

論文 鉄筋コンクリート柱のモデル化に関する研究

金 裕錫^{*1}・壁谷澤 寿海^{*2}

要旨：本研究は、鉄筋コンクリート造建物の三次元非線形地震応答解析における鉄筋コンクリート柱のマクロな部材モデル化手法を開発、提案したものである。鉄筋コンクリート造の柱は曲げ降伏型であっても、特に大変形域では、せん断補強筋の降伏、コンクリートの2軸応力の影響などにより耐力劣化が生じる。本研究で提案する部材モデルでは、このような現象を2軸応力下での材料レベルの構成則を反映してマクロ的にモデル化したものである。本報告では、部材の物理的なモデル化および構成則を示すとともに、偏心ピロティの振動実験結果に適用して、検証した結果も示した。提案した部材モデルは実験で観察された耐力劣化を適切に表現しており、靱性劣化型の柱も含む骨組の非線形地震応答解析に用いるために他の実験結果との対応関係から更なる検討が必要である。

キーワード：柱，耐力劣化，鉄筋コンクリート，部材モデル

1. はじめに

変形で定義される建物の耐震性能の評価は耐震設計において主なキーワードになっており、数多くの実験的、解析的研究が行われている。以前の研究に比べ、これらの研究は部材の降伏後の挙動を重視し、降伏から破壊に至るまでの過程解明が重要な目的の一つである。その結果、耐力低下および軸-せん断-曲げの相互作用メカニズムを対象にしている解析モデルが提案されてきた。これらの解析モデルは部材レベルの実験データベースに基づくマクロモデル¹⁾とコンクリートおよび鉄筋のような材料レベルの実験結果に基づくFEMによるもの^{2), 3)}に大別されるが、両モデルともに長所および短所を持っているのはよく知られていることである。

そこで、本研究では上述した両モデルの間に位置づけられるRC柱モデルを提案し、その解析手法を示す。さらに実験結果との比較によって提案モデルの精度について検討を行う。本提案モデルの特徴としてはコンクリートおよび鉄筋の応力-歪関係に基づいているにもかかわらず、本格的なFEMに比べ計算上経済的であることが

あげられる。

本研究の主な目的は、本研究で提案する柱モデルの数値解析モデルとしての適合性、安定性について検討し、その妥当性を確認することである。

2. 部材モデル

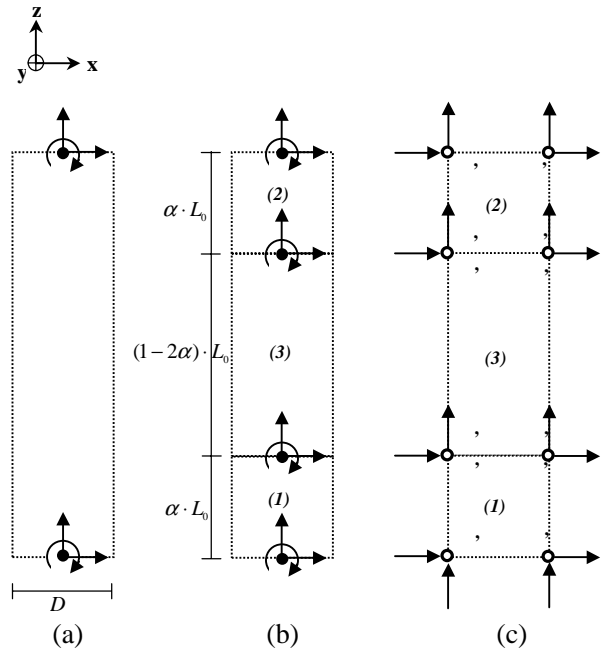


図 - 1 柱モデル

*1 東京大学大学院工学系研究科 博士課程 (正会員)

*2 東京大学地震研究所教授 工博 (正会員)

