ指数と最大ひび われ幅との関係」との比較を行い、その妥当性 についての検討を行った。

### 2. Hybrid CP/FEM 法の解析理論

#### 2.1 Hybrid CP/FEM 法の概念

図-1 に示すように地盤等の拘束体上にコン クリート壁等の被拘束体が打設された場合を 考え,被拘束体の一部の体積領域を抽出するこ とを考える。この体積領域の2つの境界面は平 面保持の法則を満たすと仮定する。さらに,図 -2に示すように座標系を与えた場合,x方向の

*1名古屋大学大学院	工学研究科土木工学専攻			(正会員)
*2名古屋大学	工学研究科土木工学専攻	助手	工博	(正会員)
*3名城大学助	理工学部建設システム工学科	助教授	工博	(正会員)
*4名古屋大学	工学研究科土木工学専攻	教授	工博	(正会員)



断面諸元は一定であると仮定する。なお、被拘 束体には温度変化あるいは乾燥収縮等による 3 次元的な初期ひずみ  $\Delta \bar{\varepsilon}_{o}(y,z)$  が生じるものと し、自重等の外力は考慮しないものとする。

## 2.2 3次元領域の境界における外力の算定

被拘束体が図-3のように自由な変形を許容 すると仮定すると、自由な軸変形 $\Delta \overline{\varepsilon}_0$ と曲げ変 形 $\Delta \overline{\phi}$ が CP 法の概念より算出される<sup>1)</sup>。

逐次弾性の範囲であれば、図-3に示すように、 外部拘束軸力 N<sub>R</sub>と外部拘束曲げモーメント M<sub>p</sub>はある断面の初期ひずみによる自由な軸ひ ずみ変形増分 $\Delta \bar{\varepsilon}_0$ と自由な曲率増分 $\Delta \phi_0$ を用い て次式で表される。

$$N_R = R_N E A \Delta \overline{\varepsilon}_0 \tag{1}$$

$$M_R = R_M E I \Delta \phi_0 \tag{2}$$

ここで、 $R_N$  と $R_M$  はそれぞれ軸外部拘束係 数と曲げ外部拘束係数であり, EA と EI はそれ ぞれ境界面の軸剛性と曲げ剛性である1)。

ひびわれ発生等で逐次弾性が成立しなくなっ た場合においては外部拘束係数は応力解放によ って低減するが, 簡便性を考えて, 断面剛性は 全断面有効とした上で,応力解放による軸ひず み増分 $\Delta \overline{\varepsilon}_{t}$ および曲率増分 $\Delta \overline{\phi}_{t}$ を用いて次式で 外部拘束力を低減させることとした。

$$N_R = R_N E A \left( \Delta \overline{\varepsilon}_0 - \Delta \overline{\varepsilon}_r \right) \tag{3}$$

$$M_{R} = R_{M} EI \left( \Delta \overline{\phi}_{0} - \Delta \overline{\phi}_{r} \right)$$
(4)

式(1)~(4)より、2つの境界面上に外部拘束軸 カ $N_{R}$ と外部拘束曲げモーメント $M_{R}$ が外力と して作用した体積領域の自由体を得ることがで きる。厳密にはこの場合,境界面上に外力とし てせん断力が生じるが、初期ひずみによるせん 断力は一般的に極めて小さいので無視しても差 し支えない。得られた自由体に境界が平面を保 持するための制約条件と剛体変形をしない変位 境界を与えることにより、一般的な増分型の有 限要素解析に帰着させ、解を得ることになる。

このような考え方により,検討対象領域を厳 密に数理モデル化することが可能となり、結果 としてより精度良く初期ひずみによるひびわれ 予測が可能となる。

## 2.3 体積領域の剛性方程式

体積領域では、コンクリートは3次元ソリッ ド要素,鉄筋は棒要素で構成され、体積領域の 境界面には、はりの自由度を有していると考え る。加えてひびわれは、コンクリート要素に二 重節点を設け、それらを長さを持たないリンク 要素で結合することにより表現することにした。 本研究では、体積領域の剛性方程式に前節で与 えられる外部拘束力 $N_R$ と $M_R$ を導入すること が可能となる境界面を構成する要素の剛性方程 式を導いた<sup>2)</sup>。

