

論文 異なる形状比を有する円柱コンクリートの三次元 FEM 一軸圧縮解析

吉田 幸夫<sup>\*1</sup>・水野 英二<sup>\*2</sup>・畑中 重光<sup>\*3</sup>

**要旨**：本研究では，コンクリートの破壊基準に Drucker-Prager 型破壊基準を適用し，形状比（ここでは，高さ幅比  $H/D$ ）の異なる円柱プレーンコンクリートの一軸圧縮 FEM 解析を行った。実験にて得られている最大圧縮応力を再現するために設定すべき内部摩擦角を実験結果と解析結果との比較から求めた。その結果，最大圧縮応力を再現する内部摩擦角は，ほぼ  $30^\circ$  程度であることが分かった。

**キーワード**：形状比，円柱コンクリート，三次元 FEM 解析，端面摩擦，DIANA

1. はじめに

一般に，主応力空間におけるコンクリートの破壊曲面の経線は，圧縮の静水圧が増大することによりその勾配が緩やかになる。また，偏差平面内での形状は低静水圧状態では三角形に近い形状を，さらに高静水圧状態では円形に近い形状を呈すると言われている。一方，Drucker-Prager 型破壊曲面の主応力空間での形状は円錐形となっており，圧縮の静水圧軸に沿って円錐形の裾が大きくなる形状を示す。また，その円錐形の勾配は内部摩擦角の値により決定する。

コンクリート構造物の解析において，Drucker-Prager 型破壊基準を適用する際には，内部摩擦角が重要となる。すなわち，内部摩擦角により，解析値は実験値を過大または過小に評価する可能性があり，同破壊基準を適用する際には，構造物がどのような応力状態下にあるかを適切に評価し，内部摩擦角の値を決める必要がある。

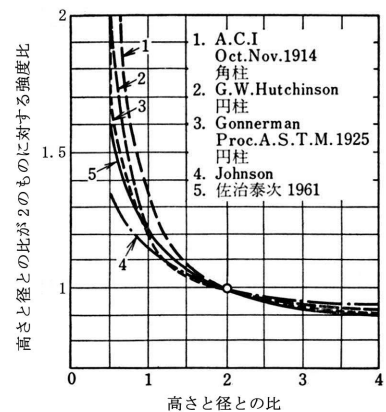
既往のコンファインドコンクリートを取り扱っている解析的研究によると<sup>1)~4)</sup>，内部摩擦角は  $30^\circ$  前後としている。

筆者らは，既報<sup>5)</sup>にて一様側圧の作用するコンクリート 1 要素の一軸圧縮 FEM 解析を行い，実験結果にほぼ一致する内部摩擦角はおおよそ  $53^\circ$  であると報告している。ここに用いた実験結果<sup>6)および7)</sup>は，極めて低側圧で，かつ一様な三

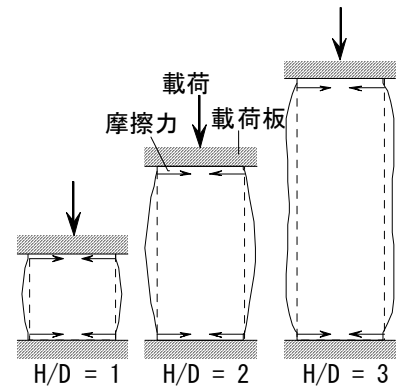
軸圧縮状態での結果であるため，コンファインドコンクリートのよような局部的に比較的大きな側圧が離散的に作用する構造体では，このまま適用した場合，実験結果を過大評価する可能性がある。

そこで本報では，解析コードに汎用有限要素解析プログラム DIANA<sup>7)8)</sup>を

用い，コンクリートの構成則には DIANA 既存の Drucker-Prager 型破壊基準を適用し，形状比（以下， $H/D$  と称する）の異なる円柱コンクリート供試体の一軸圧縮 FEM 解析を行う。ただし，一軸圧縮荷重は，通常の荷重方法，すなわ



(a) 圧縮強度比と  $H/D$  の関係 (文献 9) の図を一部修正)