剛域を除いた長さ L_0 , 全せい D を持つ柱部材モデルを図 - 1 に示す。通常, 柱部材は線材として材軸の両端に 2 つの節点 (図 - 1 (a)) を設けてモデル化するのが一般的であるが, 本研究では塑性ヒンジ長さである両端から αL_0 離れた位置に内部節点 , を設けて一本の柱を 3 つの線材 (1) (2) (3) に分割する (図 - 1 (b)) 。ここで, 本研究では塑性ヒンジ長さ αL_0 として柱の全せい D を用いた。

さらに 2 つの節点を持つ各線材を 4 節点面材に変換する (図 - 1 (c)) 。以下に部材の剛性マトリクスの作成方法, 線材から面材への変換および最小解析単位である面材の解析手法について詳説する。

2.1 部材剛性マトリクス

図 - 1 (b) の節点での力の釣り合いおよび変位の適合条件を考慮して 3 つの線材に対する剛性マトリクスを合成したのが式 (1) である。

$$\begin{Bmatrix} \{\Delta F_1\} \\ \{\Delta F_2\} \\ \{\Delta F_3\} \\ \{\Delta F_4\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_{11}^{(1)}] & 0 & [k_{13}^{(1)}] & 0 \\ & [k_{22}^{(2)}] & 0 & [k_{24}^{(2)}] \\ & & [k_{33}^{(1)}] + [k_{33}^{(3)}] & [k_{34}^{(3)}] \\ [symm.] & & & [k_{44}^{(3)}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta D_1\} \\ \{\Delta D_2\} \\ \{\Delta D_3\} \\ \{\Delta D_4\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで, 下付きおよび上付き文字が表しているのはそれぞれ節点と線材の番号である。式 (1) を外部節点 (,) と内部節点 (,) の関係で表し (式 (2)) , さらに内部節点 と で与えられる外力が 0 であることから内部節点変位 (式 (3)) を用いて外部節点のみの関係で縮約すると部材剛性マトリクス $[K_{6 \times 6}]$ が得られる (式 (4)) 。

$$\begin{Bmatrix} \{\Delta F_e\} \\ \{\Delta F_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{ee}] & [K_{ei}] \\ [K_{ie}] & [K_{ii}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\Delta D_e\} \\ \{\Delta D_i\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\{\Delta D_i\} = [K_{ii}]^{-1} \cdot (\{\Delta F_i\} - [K_{ie}] \{\Delta D_e\}) \quad (3)$$

$$\{\Delta F_{6 \times 1}\} = [K_{6 \times 6}] \{\Delta D_{6 \times 1}\} \quad (4)$$

$$\text{ここで, } \begin{cases} \{\Delta F_{6 \times 1}\} = \{\Delta F_e\} - [K_{ei}] \cdot [K_{ii}]^{-1} \cdot \{\Delta F_i\} \\ [K_{6 \times 6}] = ([K_{ee}] - [K_{ei}] \cdot [K_{ii}]^{-1} \cdot [K_{ie}]) \end{cases}$$

下付き文字 e と i はそれぞれ外部 (external) と内部 (internal) を表している。

以上の内容は 3 つの線材に対して剛性マトリクスの直接作成法と static condensation 法をもちいて剛性マトリクスを誘導したのに過ぎない。ここで, 内部節点での外力が 0 であることは後述する解析手法において収束計算を必要とする条件となる。

2.2 線材から面材への変換

図 - 1 (b) , (c) の (1) 番要素を取り出したのが図 - 2 である。線材と面材の変位関係は平面保持理論と中立軸直交方向の応力が 0 であるという 2 つの仮定に基づいて式 (5) で表すことができ, それをマトリクス形として式 (6) に示す。ここで, 節点 , (または ,) の x 方向変位成分が同じであることが解析手法のもう 1 つの収束計算の条件となる。

