## 論文 ボクセル解析による粗骨材を考慮したコンクリートの破壊解析

伊良波 繁雄<sup>\*1</sup>·富山 潤<sup>\*2</sup>·松原 仁<sup>\*3</sup>·山城 建樹<sup>\*3</sup>

要旨:コンクリートは、モルタル、粗骨材などから構成される複合材料である。その力学的 特性を粗骨材の影響を直接的に考慮して解析的に取り入れることは極めて重要なことであ る。そこで本研究では、コンクリートの破壊挙動を解析的に求めることを目的とし、筆者ら が提案したコンクリート内部の粗骨材の形状、寸法、分布を考慮した二相コンクリートモデ ルとボクセル有限要素法を組合すことでコンクリート内部の複雑な破壊挙動の解析が容易 に行えることを示す。基礎的検討として、円柱供試体の割裂試験の解析を行った。 キーワード:ボクセル有限要素法、粗骨材、二相コンクリートモデル、引張軟化

#### 1. はじめに

近年,コンクリートの破壊挙動を解析的に求 める研究が盛んに行われている。しかし,その 大半が複合材料であるコンクリートを均質材料 として扱ったものである。一方で,粗骨材の影 響を考慮した解析も見られるが,その多くが簡 易的な骨材形状でモデル化したものであり,し かも二次元解析が主である。実際のコンクリー ト内部では複雑な粗骨材形状,寸法,分布が考 えられ,その破壊挙動も極めて複雑で3次元的 なものであると予想される。このような複雑な 破壊挙動を示すコンクリートの力学的特性を粗 骨材の影響を考慮に入れて解析的に求めるとい うことは極めて重要なことである。

そこで本研究では、コンクリートの破壊挙動 を解析的に求めることを目的とし、筆者らが開 発したコンクリート内部の粗骨材の形状、寸法、 分布を考慮した二相コンクリートモデル<sup>1)</sup>とボ クセル有限要素法<sup>2)</sup>を組合すことでコンクリー ト内部の複雑な破壊挙動の解析が容易に行える ことを示す。また、解析方法として、引張軟化 を考慮し、軟化以降のスナップバックのような 不安定現象が生じても安定した解析が可能な動 的釣合式を用いた増分法を用いた<sup>3)</sup>。また、ひ び割れモデルは、ひび割れ帯モデルを採用した。

# ボクセル有限要素法および二相コンクリート モデル作成法

2.1 ボクセル有限要素法<sup>2)</sup>

#### (1) ボクセル有限要素法

ここでは、ボクセル有限要素法について簡単 に説明する。ボクセル有限要素法では、解析領 域を図-1 に示すように領域全体を包含する直方 柱を考え,これを直方体要素(ボクセル要素) で分割する。実際の解析形状は材料定数による 表現, 有限被覆法<sup>4)</sup> や X-FEM 的な処理<sup>5)</sup> によ る表現が可能である。前者については、領域外 で弾性係数をゼロに近い値とするなどの処理を 行う。また、後者については要素内の不連続性 を考慮する手法であるが、本論文では自由境界 面のみに限定することにし, その具体的な説明 は次項で行う。また、ボクセル解析では、要素 形状がすべて同じであるため要素剛性マトリッ クスの作成は材料の種類の数だけで良い。この ため、要素剛性マトリックス作成に要する時間 を大幅に短縮でき、全体剛性マトリックス作成 に関して従来の有限要素法よりも有利である。 特に大規模解析の場合にその差は顕著に表れる。

- \*1 琉球大学 工学部環境建設工学科教授 博士(工学) (正会員)
- \*2 琉球大学 工学部環境建設工学科助手 博士(工学) (正会員)
- \*3 琉球大学 大学院理工学研究科 修士(工学) (正会員)



図-1 ボクセル有限要素法の解析領域概念図

#### (2) 自由境界面の処理

ボクセル解析では、ボクセル要素の解像度が 低い場合に領域形状を厳密に表現できない。こ のため、有限被覆法<sup>4)</sup>やX-FEM<sup>5)</sup>との組み合わ せなどの対処法が研究されている。本研究では 後者のX-FEMとの組み合わせで自由境界面を表 現している。具体的には次に示す通りである。