(b) 変形の概要

図-1 「端面摩擦有り」での圧縮強度比および変形

\* 1 三重大学大学院 工学研究科博士後期課程システム工学専攻 工修 (正会員)

\* 2 中部大学 工学部土木工学科教授 Ph.D. (正会員)

\* 3 三重大学 工学部建築学科教授 工博 (正会員)

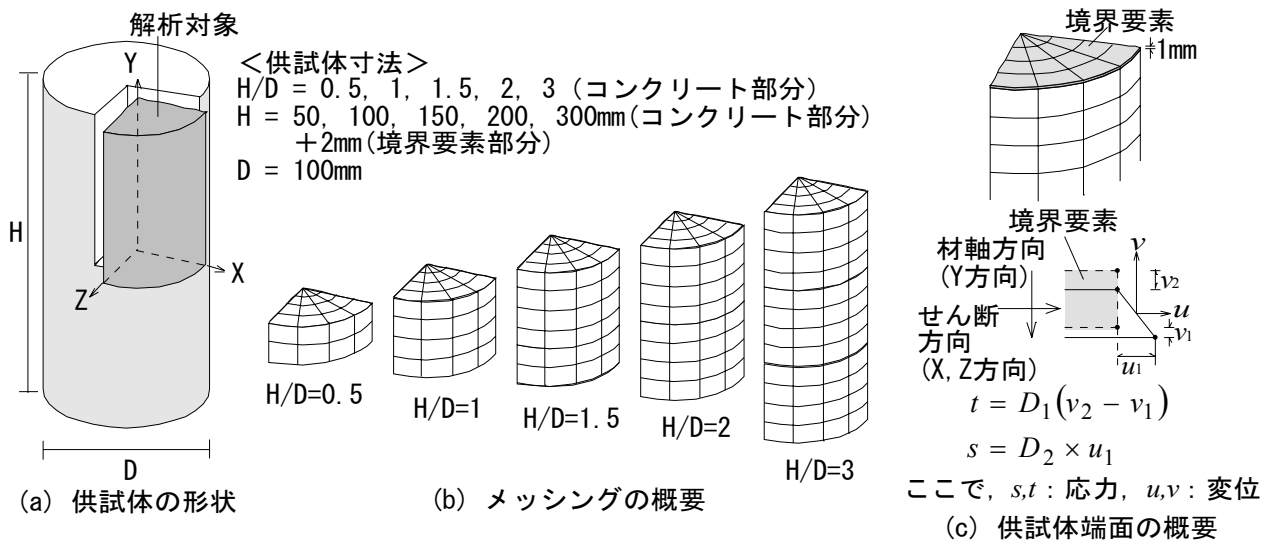


図-2 供試体概要

ち、供試体と載荷板との間に摩擦（端面摩擦）が存在するものとして行う。FEM 解析結果より、図-1 に示す各供試体の最大圧縮応力を再現するために設定すべき内部摩擦角を求める。また、その内部摩擦角を用いたときの内部性状、ここでは、等価拘束圧<sup>10)</sup>の分布についても報告する。

表-1 供試体シリーズ

供試体シリーズ	供試体数	H/D	$\phi = \psi$ (°)	$D_1 = D_2$ N/(mm <sup>2</sup> ×mm)
		H(mm)		
HD05_φ○_△	35	0.5	25	
		50		
HD10_φ○_△	35	1	30	$1.0 \times 10^1$
		100	35	$1.0 \times 10^2$
HD15_φ○_△	35	1.5	40	$1.0 \times 10^3$
		150	45	$1.0 \times 10^4$
HD20_φ○_△	35	2	50	$1.0 \times 10^5$
		200	53	
HD30_φ○_△	35	3		
		300		

注)  $\phi$  : 内部摩擦角,  $\psi$  : Dilatancy angle, 表中の○および△は、それぞれ内部摩擦角  $\phi$ ・Dilatancy angle  $\psi$  および剛性を示す。例) HD20\_φ50\_1.0×10<sup>3</sup> : 供試体形状が H/D = 2, 内部摩擦角  $\phi$  および Dilatancy angle  $\psi = 50^\circ$ , 剛性  $D_1 = D_2 = 1.0 \times 10^3$  N/(mm<sup>2</sup>×mm) を意味する。