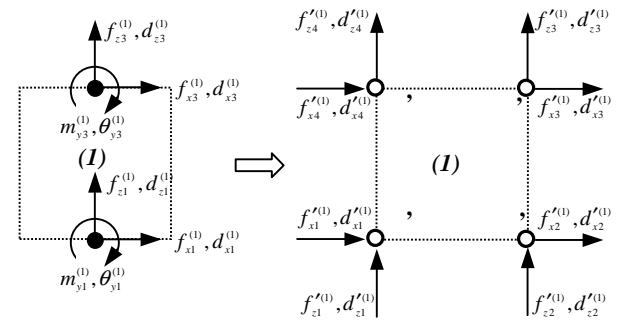


図 - 2 線材と面材の関係

$$\left. \begin{aligned} d'_{x1} &= d_{x1} \\ d'_{z1} &= d_{z1} + (D/2) \cdot \theta_{y1}^{(1)} \\ d'_{x2} &= d_{x1} \\ d'_{z2} &= d_{z1} - (D/2) \cdot \theta_{y1}^{(1)} \\ d'_{x3} &= d_{x3} \\ d'_{z3} &= d_{z3} - (D/2) \cdot \theta_{y3}^{(1)} \\ d'_{x4} &= d_{x3} \\ d'_{z4} &= d_{z3} + (D/2) \cdot \theta_{y3}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\{\Delta d'_{8 \times 1}\}^T = [T_{8 \times 6}] \cdot \{\Delta d_{6 \times 1}\}^T \quad (6)$$

2.3 面材の構成方程式

面材を1つの4節点アイソパラメトリク要素を用いてモデル化し、ガウス積分点の応力ひずみ関係(式(7))から数値積分によって面材の構成方程式を求める。本モデルでは面材の4節点での変位とガウス積分点歪の関係を表す歪-変位マトリクス、 $[B_{3 \times 8}]$ を用いても、前節の仮定によって式(8)のように $\Delta \varepsilon_x$ は常に0になるので直接求めるのは不可能である。したがって式(9)と式(10)の関係から $\Delta \varepsilon_x$ を間接的に求める。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_z \\ \Delta \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_z \\ \Delta \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\{0, \Delta \varepsilon_z, \Delta \gamma_{xz}\}^T = [B_{3 \times 8}] \cdot \{\Delta d'_{8 \times 1}\} \quad (8)$$

$$\Delta \varepsilon_x = -\frac{D_{12}}{D_{11}} \cdot \Delta \varepsilon_z - \frac{D_{13}}{D_{11}} \cdot \Delta \gamma_{xz} + \frac{\Delta \sigma_x}{D_{11}} \quad (9)$$

$$\Delta \sigma_x = 0 \quad (10)$$

$$\theta_c = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{xz}}{\varepsilon_x - \varepsilon_z} \right) \quad (11)$$

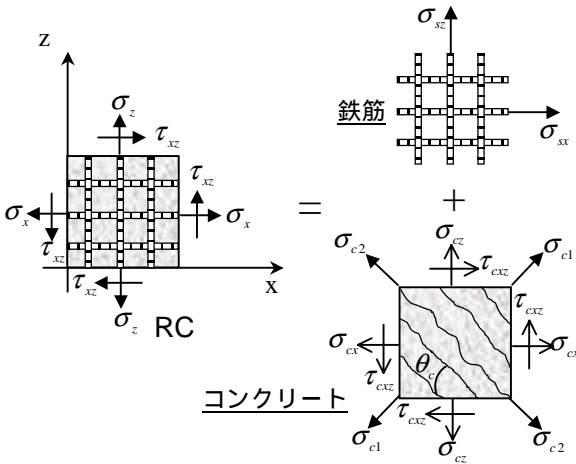
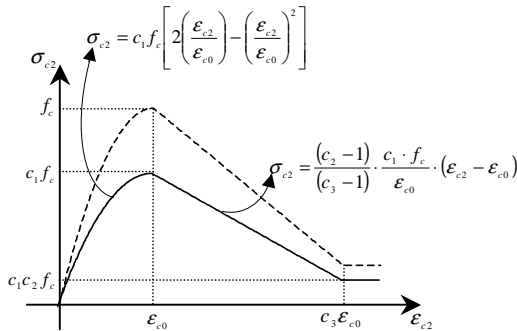


