論文　水平2方向地震入力を受ける単層1軸偏心建物の各構面最大応答変位分布の推定

藤井　賢志[*1]・中埜　良昭[*2]・真田　靖士[*3]

要旨：水平２方向地震入力を受ける単層１軸偏心建物を対象として，直交する２方向に関する等価１自由度系の非線形運動方程式を定式化する．そして等価１自由度系の非線形応答解析結果を単層１軸偏心系と比較しその妥当性を検証する．次にその結果に基づき，水平２方向入力の影響を考慮した水平２成分と回転成分の３成分からなる外力分布による立体架構の静的漸増載荷解析結果により各構面最大応答変位の分布を推定する．

キーワード：水平２方向地震入力，単層１軸偏心系，等価１自由度系，静的漸増載荷解析

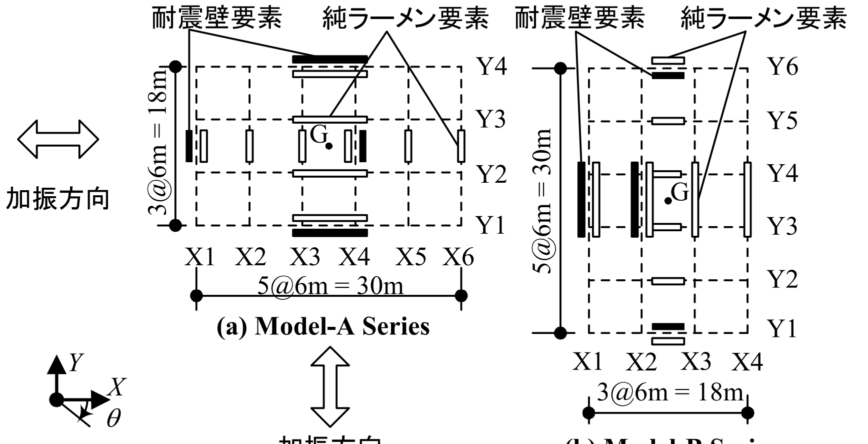
1.　はじめに

想定された地震動に対する建物の非線形応答の推定は，性能評価型耐震設計法における重要な項目である[1)]．筆者らは文献2)において，水平１方向地震入力を受ける多層１軸偏心建物の非線形地震応答推定手法の提案を行った．しかし，現実には地震動は３次元での挙動であるため，特に偏心建物においては多方向からの地震入力の影響がその応答の推定において重大な課題となる．そこで本論文では文献2)の手法の拡張を目的として，水平２方向地震入力を受ける単層１軸偏心建物を対象として直交する水平２方向に関する２つの等価１自由度系の非線形運動方程式を定式化し，その妥当性を検証する．次いで，水平２方向地震入力の影響を考慮した外力分布による静的漸増載荷解析により各構面の最大応答変位の推定を試みる．

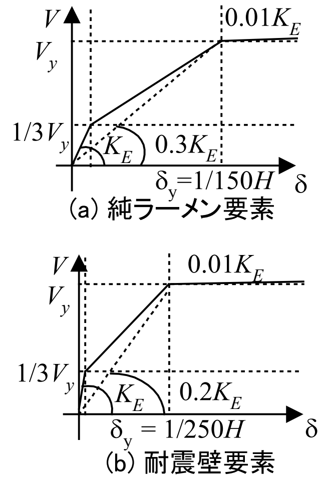
2.　解析諸元

2.1.　解析建物モデル

解析対象は**図―１**に示す２種類の平面形状の単層建物モデルである．解析建物モデルの重量Wは４層建物を文献2)に従って等価な単層系に縮約した場合を想定して 2.12 x 10^4kN とし，重量は床面に一様に分布しているものとした．高さ H は４層建物を想定して，その等価高さ