要素内部の変位場 Uを次のように仮定する。

$$U = \sum_{i=1}^{Nnode} N_i \Phi U_i \tag{1}$$

ここで、 $N_i$ は要素頂点iの形状関数<sup>5)</sup>、 $\Phi$ は領域 内部で1、外部で0となるようなステップ関数で ある。また、 $U_i$ は要素頂点iの変位、Nnode は要 素を構成する節点数(Nnode=8)である。このよ うに表記することで要素内変位の不連続性を表 現することが可能となる。しかしながら、自由 境界面付近では、剛性マトリックスに全く関与 しない節点も存在するため、文献 5)と同様に節 点属性を以下のように定義し、全く剛性マトリ ックスに関与しない節点をデッドノード(Dead Node)と称し解析から取り除いた(図-2 参照)。

- 1 つ以上の境界ボクセルに属する節点を
   Enriched Node<sup>5)</sup>とする(要素内の不連続性 を考慮)。
- どの積分評価からも参照されない節点を
   Dead Node とする(削除)。
- それ以外の節点は、通常節点(Normal Node) である。



図-2 節点の属性

#### 2.2 二相コンクリートモデル作成法<sup>1)</sup>

コンクリート構造物の応力解析や破壊解析, また,フレッシュコンクリートの流動解析にお いても粗骨材とモルタルおよびそれらの界面か らなる複合材料であるコンクリートを均質連続 体と取り扱う研究が多い。これはコンクリート 内部の複雑な粗骨材形状およびその分布のモデ ル化が困難なためである。しかし,コンクリー トの力学的挙動を厳密に解析するためには,少 なくとも粗骨材とモルタルおよび界面をモデル 化する必要がある。

実際のコンクリートを研磨と撮影を繰り返す ことによって得られたデジタル画像から粗骨材, モルタルの各モデルを抽出する方法が永井ら<sup>6)</sup>, 安和ら<sup>7)</sup>によって示された。しかし,この方法 では実際のコンクリートをモデル化できるが, 研磨や画像処理に労力を要する。そこで本研究 では,文献 1)に示す簡単な操作による二相コン クリートモデル(コンクリートモデル)作成方 法を採用する。以下にその方法について簡単に 示す。

#### (1) 粗骨材モデル作成法

ここでは、二相コンクリートモデルで使用す る粗骨材モデルの作成方法を説明する。

コンクリート中に含まれる粗骨材に関しては, 実際の粗骨材のデジタル画像から3次元的に粗 骨材の節点座標を拾うことにより,ポリゴンデ ータとして取り扱った。

粗骨材モデル作成について簡単に示す。 まず、実際の粗骨材を標準的な網ふるい(JISZ 8801)を用いて、粗骨材を採取し、四分法によ り選定する。選定した粗骨材側面の直交する4 方向をデジタル画像に変換し(図-3 参照),図-4 に示すように実際の粗骨材形状に近い粗骨材モ デル(ポリゴンデータ)を作成する。これらの 処理を大きさの異なる粗骨材について適当な数 行うことでコンピュータ内部に仮想的に粗骨材 置き場が再現できる。



図-3 粗骨材形状決定プログラム



### (2)コンクリートモデル作成法

以下に前節で作成した粗骨材モデルを用いた モルタル-粗骨材ニ相コンクリートモデルの作成 法を簡単に示す。

(1)で作成した大きさの異なる粗骨材モデルを 配合設計に用いる粗骨材の粒度分布を考慮に入 れ、大きさ、回転量、挿入位置などをランダム に制御し、解析領域(モルタル部分)に挿入す ることで容易に粗骨材を考慮した解析モデルを 作成することができる(図-5 参照)<sup>1)</sup>。



図-5 二相コンクリートモデル

## (3) ボクセル解析における材料定数の考え方

本研究ではボクセル要素を構成する節点位置 と二相コンクリートモデルの粗骨材―モルタル データを比較し、ボクセル要素を構成するすべ ての節点がモルタルなら、その要素の材料定数 をモルタルとし、また、すべての節点が粗骨材 なら、その要素の材料定数を粗骨材とした。ま た、一つの節点でも異なる材料の領域にあれば、 その要素は境界要素(界面)と簡易的に仮定し た(図-6参照)。従って、本解析手法は界面破壊 も考慮可能である。