境界面を構成する要素に対しては次のような 要素剛性マトリクスが得られる。

$$\overline{F}\} = [T_1]^T [K][T_1]\{\overline{u}\}$$
(5)

ここで, [*T*<sub>1</sub>] は境界面に接している体積領域の 節点変位と境界面を構成する節点変位を関連付 けるためのマトリクスである。

## 2.4 付着剛性のモデル化

離散ひびわれモデルを対象として、コンクリ ート要素内の任意の位置に複数の補強材を挿入 することができ、付着性状に基づいたひびわれ 幅、ひびわれ間隔等のひびわれ特性を評価する ことが可能な付着剛性を導いた<sup>2)</sup>。

$$\{F_S\} = [K_{bond}]\{u\}$$
(6)

ただし,

$$[K_{bond}] = \int_{A} [Q]^{T} [D_{bond}] [Q] dA \qquad (7)$$

ここで, [Q]はコンクリートと鉄筋の座標およ び要素内に与えた局所座標により表現される座 標変換マトリクス, [D<sub>bond</sub>]は付着応力すべりの 構成則マトリクスである。

式(6)をコンクリート要素と鉄筋要素からなる 要素剛性方程式に重ね合わせることにより、コ ンクリートの節点自由度の制約に捕らわれるこ と無しに、コンクリートと鉄筋の付着を厳密に 考慮することができる。

付着応力-すべり関係は島ら<sup>3)</sup>の提案式を参 考にしてモデル化を行った。

$$\tau = \begin{cases} 0.4 \times 0.9 \times (f_C')^{2/3} (1 - \exp(-40(s/D)^{0.5})) \\ (0.0mm < s < 0.2mm) \\ \tau_{\max} - (\tau_{\max} - 0.1\tau_{\max})(s - 0.2)/(0.4 - 0.2) \\ (0.2mm < s < 0.4mm) \\ 0.1\tau_{\max} \\ \tau_{\max} = 0.4 \times 0.9 \times (f_C')^{2/3} (1 - \exp(-40(0.2/D)^{0.5})) \end{cases}$$
(8)

これは島らの提案式の付着強度を低下させ、 曲率を変化させたものである。ここでは最大付 着強度を 40%に低減したものを用いた<sup>4)</sup>。式(9) に示すような圧縮強度  $f'_c$ を用い、付着応力が 材齢依存となるようにした<sup>5)</sup>。

$$f_c'(t) = t/(0.159 + 0.030t)$$
 (9)  
(t は材齢)





図-4 に $f'_c$ を一定とした場合の付着応力-すべり関係を示す。また、CP 法では付着喪失長さと応力解放領域を与える必要があるが、ここではFEM の解析結果から推定することとした。

## 3. 初期ひびわれ進展の解析的評価

#### 3.1 解析概要

ここでは本解析手法を用いた解析例として, マスコンクリートの壁状構造物に生じる初期ひ びわれ進展の解析的評価を試みる。ひびわれ発 生状況を比較するために,解析対象の鉄筋の配 筋および鉄筋断面積を変化させて解析を行った。

3.2 解析モデル

解析対象構造物は、図-5 に示すようなコンク リート基礎上に構築された壁状構造物(以下壁

体と呼ぶ)である。基礎部分は既存のマスコン クリートである。ひびわれは壁体の中央部分に 生じると仮定し解析対象領域を抽出した。また, 構造物の対称性から解析は半分断面のみを行っ た。図-6 に解析対象領域の要素分割図を示す。 ひびわれは壁体中央部に1本発生する場合を想 定してモデル化を行い、中央の面にひびわれを 表す二重節点を与えた。また,鉄筋の配筋によ るひびわれ進展を比較するために、無筋のもの および図-7に示すように外側に一重に配筋(配 筋A),内側に二重に配筋(配筋B)とした断面 の解析を行った。鉄筋は D16 と D29 のものを用 いた。解析に用いた条件は参考文献 5) より決定 した(**表-1**)。壁体の幅は B=100cm とした。セ メントは普通ポルトランドセメントを用い,単 位セメント量は 400kg/m<sup>3</sup>とした。外部拘束係数 は参考文献1)より算出した。