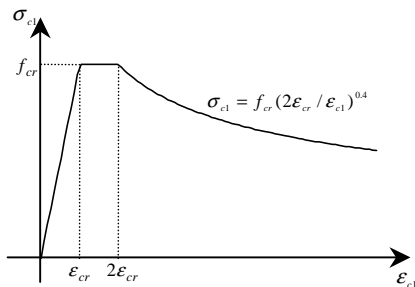
図 - 3 RC 要素の応力

このようにして求めた歪を用いて、続いて応力を算定することになる。一般的に分散ひび割れモデルでは固定ひび割れあるいは回転ひび割れモデルがよく使われているが、本研究では Modified Compression Field Theory(MCFT)^{2), 3)}で代表される回転ひび割れモデルを用いる。つまり、図-3に示すようにコンクリートの歪を x - z 座標から回転するひび割れ角度 θ_c (式(11))による主歪(主応力)座標へ変換し、圧縮および引っ張り応力を求める。図-4に本研究で用いたコンクリートの圧縮(a)および引張(b)方向の構成則をそれぞれ示す。本研究ではコンクリート圧縮強度の直交する引張歪による軟化特性および鉄筋によるテンションステイフニング効果を考慮している。



$$c_1 = 1.0 / (0.8 - 0.34 \varepsilon_{c1} / \varepsilon_{c0}), \quad c_2 : 0.2, \quad c_3 : 5$$

(a) 圧縮



(b) 引張

図 - 4 コンクリートの構成則

3. 解析手順

図-5に部材レベルでの解析手順を示している。その前後の全体解析の手順は通常の剛性法と同様である。ここで提案している解析手順の特徴は内部節点の不釣り合い力 ΔF_i^u およびガウス積分点での x 方向残留応力 σ_x^u の解除のため2つの内部イタレーション- プを使用し、内部節点の増分変位 $\{\Delta D_i\}$ とガウス積分点の増分歪 $\Delta \varepsilon_x$ を更新していくことである。まずイタレーション- プ(1)は内部節点の釣り合い条件(式(12))