図―１　解析建物モデルの平面図

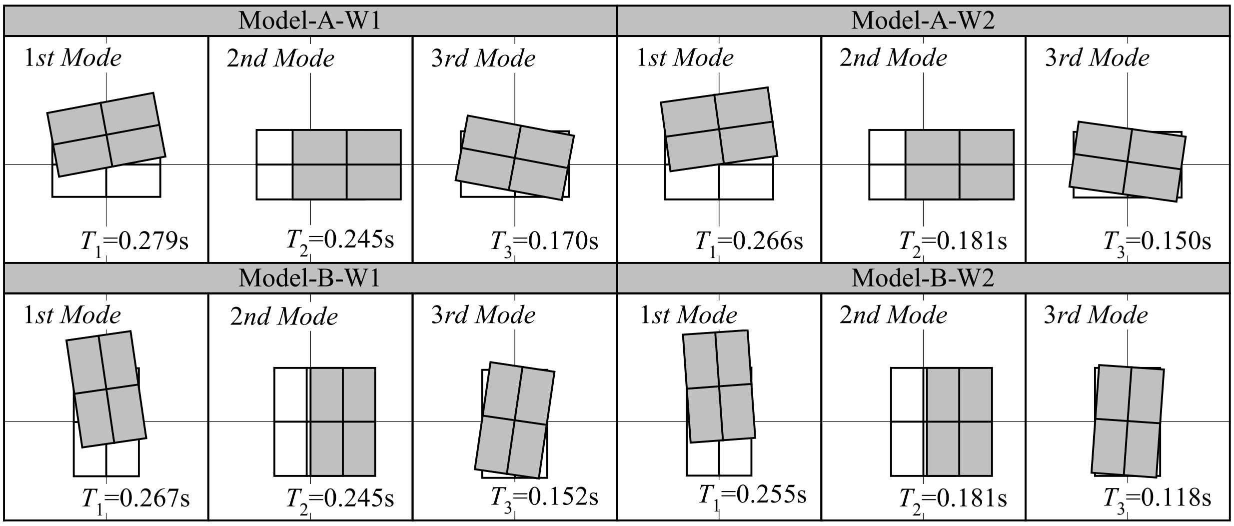


図―２　復元力特性

*1 東京大学生産技術研究所研究機関研究員　博士（工学）　（正会員）
*2 東京大学生産技術研究所助教授　工博　（正会員）
*3 東京大学地震研究所助手　博士（工学）　（正会員）

表—１　各モデルのパラメータ

	偏心比		弾力半径比		偏心率		弾性時の等価質量比					
	E_X	E_Y	J_X	J_Y	R_{eX}	R_{eY}	m_{1X}^*	m_{1Y}^*	m_{2X}^*	m_{2Y}^*	m_{3X}^*	m_{3Y}^*
Model-A-W1	0.495	0.000	1.365	1.365	0.000	0.389	0.000	0.829	1.000	0.000	0.000	0.171
Model-A-W2			1.174	1.589		0.328		0.919				0.081
Model-B-W1			1.566	1.566		0.333		0.913				0.087
Model-B-W2			1.530	2.071		0.246		0.979				0.021