図-6 解析モデルへの材料データ貼り付け

#### 3. 解析方法

本研究では,解析方法として引張軟化を考慮 した動的釣合い式を用いた増分法を採用した<sup>3)</sup>。 この方法は,スナップバックが生じるような不 安定現象が生じた場合でも解析可能である。

#### 3.1 コンクリートのひび割れモデル

破壊力学を考慮したコンクリートのひび割れ モデルとして,仮想ひび割れモデルとひび割れ 帯モデルが代表的である<sup>8)</sup>。本手法は,ひび割れ 方向を任意に求めることのできる図-7 に示すひ び割れ帯モデルを用いた。



図-7 ひび割れ帯モデル

ひび割れは,最大引張主応力がコンクリート の引張強度(*F<sub>i</sub>*)に達すると最大引張主応力と直 行する方向に生じるとした。引張軟化モデルと して,図-8に示す 1/4 モデルを用い,ひび割れ 発生後の応力--ひずみ関係は図-7 に示す局座標 系 t-n-m に対して次式を用いた。

$$\begin{pmatrix} d\sigma_{i} \\ d\sigma_{n} \\ d\sigma_{m} \\ d\tau_{m} \\ \tau_{mt} \\ \tau_{mt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & E_{c} & 0 & 0 & 0 \\ & \beta'G & 0 & 0 \\ sym & \beta'G & 0 & 0 \\ & & \beta'G & 0 \\ & & & \beta'G & 0 \\ & & & & & \beta'G \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_{i} \\ d\varepsilon_{n} \\ d\varepsilon_{m} \\ d\gamma_{m} \\ d\gamma_{m}$$

ここで、 $E_c$ はヤング係数、 $E_{cr}$ はひび割れ発生後の引張軟化特性を示し、応力状態に応じ引張軟化モデルの第一勾配、第二勾配時のそれぞれで、

$$\begin{cases} E_{cr} = E_c \cdot E_{cr1} / (E_{cr1} + E_c) \\ E_{cr} = E_c \cdot E_{cr2} / (E_{cr2} + E_c) \end{cases}$$
(3)

とした。 $\beta'(=1.0)$ はせん断弾性低減係数,Gはせん断弾性係数である。なお、本解析ではモルタル、界面に上記のひび割れモデルを適応した。

また,本解析では,応力評価点として積分点 (8 点積分)ごとに行い,ひび割れ評価も積分点 ごとに行った。



図-8 引張軟化モデル(1/4 モデル)

#### 3.2 ニューマークβ法による増分法<sup>3)</sup>

筆者らは、引張軟化解析においてスナップバ ックなどの不安定現象が生じた場合でも安定し た解析が可能な動的釣合い式を用いた増分法を 示した<sup>3)</sup>.ここでは解析に用いた基本式を示す。

減衰項を省略した増分型運動方程式を空間に 関しては有限要素法で,時間に関しては時間積 分法の一種であるニューマークβ法<sup>9)</sup>で離散化 を行うと次式を得る。

$$\left[\frac{1}{\beta\Delta t^{2}}[M] + [K]\right] \{\Delta u\}$$

$$= \{\Delta P\} + [M] \left\{\frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}\} + \frac{1}{2\beta} \{\ddot{u}\}\right\}$$
(4)

ここで、Δは増分記号を表す。[*M*]、[*K*]は、そ れぞれ、ボクセル要素(アイソパラメトリック8 節点六面体要素)の集中質量マトリックス、剛 性マトリックスである。また、*u*は節点変位ベク トル,*u*、*ü*は節点の速度、加速度ベクトル、*P*は 荷重ベクトルである。また、β=0.5 である。

#### 4. 数值解析例

ここでは、本解析手法の妥当性を検討するた めに円柱供試体の割裂試験の解析を示す。

はじめに本手法において粗骨材の影響を考慮 したコンクリート内部の複雑な応力分布を表現 可能かどうか評価するために弾性解析を行う。 次に割裂試験におけるひび割れ解析を示す。