#### 3.3 解析結果

図-8 に壁体断面の温度履歴を示す。また,図 -9 および図-10 にコンクリート応力の経時変化 の一例を示す。共に示してあるのは壁体のひび われ面の応力の経時変化である。これより,壁 体内部の発生応力は表面と比べて中心部の方が 大きくなっていることがわかる。

図-11 から図-14 に各条件での二重節点を与 えた断面のひびわれ進展の様子を材齢9日目ま で示す。どの条件においても打込み後3日目ま ではひびわれは生じず,4 日目にひびわれが発 生し,その後進展していくといった結果となっ た。無筋の場合においては,ひびわれ発生直後 は断面の上面に最大ひびわれ幅が生じており, 材齢が経過するにつれて最大ひびわれ幅の発生 位置が中心部の方へ移動していくといった結果 となった。配筋Aと配筋Bの場合を見てみると, 無筋の場合と比べ鉄筋を配置した箇所のひびわ れが抑制できていることがわかる。配筋Bでは 鉄筋が断面の中心付近に配筋されているため, 最大ひびわれ幅が上面表面付近に生じるという 結果となった。また,配筋Aと配筋Bの場合に

#### 表-1 解析条件

コンクリート(壁体及び基礎部分)					
比熱	kJ/kg·°C	1. 26			
密度	kg/m <sup>3</sup>	2300			
熱伝導率	$W/(m \cdot °C)$	2. 91			
熱伝達率	$W/(m^2 \cdot C)$	14.0			
新教温度上显式 K	_	57.0			
		1. 48			
線膨張係数		$10.0 \times 10^{-6}$			
<b>ご</b> 世	N /mm <sup>2</sup>	$3.1 \times 10^{5} t/(1+t)$			
チェー 水 秋		(tは材齢)			
ポアソン比	-	0. 17			
鉄筋					
弾性係数	N/mm <sup>2</sup>	2. 1 × 10 <sup>5</sup>			
	初期温度				
壁体	0°	20			
基礎部分	C°	30			
外気温	C°	20 (一定)			
外部拘束係数					
R <sub>N</sub>	-	0.4			
R <sub>M</sub>	_	0, 98			



おいて鉄筋比の影響を見てみると,鉄筋比が大 きい方がひびわれを抑制できていることが確認 できる。

これらの結果より、本解析手法を用いること により、壁体の温度応力によるひびわれ進展解 析を3次元的に行うことができ、かつ鉄筋の配 筋および鉄筋比が断面のひびわれ進展に及ぼす 影響を詳細に評価することが可能であることが わかる。また、構造全体の影響や地盤の影響も 考慮しつつも解析モデルの総自由度の低減でき ることから、有限要素法と比べ解析に要する時 間も短く済むため、構造物の任意領域のひびわ れ進展を3次元的に評価する必要がある場合に おいて Hybrid CP/FEM 法を用いることは有効で あるといえる。



図-13 ひびわれ幅分布図(配筋 A)

## 4. 最大ひびわれ幅とひびわれ指数との関係の比較

## 4.1 比較概要

マスコンクリートの初期ひびわれの照査には 従来からひびわれ指数を用いる方法が採用され ており、ひびわれ指数とひびわれ発生確率およ びひびわれ幅の間には比較的よい相関関係が認 められている。ここでは本解析手法を用いてひ びわれ進展解析を行い, ひびわれ指数と最大ひ びわれ幅の関係を求め、示方書 5)に示される実

験結果を元にして作成 された「ひびわれ幅~ ひびわれ指数~鉄筋比

表-2	解析ケ	ース
-1X -	11T 1/1 /	~ `

衣-2 解例り一へ			衣⁻3 妖肋					
単位セメント量(kg/m <sup>3</sup> )	320	400	450		呼び	バ名	D16	D22
B(cm)	100	) ]	120		断面積(	cm²/本)	1.986	3.871
	D16	D22	D20		金な⊬(∞)	B=100cm	0.32	0.62
业入力力		DZZ	DZ9		亚大历山山(///)	B = 120  am	0.26	0.52