図—３　解析建物モデルの弾性固有モード

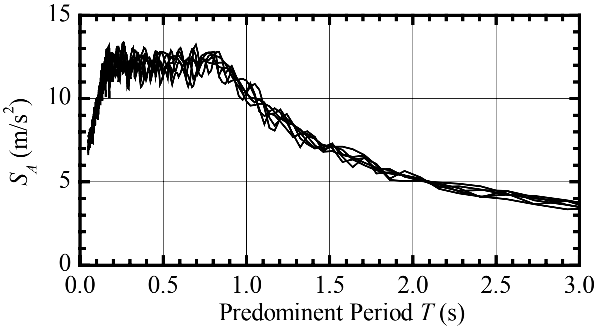
10.8m とした．解析建物モデルの降伏耐力は２種類のケースを設定し，X，Y 方向ともに等しいモデル（Model-A-W1, Model-B-W1）に加え，後述するようにX方向の降伏耐力を大きくしたモデル（Model-A-W2，Model-B-W2）とした．Model-A-W1 および Model-B-W1 の降伏ベースシアーは X，Y方向ともに 0.72W とし，各要素の降伏耐力はX，Y方向ともに純ラーメン要素では合計で 0.24W, 耐震壁要素では合計で 0.48W とした．一方で，Model-A-W2 と Model-B-W2 ではX方向の耐震壁要素の降伏耐力および弾性剛性を Model-A-W1, Model-B-W1 の２倍に設定した．すなわち，Model-A-W2 と Model-B-W2 の X 方向の降伏ベースシアーは Model-A-W1, Model-B-W1 の 1.67 倍（1.20W）となる．各要素の復元力特性は図—２のように仮定し，履歴特性としては曲げ破壊型のＲＣ造建物を想定して Takeda モデル[3)]とした．なお，各構面での部材のねじり剛性および２方向応力の相互作用の影響は解析等の簡略化のため無視した．各モデルの偏心比 E_X，E_Y（$= e_X / r$，e_Y / r，e_X，e_Y: 剛性偏心距離，r：床の回転半径），重心に関する弾力半径比 J_X，J_Y（$= j_X / r, j_Y / r$，j_X, j_Y: 重心に関する弾力半径），基準法における偏心率 R_{eX}，R_{eY} および各モードの固有周期 T_i (i = 1~3)および３章で後述する X, Y 方向に関する等価質量比 m_{Xi}^*, m_{Yi}^*を表—１に示す．表－１において，解析建物モデルは全てX軸に関して対称な１軸偏心建物であるため、E_Y および R_{eX} の値はともに 0 となる。なお，弾性 1 次モード形は図—３に示すように Y 方向の振動が支配的なモード，弾性 2 次モード形はX方向の純並進振動となるモード，弾性 3 次モード形は回転振動が支配的なモードである．減衰は瞬間剛性比例型とし，減衰定数は弾性 1 次モードに対して 3%と仮定した．

2.2.　入力地震動

入力地震動は X，Y 方向からの２方向入力とした．入力地震動は告示で規定された設計用応答スペクトルに適合するように作成した模擬地震動とした．作成する模擬地震動の入力レベルは極めて稀に生じる地震動とし，地盤種別を第２種地盤として告示に示す地盤増幅を考慮した．

表―２　模擬地震動の一覧

模擬地震動名称	最大加速度 $A_0\,(\mathrm{m/s^2})$		最大速度 $V_0\,(\mathrm{m/s})$	
	EW	NS	EW	NS
JCode-ELC	5.703	5.402	0.790	0.964
JCode-TOH	5.676	5.512	0.970	0.911
JCode-JKB	6.507	6.836	0.890	0.856



図―４　弾性加速度応答スペクトル

模擬地震動の位相特性は El Centro 1940, Tohoku Univ 1978, JMA Kobe 1995 の位相特性を用いるものとし，X 方向成分では各々の EW 成分，Y 方向成分では各々の NS 成分の位相特性を用いた．表―２に模擬地震動の一覧を，図―４に各模擬地震動の弾性加速度応答スペクトル（減衰定数 5%）を示す．なお解析にあたっては，作成した地震動を X，Y 方向ともに 0.2 倍，0.6 倍および 1.0 倍に係数倍して入力した．

3.　等価１自由度系モデルの非線形応答

3.1.　等価１自由度系モデルの運動方程式

水平２方向入力を受ける単層１軸偏心系モデルの運動方程式は式(1)で表される．

$$\begin{aligned}&[M]\{\ddot{d}\}+[C]\{\dot{d}\}+\{R\}\\&=-[M]\left(\{\alpha_X\}\cdot a_{gX}+\{\alpha_Y\}\cdot a_{gY}\right)\end{aligned}\tag{1}$$

ここで，

$[M]=\begin{bmatrix} m & 0 & 0\\ 0 & m & 0\\ 0 & 0 & I\end{bmatrix}$　：質量マトリクス

$\{d\}=\{x \quad y \quad \theta\}^T$　：変位ベクトル

$\{R\}=\{R_X \quad R_Y \quad M_Z\}^T$　：復元力ベクトル

a_{gX}, a_{gY}　：地動加速度

$\{\alpha_X\}=\{1 \quad 0 \quad 0\}^T, \{\alpha_Y\}=\{0 \quad 1 \quad 0\}^T$

m：建物質量，I：建物の回転慣性質量

$[C]$：減衰マトリクス

である．ここで，変位ベクトルおよび復元力ベクトルを式(2)，(3)の形におく．

$$\{d\}=\sum_{i=1}^{3}\left(\beta_{iX}\{\phi_i\}\cdot D_{iX}^{\ *}+\beta_{iY}\{\phi_i\}\cdot D_{iY}^{\ *}\right)\tag{2}$$

$$\{R\}=[M]\sum_{i=1}^{3}\left(\beta_{iX}\{\phi_i\}\cdot A_{iX}^{\ *}+\beta_{iY}\{\phi_i\}\cdot A_{iY}^{\ *}\right)\tag{3}$$