## 2. 解析概要

### 2.1 供試体および解析モデル概要

図-2 に供試体概要を、表-1 に供試体シリーズを示す。解析対象は、図-2 (a) に示すように、対称性を考慮して供試体全体の 1/8 とした。すなわち、供試体は上下および円周方向に均質であるとしており、対称性を仮定したことによる解析結果への影響はないと言える。また、要素寸法が解析結果に及ぼす影響を調べるため、本解析に先立ち、同図 (b) に示した供試体 H/D = 1 および 2 について要素寸法を高さ方向に 1/2 および 2 倍した場合の解析を実施した。解析結果によれば、この範囲の差であれば、要素寸法の影響は、ほぼ無視できることを確認している。

端面摩擦を考慮するため、同図 (c) に示すように、コンクリート端面に厚さ 1 mm の境界要素を設定した。境界要素の「厚さ 1 mm」とは、実際には境界要素は存在しないことから、本解析では極力薄するという条件の下で設定している数値である。境界要素の詳細については、2.5 節で述べる。

載荷方法は供試体上面に軸圧縮ひずみを与える変位制御とし、1step 当たりの軸変位量を  $4.0 \times 10^{-3}$  mm (平均軸ひずみは、例えば H/D = 1 では 0.784 %)、平均軸圧縮ひずみ 1 % まで載荷を行った。境界条件は、対称面においては直角方向に変位を拘束し、載荷面（境界要素の上面）については側方への変位、すなわち、図-2 (a) に示す X および Z 方向の変位を拘束した。

### 2.2 コンクリートの構成モデル、破壊基準および要素モデルの概要

構成モデルとして、DIANA 既存の Drucker-Prager 型構成則を、破壊基準には同破壊基準を

適用した。要素としては、20 節点アイソパラメトリック要素 (DIANA での要素名 : CHX60) を採用した。

### 2.3 コンクリートの材料定数

表-2 にコンクリートの材料定数を示す。内部摩擦角  $\phi$  および Dilatancy angle  $\psi$  は、 $25^\circ \sim 53^\circ$  までの間で変化させ、ここでは、関連流れ則に従うものとした。

### 2.4 コンクリートの一軸圧縮応力-ひずみ関係

三次元解析に採り入れるプレーンコンクリートの構成モデル (Drucker-Prager モデル) の一軸圧縮応力-ひずみ関係は、修正 Popovics 式により計算される曲線<sup>6)および7)</sup>に一致させるものとした。この表示式による実測値の表示性能は、文献<sup>6)および7)</sup>によって示されている。

プレーンコンクリートの一軸圧縮応力-ひずみ関係 (図-3 参照) を三軸応力場およびひずみ場に拡張するため、ひずみ軟化を考慮できる Drucker-Prager モデルでのパラメータ、すなわち、式(1)に示す粘着力  $c$ -等価塑性ひずみ  $\kappa$  の関係<sup>8)</sup>を定めた。

$$c = \sigma(1 - \sin \phi / 2 \cos \phi) \quad (1-1)$$

$$\kappa = -\varepsilon_3^p \sqrt{1 + 2\alpha^2} / (1 - \alpha) \quad (1-2)$$

$$\alpha = 2 \sin \phi / (3 - \sin \phi) \quad (1-3)$$

ここに、 $\sigma$  : 応力、 $\varepsilon_3^p$  : 载荷軸方向の塑性ひずみ、 $\alpha$  : 負荷曲面の傾きを規定する係数、である。ここでは、圧縮を負としている。各载荷ステップ時での応力  $\sigma$  および塑性ひずみ  $\varepsilon_3^p$  の増分から、粘着力  $c$  および等価塑性ひずみ  $\kappa$  を求める。

### 2.5 境界要素の概要

表-1 に示す境界要素の材軸方向およびせん断方向の剛性 (それぞれ  $D_1$  および  $D_2$ ) とは、「単位面積あたりに、それぞれ材軸方向およびせん断方向の単位変位を生じさせるために必要な力」を意味する。同表に示した境界要素の剛性 (それぞれ  $D_1$  および  $D_2$ ) の数値は、以下のように設定した。すなわち、剛性の数値に関する