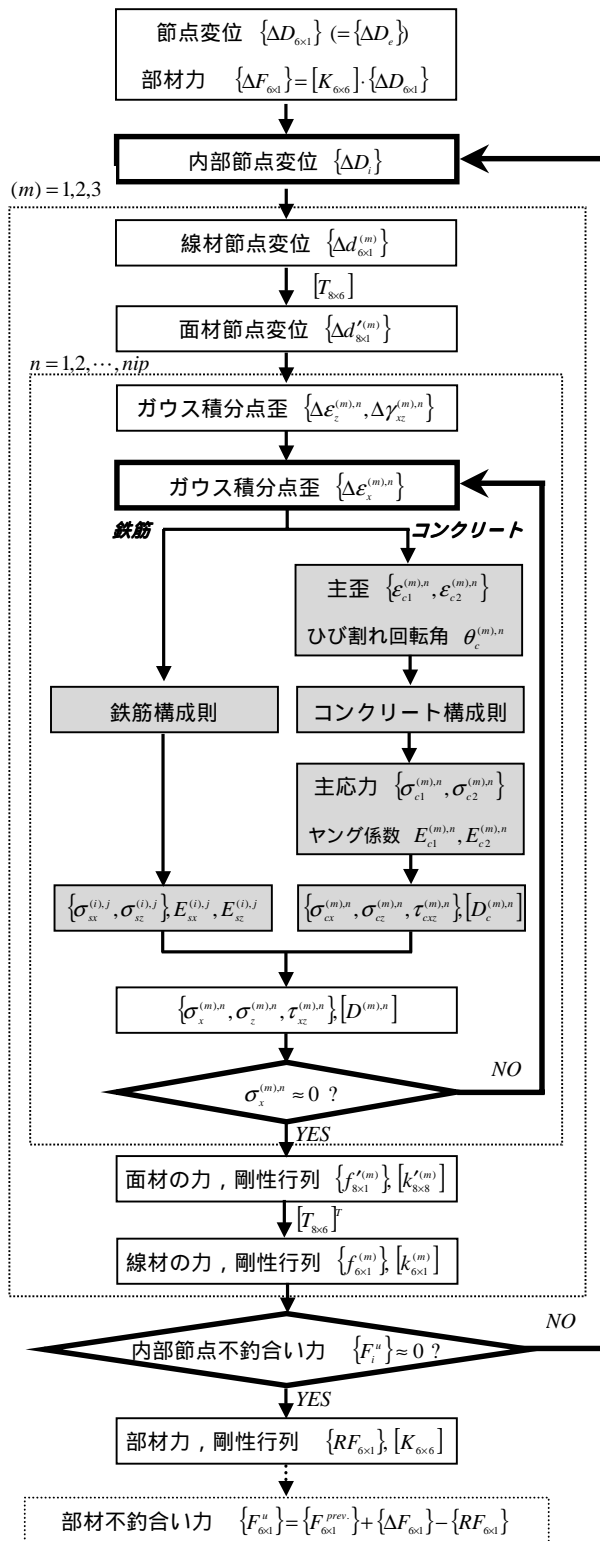


図 - 5 解析手順

と外部節点での適合条件によって式(3)を式(13)に表すことができる。またイタレーションループ(2)も同様にガウス積分点でのコンクリートのx方向応力成分 σ_{cx} とx方向鉄筋(せん断補強

筋)の応力 σ_{sx} およびせん断補強筋比 ρ_{sx} から求められる残留応力 σ_x^u (式(14))と適合条件から成り立つ式(15)を用いて $\Delta\varepsilon_x$ を求める。ここで $[K_{ii}]$, D_{11} は繰り返し過程で更新される値を用い,最初の $\{\Delta D_i\}$ および $\Delta\varepsilon_x$ はそれぞれ式(3)と式(9)から求める。

$$\{F_i^u\} = \begin{Bmatrix} \{f_3^{(1)}\} + \{f_3^{(1)}\} \\ \{f_4^{(3)}\} + \{f_4^{(2)}\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\{\Delta D_i\} = -[K_{ii}]^{-1} \cdot \{F_i^u\} \quad (13)$$

$$\sigma_x^u = \sigma_{cx} + \rho_{sx} \cdot \sigma_{sx} \quad (14)$$

$$\Delta\varepsilon_x = -\sigma_x^u / D_{11} \quad (15)$$

上述した両イタレーションループは $\{\Delta F_i^u\}$, σ_x^u が設定した収束条件を満足するまで行う。システム全体の不釣り合い力の解除方法は特定しないが,次の外力ステップで解除する場合には,図-5の最後の関係から部材の不釣り合い力を求める。図-5の灰色の部分,つまり歪から応力を求める過程は本研究で採択している回転ひび割れモデル以外のモデルも採用することができ,またコンクリートおよび鉄筋の構成則に関する研究も必要である。

4. 解析対象

4.1 試験体

本研究で用いる解析対象は2001年11月に実施された偏心ピロティ構造物の震動破壊実験⁵⁾の試験体である。試験体の平面図および立面図を図-6に示す。本試験体は1/3 scaleで1階に耐震壁と柱が混在し,剛性および耐力の偏心率(それぞれ0.24, 0.25)が高い。また,1970年代の建物を想定しており,1階の独立柱($\rho_{sx} = 0.0024$)は極めて脆性的な破壊を示すことが実験的に確認されている。1階独立柱の断面図を図-7に示す。