ここで，β_{iX}，β_{iY}は i 次モードの X，Y 方向に関する刺激係数であり，式(4)で定義される．

$$\beta_{iX}=\frac{\{\phi_i\}^T[M]\{\alpha_X\}}{\{\phi_i\}^T[M]\{\phi_i\}},\beta_{iY}=\frac{\{\phi_i\}^T[M]\{\alpha_Y\}}{\{\phi_i\}^T[M]\{\phi_i\}}\tag{4}$$

また，$\{\phi_i\}$は i 次モードベクトル，$D_{iX}^{\ *}$，$D_{iY}^{\ *}$は i 次モードの等価変位，$A_{iX}^{\ *}$，$A_{iY}^{\ *}$は i 次モードの等価加速度である．

ここで，対象とする単層 1 軸偏心系モデルが Y 方向からの 1 方向地震入力を受ける場合には１次モードが常に卓越して振動する一方でX方向からの 1 方向地震入力を受ける場合には 2 次モードが常に卓越して振動するものとする．この時，水平 2 方向地震入力を受ける場合には変位ベクトルおよび復元力ベクトルが式(5)，(6)で表せると仮定する．

$$\{d\}=\beta_{2X}\{\phi_2\}\cdot D_{2X}^{\ *}+\beta_{1Y}\{\phi_1\}\cdot D_{1Y}^{\ *}\tag{5}$$

$$\{R\}=[M]\left(\beta_{2X}\{\phi_2\}\cdot A_{2X}^{\ *}+\beta_{1Y}\{\phi_1\}\cdot A_{1Y}^{\ *}\right)\tag{6}$$

式(5)，(6)を式(1)に代入し，さらに両辺の左側に$\beta_{1Y}\{\phi_1\}^T$ を掛けてモードの直交性を考慮して整理する．

$$\begin{aligned}&\ddot{D}_{1Y}^{\ *}+\frac{\beta_{1Y}^{\ 2}\left(\{\phi_1\}^T[C]\{\phi_1\}\right)}{\beta_{1Y}^{\ 2}\left(\{\phi_1\}^T[M]\{\phi_1\}\right)}\cdot\dot{D}_{1Y}^{\ *}+A_{1Y}^{\ *}\\&=-\left(\frac{\beta_{1Y}}{\beta_{1X}}\cdot\frac{\beta_{1X}\left(\{\phi_1\}^T[M]\{\alpha_X\}\right)}{\beta_{1Y}^{\ 2}\left(\{\phi_1\}^T[M]\{\phi_1\}\right)}\cdot a_{gX}+a_{gY}\right)\end{aligned}\tag{7}$$

ここで, X, Y 方向に関する１次等価質量$M_{1X}^{\ *}$，$M_{1Y}^{\ *}$を式(8)，(9)で定義する．

$$M_{1X}^{\ *}=\beta_{1X}^{\ 2}\left(\{\phi_1\}^T[M]\{\phi_1\}\right)=\beta_{1X}\{\phi_1\}^T[M]\{\alpha_X\}\tag{8}$$

$$M_{1Y}^{\ *}=\beta_{1Y}^{\ 2}\left(\{\phi_1\}^T[M]\{\phi_1\}\right)=\beta_{1Y}\{\phi_1\}^T[M]\{\alpha_Y\}\tag{9}$$

式(8)，(9)より式(10)の関係が得られる．

$$\beta_{1X}/\beta_{1Y}=\sqrt{M_{1X}^{\ *}/M_{1Y}^{\ *}}=\sqrt{m_{1X}^{\ *}/m_{1Y}^{\ *}}\tag{10}$$