表-2 コンクリートの材料定数

$E_c$ (MPa)	$\nu_c$	$F_c$ (MPa)	$F_t$ (MPa)	$\phi = \psi$ ( $^\circ$ )
$2.6 \times 10^4$	0.2	30	2.4	25, 30, 35, 40, 45, 50, 53

注)  $E_c$  : ヤング係数,  $\nu_c$  : ポアソン比,  $F_c$  : 圧縮強度,  $F_t$  : 引張強度

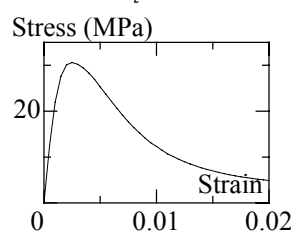


図-3 一軸圧縮応力-ひずみ関係

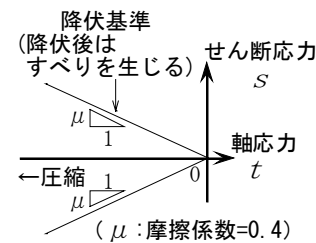


図-4 境界要素の降伏基準

るパラメトリック解析より、 $1.0 \times 10^5$  N/(mm<sup>2</sup> × mm) 以上としても解析結果には影響は無いことを確かめたことから同表に示す水準とした。

コンクリート端面に設けている境界要素の構成モデルとしては、図-2 (c) に示すように、材軸方向  $v$  およびせん断方向  $u$  (すべり方向) の変位に応じて算定される弾性体であるが、せん断方向の応力  $s$  については図-4 に示すように、その降伏値が材軸方向の応力  $t$  に応じて線形に規定される。また、ここでは同図中の摩擦係数  $\mu$  を一般的な値である 0.4 とした。要素モデルは、8 + 8 節点四辺形要素 (要素名 : CQ48I) を採用した。

## 3. 解析結果および考察

### 3.1 H/D-強度比関係

図-5 に H/D-強度比関係を内部摩擦角  $\phi$  ごとに示す。ここでの強度比とは、H/D の異なる供試体の最大圧縮応力を、H/D = 2 の端面摩擦のある供試体の最大圧縮応力 ( $F_c = 33.2$  MPa, 同図中に○として表示している) で除したものである。H/D = 2 の最大圧縮応力  $F_c = 33.2$  MPa は、文献<sup>11)</sup>を参考にした。同図には、境界要素の剛性  $D_1$  および  $D_2$  が  $1.0 \times 10^3$  N / (mm<sup>2</sup> × mm) 以上の結果を示している。これは、境界要素の剛性  $D_1$  および  $D_2$  が  $1.0 \times 10^2$  N / (mm<sup>2</sup> × mm) 以下では、どの結果も境界要素の剛性が低いことによりコンクリートのヤング係数 ( $E_c =$