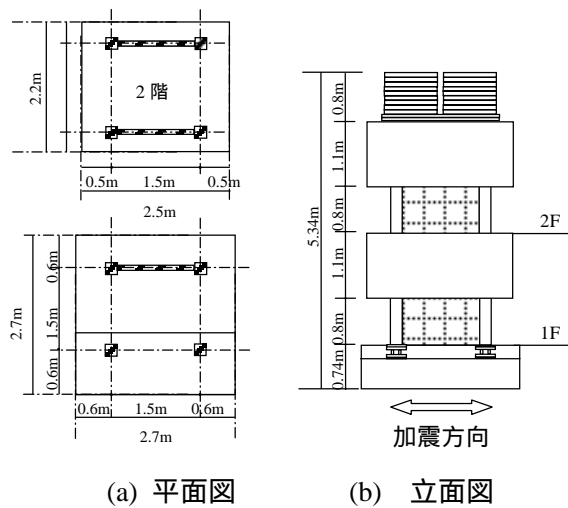


図 - 6 試験体

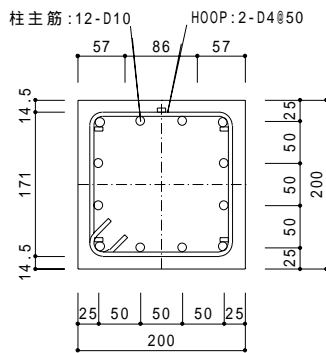


図 - 7 独立柱の断面図 (単位: mm)

4.2 解析方法

上記の試験体について、耐力が低下する以前 (JMA 50kine) の実験結果に対しては、既存の部材モデルであるファイバモデルおよび材端ばねモデルを用いた立体地震応答解析によりその応答を既に評価している⁶⁾。しかしながら、本試験体の耐力が低下し始めた後、破壊に至るまでについては、既存部材モデルによって応答を再現することができなかった。

本研究で提案した柱モデルの適用範囲は 2 次元の問題に限られるため、上記の試験体を立体解析するのは現段階では不可能である。本研究では、提案したモデルの数値解析モデルとしての適合性および解析上の安定性を検討することに焦点を絞り、1 階ピロティ構面 (柱 2 体からなる平面架構) を取り出して静的単調載荷解析を行うこととした。したがって、加力方法も実際の実験とは異なり、水平方向に部材角が 0.06 に

なるまで増分変位を、鉛直方向には変動軸力の影響を考慮しなく 1 階の独立柱が負担している自重のみを軸力として与えることとした。

4.3 解析結果および考察

解析結果と実験結果を図 - 8 に比較して示す。ここで示している実験結果は 3 つの入力地震動 (El Centro 37.5kine, JMA 50kine, Chile 50kine 相当) に対するピロティ構面 1 階柱の加振方向の水平変位とせん断力の関係である。最大耐力及び耐力低下域の挙動に関する実験結果を解析が良好に評価していることがわかる。

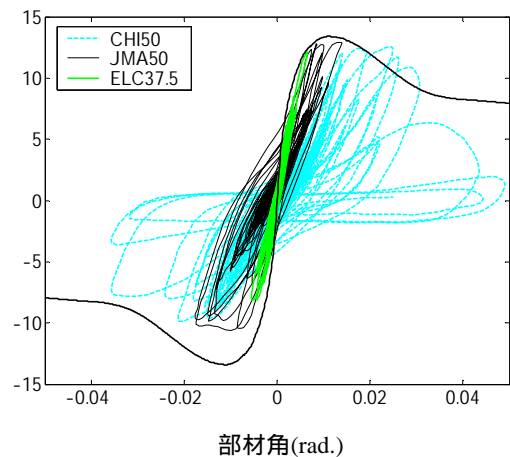


図 - 8 ピロティ構面の部材角とせん断力の関係

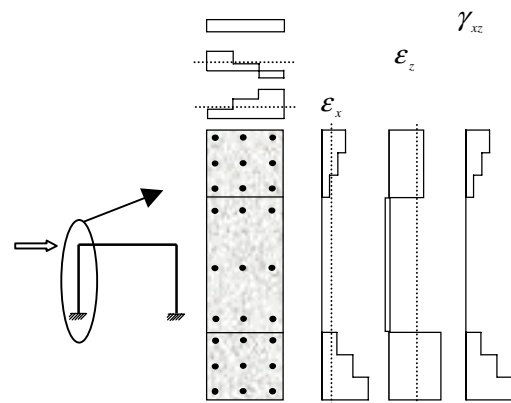


図 - 9 柱の歪分布

図 - 9 には引張側柱のガウス積分点での歪分布を、断面および材軸方向に対してそれぞれ示している。ここで、図中の点線は主筋およびせん断補強筋の降伏歪を表している。材軸方向のひずみ分布から、部材中央部の歪は両端部に比べ遥かに小さいレベルであり、ほとんど弾性範囲