ここで，$m_{1X}^{\ *}$および $m_{1Y}^{\ *}$は X，Y 方向に関する 1 次等価質量比であり，式(11)で定義される．

$$m_{1X}^{\ *}=M_{1X}^{\ *}/m, m_{1Y}^{\ *}=M_{1Y}^{\ *}/m,\tag{11}$$

また，1 次モードに関する等価減衰係数 $C_{1Y}^{\ *}$を式(12)で定義する．

$$C_{1Y}^* = \beta_{1Y}^2 \left(\{\phi_1\}^T [C] \{\phi_1\} \right) \tag{12}$$

式(7)に式(8)～(12)を代入して式(13)を得る．

$$\ddot{D}_{1Y}^* + \left(C_{1Y}^* / M_{1Y}^* \right) \cdot \dot{D}_{1Y}^* + A_{1Y}^* = -\left(\sqrt{m_{1X}^* / m_{1Y}^*} \cdot a_{gX} + a_{gY} \right) \tag{13}$$

式(13)の右辺第 1 項は，1 次モード応答に対する地動加速度の X 方向成分，第 2 項は Y 方向成分の寄与分をそれぞれ表している．ここで，**表－１**に示したように，X 軸に対して対称な単層 1 軸偏心系の場合には m_{1X}^* は 0 となり地動加速度の X 方向成分は 1 次モード応答に全く寄与しない．そこで，水平 2 方向地震入力を受けて非線形領域で応答する場合においても m_{1X}^* が十分に小さいものとして 0 とおくと，最終的には Y 方向からの 1 方向入力を受ける場合と全く同じ形の式（式(14)）を得る．

$$\ddot{D}_{1Y}^* + \left(C_{1Y}^* / M_{1Y}^* \right) \cdot \dot{D}_{1Y}^* + A_{1Y}^* = -a_{gY} \tag{14}$$

同様にして，非線形領域で応答する場合においても m_{2Y}^* が十分に小さいものとして 0 であるとすると(15)を得る．

$$\ddot{D}_{2X}^* + \left(C_{2X}^* / M_{2X}^* \right) \cdot \dot{D}_{2X}^* + A_{2X}^* = -a_{gX} \tag{15}$$

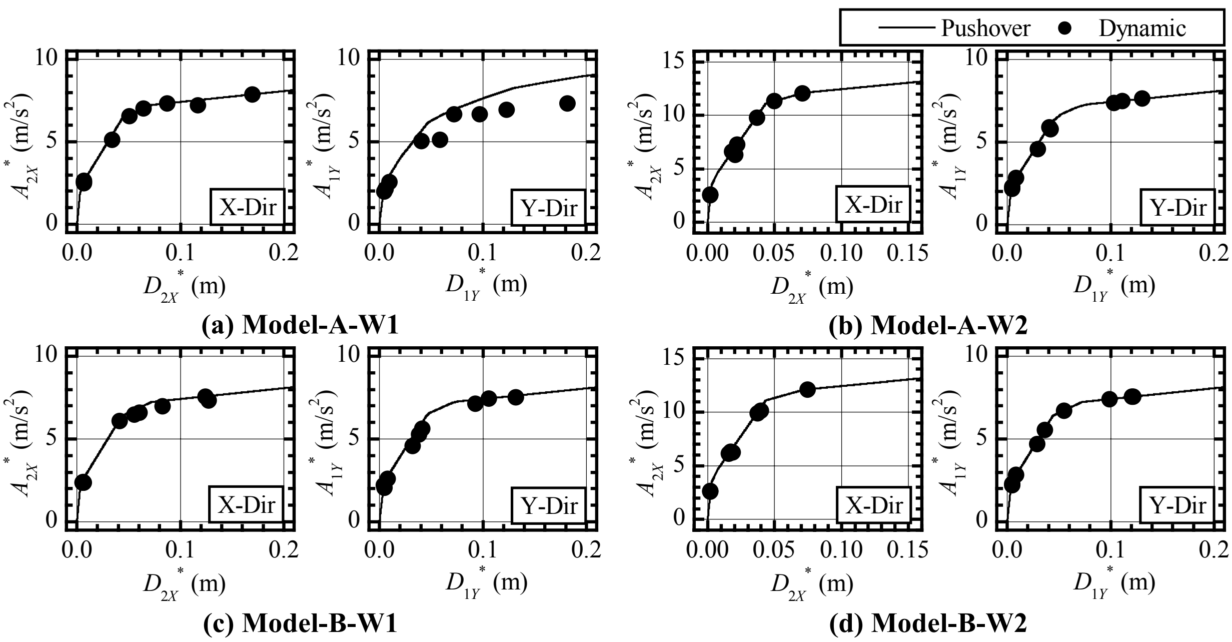
式(14)と式(15)が等価 1 自由度系モデルの運動方程式である．なお，本研究ではこれまでの検討[2),5)]と同様に，非線形領域におけるモード形は，各要素の最大変形（正負両領域での絶対値の大きい側の変形）での割線剛性により定まるものとした．