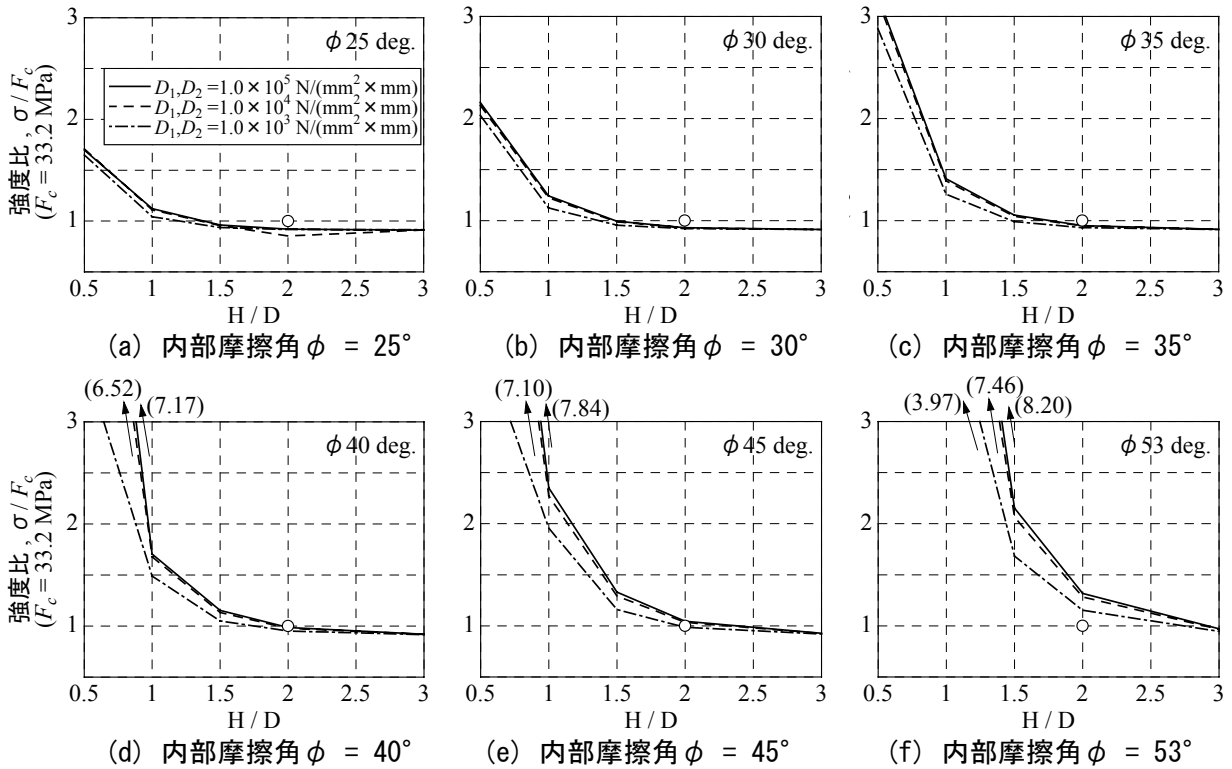


図-5 H/D-強度比関係〔図中の( )内の数値は、H/D = 0.5での強度比を示す〕

$2.6 \times 10^4$  MPa) が再現されなかったためである。

図-6は、図-1(a)に示した「H/Dの異なる供試体と最大圧縮応力との関係」に関する実験結果に、内部摩擦角 $\phi$ が $25^\circ$ 、 $30^\circ$ および $35^\circ$ における、境界要素の剛性 $D_1$ および $D_2$ を $1.0 \times 10^4$  N/( $\text{mm}^2 \times \text{mm}$ )とした場合の解析結果を併記したものである。同図より、内部摩擦角 $\phi$ を $30^\circ$ 前後とすることにより、図-1(a)に示した既往の実験結果とほぼ一致することが分かる。文献<sup>1)~4)</sup>で示されている内部摩擦角 $\phi$ は $30^\circ$ 程度であり、本解析結果は、これら既往の文献とほぼ一致している。

本解析供試体の境界要素には、図-4に示すように、すべりを考慮しているが、供試体端面におけるせん断挙動を調べた結果、H/D = 1以下の供試体ではすべりが発生した。境界要素の構成モデルとして、例えばすべりを無視した弾性体を用いると、境界要素に生じるせん断応力が上述のモデルを用いた場合より高くなり、供試体端面の拘束力が大きくなるものと予想される。すなわち、得られる内部摩擦角 $\phi$ は境界要素のモデルによって影響を受ける。予備解析で、境界要素に弾性体(剛性 $D_1$ および $D_2$ は図-6