討を行った。

0 AH 65

D29

6.424

1.03 0.87

との関係」との比較を行い本手法の妥当性の検

解析対象構造物、解析対称領域および要素分 割は前章の図-5から図-7,表-1に示したものと

同様の条件で行った。壁体のひびわれ指数を変

化させるために表-2 に示すように壁体の形状,

施工条件および鉄筋を変化させ解析を行った。

また、断面形状による鉄筋比を表-3に示した。

4.2 解析対象構造物と解析ケース

## 4.3 解析結果

図-15 と図-16 は,各鉄筋ごとにひび われ指数と最大ひびわれ幅の関係につ いて, Hybrid CP/FEM 法の結果と示方 書に示された関係とを比較したもので ある。ただし、これらの結果は鉄筋とコ ンクリートの付着式として島らの提案 式を用いたものであって,一般的な検 討にはなっていないことを注意された い。ひびわれ指数と最大ひびわれ幅は 材齢28日目のものを求めた。また、ひ びわれ指数を求める際に必要な最大主 引張応力度はひびわれ面で生じた主引 張応力の最大値を用いた。図-15 は配 筋 A の場合, 図-16 は配筋 B の場合で ある。それぞれ表面に生じた最大ひび われ幅、鉄筋の配筋位置において生じ た最大ひびわれ幅の値をプロットした。

結果より、Hybrid CP/FEM 法においても、ひ びわれ指数と最大ひびわれ幅にはほぼ一義的な 関係があり、ひびわれ指数が最大ひびわれ幅を 予測するための目安となることが分かる。解析 では表面よりも鉄筋位置での最大ひびわれ幅の 方が大きくなっているが、これは前章で示した ように、断面内部の方が表面と比べひびわれ幅 が大きく生じるという結果となったためである。 示方書に示された値は供試体の表面部の最大ひ びわれ幅を測定して作られたものであるが、今 回得られた結果のように断面内部のひびわれの 方が卓越しているとした場合、「ひびわれ幅~ ひびわれ指数~鉄筋比との関係」における最大 ひびわれ幅は表面ひびわれの値よりも大きめに なることに注意する必要がある。

## 5. 結論

以上のことから以下のことが要約される。

- 1. 有限要素法に比べ自由度を小さくすること ができる Hybrid CP/FEM 法の提案を行った。
- 2. 温度応力によるひびわれ進展解析に本手法



を適用し、付着の影響を考慮に入れたひび われ幅およびひびわれ深さの発生と進展を 3次元的に評価できることを示した。

- 本手法による解析結果と実験を元に作成された「ひびわれ幅~ひびわれ指数~鉄筋比との関係」との比較を行うことにより、 Hybrid CP/FEM法の妥当性を示した。
- 表面より断面内部のひびわれ幅が卓越する といった結果を得たことから、「ひびわれ 幅~ひびわれ指数~鉄筋比との関係」にお ける最大ひびわれ幅は表面からの位置によ って異なり、また、それらの値は鉄筋の付着 特性モデルによって変化するものであるこ とに注意する必要があることが示された。

#### 参考文献

- 日本コンクリート工学協会:マスコンクリート温度応力 委員会報告書, 1998
- 2) 間宮一樹,木全博聖,伊藤睦,石川靖晃:CP 法と Zoom-up 手法の融合による表面ひびわれ進展解析,プレストレス コンクリート技術協会,第12回シンポジウム論文集, pp.185-188,2003.10
- 3) 島弘,周礼良,岡村甫:マッシブなコンクリートに埋め込まれた畏敬鉄筋の付着応力-すべり一ひずみ関係,土 木学会論文集第378号,pp165-174,1987.2
- 4) 菅満宣,中村光,檜貝勇,斉藤成彦:RC はりの力学的 挙動に及ぼす付着特性の影響,コンクリート工学年次論 文報告集, No.3/Vol.23, pp295-300
- 5) 土木学会:平成11年度版 コンクリート標準示方書[施 工編]一耐久性照査型-