3.2. 単層 1 軸偏心系モデルにおける各モードの最大応答

ここでは，等価 1 自由度系モデルの非線形応答解析の前段階として，単層 1 軸偏心系モデルの時刻歴応答解析結果のモード分解を行って各モードの等価変位 D_{2X}^*，D_{1Y}^* および等価加速度 A_{2X}^*，A_{1Y}^* の最大値を求め，静的漸増載荷解析結果との比較を行う．ここで，モード分解に用いるモード形は，本来であれば時々刻々における各要素の等価剛性に対して固有値解析により定めるのが妥当であるが，本研究では文献4)と同様に最大応答点に着目し，文献5)で示した方法によりモード形の変動を考慮した静的漸増載荷解析を行い，その結果を用いてモード形を仮定するものとする．すなわち，非線形領域での１次，２次モード形はそれぞれＹ方向，Ｘ方向に関する静的漸増載荷解析結果を用いて定めた．そのため，厳密にはここで求まる各モードの応答は真の固有モードの応答ではなく，モード形を仮定した参照モードの応答である点に留意されたい．以下にその手順を示す．

(1) モード形 $\beta_{1Y}\{\phi_1\}$ を仮定し，式(16)，(17)より D_{1Y}^* および A_{1Y}^* を求める．

$$D_{1Y}^* = \beta_{1Y} \{\phi_1\}^T [M] \{d\} / M_{1Y}^* \tag{16}$$



図—５　各モデルの等価加速度—等価変位関係

$$A_{1Y}^{*} = \beta_{1Y}\{\phi_1\}^T\{R\} / M_{1Y}^{*} \tag{17}$$

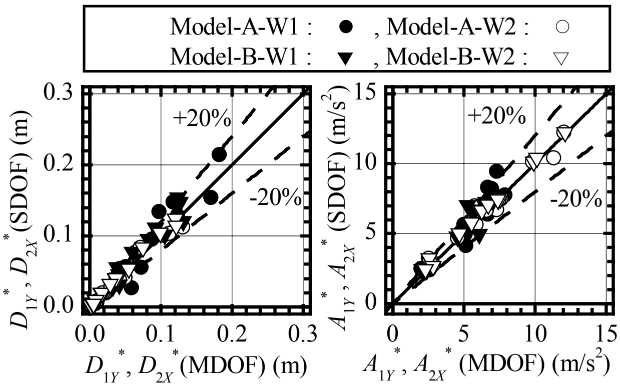
(2) D_{1Y}^{*}の最大値に対応するステップをY方向に関する静的漸増載荷解析結果より求め，当該ステップの変位分布を用いて新たなモード形$\beta_{1Y}\{\phi_1\}$を仮定する．

(3) (1)に戻り，再びD_{1Y}^{*}およびA_{1Y}^{*}を求め，仮定したモード形がY方向に関する静的漸増載荷解析でD_{1Y}^{*}の最大値に対応するステップでのモード形と等しくなるまで繰り返す．