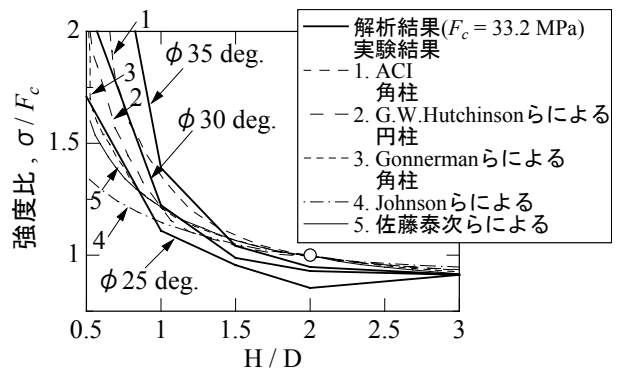
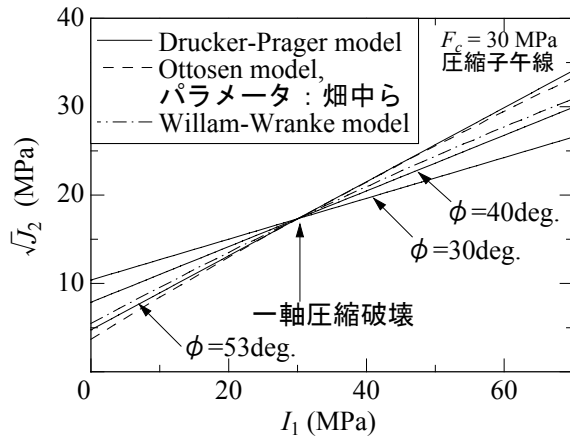


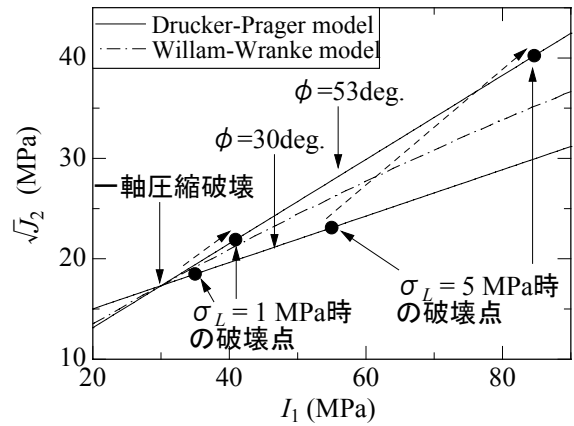
図-6 H/D-強度比関係(解析および図-1(a)に示した実験結果<sup>9)</sup>の比較)

と同じ)を用いて解析した結果、H/D = 0.5および1では、最大圧縮応力がそれぞれ約17 MPaおよび0.3 MPaだけ本解析結果より高くなり(内部摩擦角 $\phi$ の値はそれに応じて小さくなる)、残りのH/Dではほぼ同一の値となることを確認している。

図-7は、同図(a)中に示した3つの破壊基準(Drucker-Prager, Ottosen model<sup>7)</sup>, Willam-Wranke model<sup>12)</sup>)の応力の一次不変量 $I_1$ -偏差二次不変量の平方根 $\sqrt{J_2}$ 平面における圧縮子午線を示している。上述のように、供試体端面から摩擦を受ける場合の最大圧縮応力の実験値を再現する内部摩擦角 $\phi$ は $30^\circ$ 程度が適当であ



(a) 各破壊基準の圧縮子午線



(b) 内部摩擦角と各側圧  $\sigma_L$  下での破壊点の関係

図-7  $I_1 - \sqrt{J_2}$  関係

ることが分かった。ここで、内部摩擦角  $\phi$  が  $30^\circ$  のときの Drucker-Prager 破壊基準を実験値と等しいものと見なすと、筆者らの既往の研究<sup>5)</sup>より明らかになった内部摩擦角  $\phi 53^\circ$  の場合、図-7 (b) 中に示すように、1~2 MPa 程度の一様な低側圧下においては、「一軸圧縮破壊」点に近い破壊点（一次不変量  $I_1$  と偏差二次不変量の平方根  $\sqrt{J_2}$ ）が計算されるため、解析結果は実験結果の最大圧縮応力に近い値を再現する。一方、「一軸圧縮破壊」点より高圧縮応力側、すなわち、同図 (b) 中の側圧  $\sigma_L$  が 5MPa 程度の高側圧下においては、鎖線の矢印が示すように実験値を過大に評価することが分かる。

文献<sup>13)</sup>のように、拘束力がほぼゼロの場合、内部摩擦角  $\phi$  を  $30^\circ \sim 53^\circ$  のどの値としてもほぼ等しい結果となることから、内部摩擦角  $\phi$  を  $50^\circ$  とする報告も見受けられる。