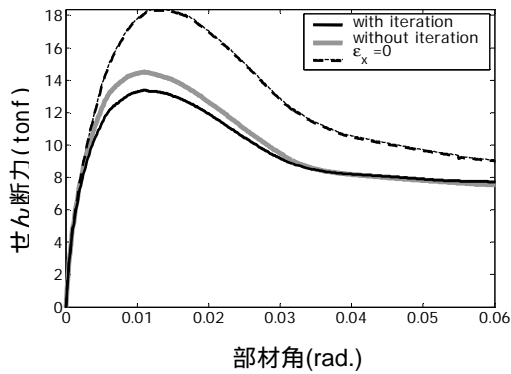


図 - 10 繰り返しの影響

であることがわかる。

また、断面方向に対するせん断歪が一様な分布になっているのは本モデルが前提にしている仮定に起因する。

図 - 10 では、解析手法として使われている 2 つの収束計算 (図 - 5 参照) のうち、 x 方向の残留応力を解除するため $\Delta \varepsilon_x$ を更新する収束計算を行う場合について、収束計算の有無が解析結果に及ぼす影響について検討した。黒実線が収束計算を行う場合、薄黒実線が収束計算を行わない場合、すなわち残留応力を解除しない場合、黒破線が x 方向の歪自体を考慮しない場合である。3 つのケースともに耐力低下の傾向には大きい差は見られないが、最大耐力には大きい差が生じていることが確認できる。

5. まとめ

本研究では、コンクリートおよび鉄筋の応力 - 歪関係に基づいて、耐力低下の考慮できる柱モデルおよびその解析手法を提案した。実験結果と解析結果との比較から得られた内容を以下にまとめる。

- (1) 本研究で提案しているモデルを用いて過去に行われた震動実験の試験体の静的単調増加解析を行った。その結果、試験体の最大耐力および耐力低下域の挙動を再現できることを確認した。
- (2) 本モデルが前提とする仮定を満足するために行われる収束計算は非線形の領域でも安定しており、収束計算の有無が解析結果、特

に最大耐力に及ぼす影響が大きいことが明らかになった。

- (3) 本報では静的単調載荷解析のみを行ったが、繰り返し載荷および動的解析への展開、さらには 3 次元への拡張が今後の課題である。その他、コンクリートおよび鉄筋の構成則に関しても引き続き検討すべきであると考える。

参考文献

- 1) Elwood, K. J. and Moehle, J.P.: Shear and Axial Load Failure Model for Reinforced Concrete Frames Subjected to Earthquakes, The Fourth U.S.-Japan Workshop on Performance-Based Earthquake Engineering Methodology for Reinforced Concrete Building Structures, Toba, Japan, pp.173-185, 2002
- 2) Vecchio, F., Collins, M.P.: Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, Proceedings V.83, No.2, pp.219-231, 1986
- 3) Stevens, N.J., Uzumeri, S.M., Collins, M.P.: Reinforced Concrete Subjected to Reversed Cyclic Shear - Experiments and Constitutive Model, ACI Structural Journal, Vol.88, No.2, pp.135-146, 1991
- 4) 金 裕錫, 壁谷澤 寿海ほか: 鉄筋コンクリート偏心ピロティ壁フレーム構造の震動破壊実験, (その 1) 鉄筋コンクリート造試験体の応答性状, 第 11 回日本地震工学シンポジウム講演論文集 CD-ROM, pp.1421-1426, 2002
- 5) 陣 少華, 壁谷澤 寿海: 非線形解析における鉄筋コンクリート耐震壁モデル, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.763-768, 1999
- 6) 金 裕錫, 壁谷澤 寿海: 鉄筋コンクリート偏心ピロティ造の非線形地震応答解析, 日本建築学会学術講演梗概集 (C-2, 構造 IV), pp.907-908, 2003