2次モード応答に関しても同様の手順によりD_{2X}^{*}およびA_{2X}^{*}の最大値を求める．**図―５**に，各モードの等価変位・等価加速度の最大応答と静的漸増載荷解析結果により得られた等価加速度―等価変位の関係との対応を示す．**図―５(a)**より，Model-A-W1では応答の増大に伴ってY方向でのモード分解による等価加速度A_{1Y}^{*}が，静的漸増載荷解析結果と比較して低くなっていることがわかる．これはModel-A-W1の構造特性に起因するものであると考えられる．すなわち，Model-A-W1では水平2方向入力とねじれ応答によりX方向構面で剛性低下が進行した結果，Y方向に関する静的漸増載荷解析と比較してさらにねじれ応答が大きくなり剛側構面の耐力が発揮できなくなったと推察される．一方，Model-A-W1と同一平面を有しX方向構面の降伏耐力が高いModel-A-W2，弾力半径比が大きいModel-B-W1, Model-B-W2では**図―５(b)～(d)**に示すように概ねX, Y方向ともに静的漸増載荷解析結果と時刻歴応答解析結果とは良好に対応している．これはModel-A-W1と比較してねじれ応答が抑えられたためである．

3.3. 等価１自由度系モデルの非線形応答解析

次にX､Y各方向に関する静的漸増載荷解析結果により得られた等価加速度－等価変位関係を3折れ線で近似して等価1自由度系を作成してそれぞれ独立に応答解析を行い，最大応答を推定する．**図―６**に各モデルにおける等価変位D_{1Y}^{*}，D_{2X}^{*}と等価加速度A_{1Y}^{*}，A_{2X}^{*}の最大値を，多自由度系と等価1自由度系の結果を比較して示す．**図―６**より，等価1自由度系による推定



図―６　等価１自由度系モデルの最大応答

結果は多自由度系と概ね良好に対応しており，特にX方向の降伏耐力が大きいModel-A-W2, Model-B-W2では良好な推定結果となった．なお, Model-A-W1ではA_{1Y}^{*}の最大値が3.2で述べた理由により等価1自由度系では大きめに推定されているが，その程度は概ね20%以内である．

4. 水平２方向地震入力の影響を考慮した静的漸増載荷解析

ここでは，文献5)の方法を水平２方向地震入力の場合に拡張し，単層1軸偏心系モデルの静的漸増載荷解析を行って各構面の最大応答変位の推定を試みる．式(17)～(20)より以下の4種類の外力分布$\{P_{1X}\}$, $\{P_{2X}\}$, $\{P_{1Y}\}$, $\{P_{2Y}\}$を求める．

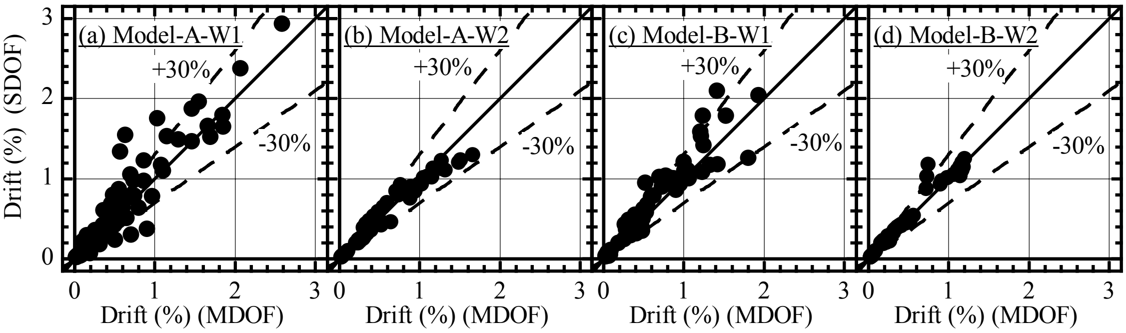
$$\{P_{1X}\} = [M]\left(\beta_{2X}\{\phi_2\}\cdot A_{2X}^{*} + \gamma\cdot\beta_{1Y}\{\phi_1\}\cdot A_{1Y}^{*}\right) \tag{17}$$

$$\{P_{2X}\} = [M]\left(\{\alpha_X\}\cdot A_{2X}^{*} + \gamma\cdot\beta_{1Y}\{\phi_1\}\cdot A_{1Y}^{*}\right) \tag{18}$$

$$\{P_{1Y}\} = [M]\left(\gamma\cdot\beta_{2X}\{\phi_2\}\cdot A_{2X}^{*} + \beta_{1Y}\{\phi_1\}\cdot A_{1Y}^{*}\right) \tag{19}$$

$$\{P_{2Y}\} = [M]\left(\gamma\cdot\beta_{2X}\{\phi_2\}\cdot A_{2X}^{*} + \{\alpha_Y\}\cdot A_{1Y}^{*}\right) \tag{20}$$