このように、異なる H/D を持つ供試体の一軸圧縮解析では、以後 3.2 節で示すように、H/D が 2 以下の供試体内部に比較的高い拘束圧が生じるため、コンクリートの破壊基準に Drucker-Prager 型の基準を適用する場合、内部摩擦角の取り扱いに注意を要する。

### 3.2 等価拘束圧比の分布および進展

等価拘束圧  $\sigma_c^{10)}$  とは、多軸応力状態を、等しい側圧が作用したときの一軸載荷での応力状態

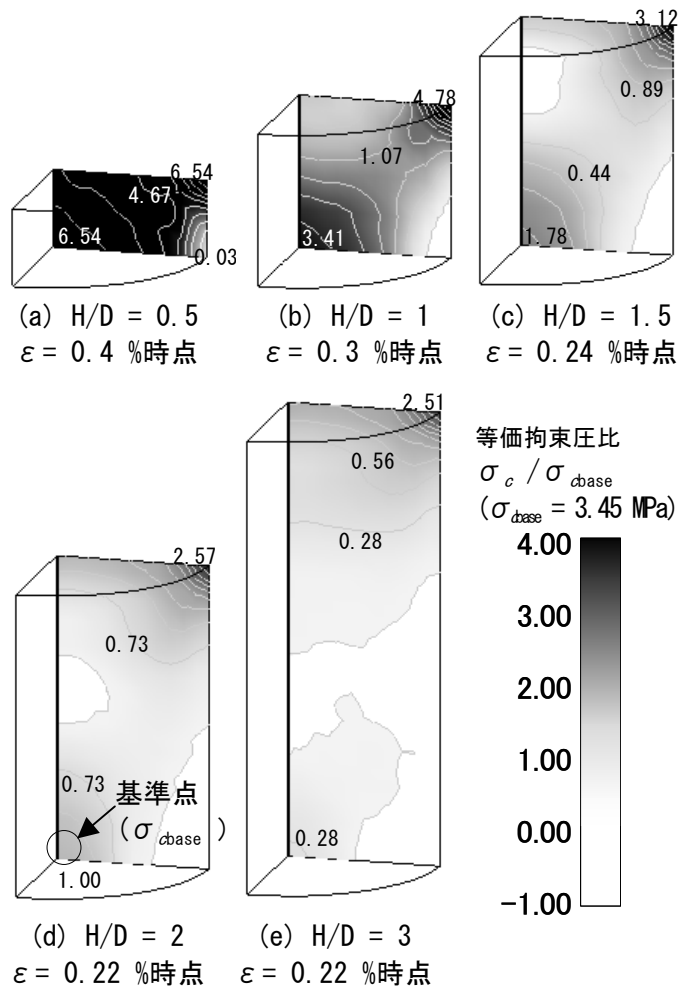


図-8 最大圧縮応力時点での等価拘束圧比  $(\sigma_c / \sigma_{cbase})$  分布 (H/D = 0.5~3)

に置換した場合におけるその側圧の値をいう。式(2)に、定義式を示す。

$$\sigma_c = \frac{1}{3}(I_1 - \sqrt{3J_2}) \quad (2)$$

ここで、 $I_1$ : 応力の一次不変量、 $J_2$ : 偏差応力の二次不変量であり、それぞれ以下のように表

される。

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3-1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (3-2)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} I_1 \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = 1(i=j), 0(i \neq j) \quad (3-3)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$ : 応力、 $s_{ij}$ : 偏差応力、 $\delta_{ij}$ : Kronecker のデルタである。

図-8 に、内部摩擦角  $\phi$  を  $30^\circ$  とした場合の H/D ごとの最大圧縮応力時点における供試体の材軸方向断面内 ( $Z = 0$  での X-Y 平面内) での等価拘束圧比 ( $\sigma_c / \sigma_{cbase}$ ) 分布を示す。ここで、H/D = 2 の供試体の  $\bigcirc$  で囲んだガウス積分点での等価拘束圧を基準 ( $\sigma_{cbase} = 3.45 \text{ MPa}$ ) とする。