ここで，γは2方向入力による応答の同時性を考慮する係数であり，本検討ではγの値は0.5と仮定する．なお，式(17)～(20)中のA_{1Y}^{*}，A_{2X}^{*}は，等価1自由度系により推定した等価加速度の最大値を，$\beta_{1Y}\{\phi_1\}$，$\beta_{2X}\{\phi_2\}$はX，Y各方向に関する静的漸増載荷解析において等価1自由度系により推定した等価変位D_{1Y}^{*}，D_{2X}^{*}の最大値に対応するモード形を用いる．次に，4種類の外力分布を用いて単層1軸偏心系モデルの静的漸増載荷解析を行う．静的漸増載荷解析は，外力分布が$\{P_{1X}\}$，$\{P_{2X}\}$の場合には式(21)によるD_X^{*}がD_{2X}^{*}に達する点まで，外力分布が$\{P_{1Y}\}$，$\{P_{2Y}\}$の場合には式(22)によるD_Y^{*}がD_{1Y}^{*}に達す



図―７　各構面の最大変位の推定結果

る点まで解析を行う．

$$D_X^{\ *} = \beta_{2X}\{\phi_2\}^T[M]\{d\}/M_{2X}^{\ *} \tag{21}$$

$$D_Y^{\ *} = \beta_{1Y}\{\phi_1\}^T[M]\{d\}/M_{1Y}^{\ *} \tag{22}$$

最後に，4 種類の静的漸増載荷解析により求まった各構面変位で最も大きいものを推定値とする．**図―７**に各モデルにおける各構面の最大応答変位の推定結果を多自由度系モデルの結果と比較して示す．**図―７**において，本手法により全てのモデルで各構面の最大応答変位を概ね良好に推定できており，特に X 方向構面の降伏耐力が高い Model-A-W2, Model-B-W2 では非常に精度が高い．従って，式(17)～(20)中の 2 方向入力による応答の同時性を考慮する係数γに関しては検討の余地があるものの，本手法は水平 2 方向地震入力を受ける単層 1 軸偏心建物の各構面最大応答変位の推定に有効である．

5.　まとめ

本検討では, 水平 2 方向地震入力を受ける単層 1 軸偏心建物を対象として，その非線形応答の推定を試みた．結論を以下に示す.

(1) 直交する水平 2 方向に関する等価 1 自由度系の非線形運動方程式を定式化し，その妥当性を等価 1 自由度系の時刻歴応答解析により検討した．その結果，本検討で用いたモデルでは等価 1 自由度系によりその等価加速度，等価変位の最大値を概ね良好に推定することができた.

(2) 水平 2 方向地震入力を受ける場合の各構面の最大応答変位を静的漸増載荷解析により推定する方法を示し，その妥当性を検討した．その結果，2 方向入力による応答の同時性の考慮については検討の余地を残しているものの，本検討で用いたモデルに関しては各構面の最大応答変位を概ね良好に推定することができた.

参考文献

1) Applied Technology Council : Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings (ATC-40)，Report No. SCC96-01，1996

2) 藤井　賢志，中埜　良昭，真田　靖士：一方向入力を受ける多層 1 軸偏心建物の非線形応答評価手法，コンクリート工学年次論文集，Vol. 25，pp.7-12，2003. 7

3) Takeda, T., Sozen, M. P. and Nielsen, N. N.：Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes，Journal of Structural Division, Proceedings of the ASCE，pp. 2557-2573, 1970.12

4) 倉本　洋：等価 1 自由度系縮約と応答値評価，「限界耐力計算を展望する ～耐震設計法の課題をさぐる～」2003 年度日本建築学会大会（東海）構造部門 PD 資料, pp. 29-37, 2003. 9

5) 藤井　賢志，中埜　良昭，真田　靖士：単層 1 軸偏心建物の非線形応答評価における直交方向構面の剛性低下の影響，構造工学論文集，Vol. 49B，pp.221-234, 2003. 3