図-8 によると、H/D が小さいほど、コンクリート端面の外周部分から図-2 に示す解析対象の原点周辺に亘って高い等価拘束圧の分布する傾向が強い。また、H/D が小さいほど、例えば H/D = 1 の供試体内部に生じる拘束力は非常に高いことが分かる。

#### 4. まとめ

異なる形状比を有する円柱コンクリート供試体の端面摩擦を再現した一軸圧縮 FEM 解析を通して、以下の結論を得た。

- 1) 端面摩擦を有する様々な供試体の圧縮強度に対して内部摩擦角を同定した結果、いずれの場合もほぼ  $30^\circ$  程度であった。
- 2) 形状比が小さいほど、最大圧縮応力時点での供試体内部に生じる拘束力は高くなる。
- 3) 形状比が 2 以下の供試体内部には、比較的高い拘束圧が生じるため、コンクリートに Drucker-Prager 型破壊基準を適用する場合、内部摩擦角の取り扱いに注意を要する。

謝辞：本研究費の一部は、平成 14-15 年度文部科学省研究費補助金 (基盤研究 C, 研究代表者：水野英二) および平成 14 年度竹中育英会建築研究助成金 (研究代表者：吉田幸夫) によった。記して謝意を表す。

#### [引用文献]

- 1) Zhishen Wu and Tada-aki Tanabe : A Hardening / Softening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading, Journal of Structural Engineering, AIJ, 36B, pp.153-162, 1990
- 2) Hiromichi Yoshikawa and Kazuhiro Yamakawa : Analysis of Inelastic Behavior and Failure Modes of Confined Concrete by Elasto-Plastic Softening Model, Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures under Seismic Loads, Edited by P. Benson Shing, Tada-aki Tanabe, ASCE, pp.79-97, 2001
- 3) A. I. Karabinis and P. D. Kiousis : Effects of Confinement on Concrete Columns: Plasticity Approach, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No.9, pp.2747-2767, September, 1994
- 4) 中田幸造, 山川哲朗, 舛田尚之 : アラミド繊維によりプレストレスを導入したコンクリート柱の中心圧縮性状—その 2 解析—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 C-2, pp.417-418, 2003
- 5) 吉田幸夫, 水野英二, 畑中重光 : 境界要素の影響を考慮した円形コンファインドコンクリートの圧縮破壊 FEM 解析, 日本建築学会構造系論文集, No.563, pp.169-176, 2003. 1
- 6) 畑中重光, 服部宏己, 吉田徳雄, 谷川恭雄 : コンファインド高強度コンクリートの圧縮靱性とその評価, コンクリート構造物の靱性と配筋方法に関するシンポジウム論文集, pp.1-20, 1990.5
- 7) S. Hatanaka, Y. Kosaka and Y. Tanigawa: Plastic Deformational Behavior of Axially Loaded Concrete under Low Lateral Pressure - An Evaluation Method for Compressive Toughness of Laterally Confined Concretes (Part 1) - Journal of Structural and Construction Engineering, No.377, pp.27-37, July, 1987
- 8) DIANA Foundation Expertise Center for Computational Mechanics: DIANA Finite Analysis User's Manual, TNO Building and Construction Research., 1999
- 9) 岡田清, 六車熙 著: コンクリート工学ハンドブック 第 5 刷, 朝倉書店, pp.376-377, 1988
- 10) 水野英二, 畑中重光 : コンクリートのひずみ軟化型構成モデルの開発とコンファインドコンクリートの三次元有限要素解析, 土木学会論文集, No.571/V-36, pp.185-197, 1997.8
- 11) Yoshio Kosaka, Yasuo Tanigawa, Kazuo Yamada and Shigemitsu Hatanaka : Plastic Deformational Behavior of Concrete under Multiaxial Compressive Load, Transaction of JCI, Vol. 5, pp. 169-176, 1983
- 12) W. F. Chen : Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982 (色部誠, 河角誠, 安達洋監訳: コンクリート構造物の塑性解析, 丸善, pp.225-232, 1985)
- 13) 藤田吉夫, 石丸麟太郎, 花井重孝, 末永保美 : Plain Concrete の内部摩擦角と引張強度についての一考察, 日本建築学会構造系論文集, 第 494 号, pp. 7-14, 1997. 4