解析に用いた材料特性を表-1 に示す<sup>10)</sup>。界面 の物性値が破壊挙動へ大きく影響することが言 われているが、今回の解析では引張強度  $F_t$ およ び破壊エネルギー $G_f$ はモルタルの 1/2 と仮定し た。なお、今回の解析では粗骨材は破壊しない とした。また、図-9 に解析に用いた円柱供試体 モデル(高さ l=100mm、直径 d=100mm)を示す。

## (1) 弾性解析

図−10 に境界条件と z=25,50,70mm 位置での断 面の粗骨材分布を示す。また,その断面付近の 荷重載荷軸での σ<sub>x</sub>分布 (積分点での応力である ため断面付近と表現)を図−11 に示す。ただし, 図−11 で z=25,50,70 と表示している。

	$E_c$	ν	$F_t$	$G_{f}$	密度
	(N/mm <sup>2</sup> )		(N/mm <sup>2</sup> )	(N/mm)	$(kg/m^3)$
モルタル	20000.0	0.21	2.214	0.1	2300
粗骨材	55122.5	0.15	—	-	2300
界面	15000.0	0.21	1.107	0.05	2300

## 表-1 コンクリートの材料特性

※重力加速度 9.8m/s<sup>2</sup>

(b) z=50mm

P=1N

(線荷重)



図-9 円柱供試体モデル (52,280 要素, 161,799 自由度)



(a) z=25mm





図-10 境界条件と粗骨材分布(黒:粗骨材)



図-11 載荷軸の  $\sigma_x$ 分布

図-11 の結果より、本解析結果は3つの断面と も粗骨材の影響を受けて理論値( $\sigma_x = 2P / \pi dl$ )を 境にばらついた複雑な応力分布となっているこ とが確認できる。

## (2) ひび割れ解析

解析は変位制御で行い,変位増分  $5 \times 10^4$ mm を与えた。また,時間増分  $\Delta t$  は 0.01 秒とした。

解析結果としてモルタルのみと二相コンクリ ートモデルを使用した場合の荷重-変位曲線を図 -12 に,また,図-13,図-14 に図-12 に示す荷重 レベルでのひび割れ進展図を示す。

ひび割れは積分ごとに評価しているため,ひ び割れと判定された積分点の位置をプロットし, ひび割れを表現している。なお,粗骨材は図の 煩雑さを避けるため表示していない。



因 化 向主 交位曲脉





図-14 ひび割れ進展図(コンクリートモデル)

図-12より, モルタルとコンクリートモデルの 結果では,最大荷重が異なっている。これは今 回,界面の強度をモルタルの1/2としているため, コンクリートモデルを用いた解析では界面から 破壊が進行していることが原因である。なお, 解析より得られた最大荷重から求めた割裂(引 張)強度は,モルタルはモルタルのそれと,コ ンクリートモデルはモルタル強度と界面強度の 平均値にほぼ一致する。従って,構成材料の物 性値がわかればコンクリートとしての破壊挙動 を解析的に予測可能であると考えられる。

図-13,14 より、モルタルは、載荷軸上に集中 してひび割れが発生・進展しているのに対し、 コンクリートモデルだと粗骨材を避け、界面で 発生・進展した複雑な破壊挙動を示した。この ような破壊挙動はモルタルの強度に比べ粗骨材 の強度が大幅に強い場合、実際に観察される。

## 5. まとめ

本研究では,粗骨材を考慮したボクセル有限 要素法によりコンクリートの破壊解析を示した。 結果と今後の課題をまとめると次の通りとなる。

- (1) 弾性計算より, 粗骨材の影響を考慮した応 力解析が可能であることが示された。
- (2) ひび割れ進展解析より,粗骨材の影響を考慮した破壊を表現可能であることが示さ

れ,モルタル,骨材,界面の物性値がわか ればコンクリートとしの破壊挙動を解析 的に予測可能であると考えられる。

(3)本手法では界面破壊も考慮可能であるが、 粗骨材面に沿った破壊挙動ではないので、 今後考慮すべき課題である。また、実験結 果との比較も行う必要がある。

#### 参考文献

- 山城建樹、ほか:骨材とモルタルで2相モデル 化したコンクリートの3次元フリーメッシュ 法解析、コンクリート工学年次論文報告集、 Vol.25, No.2, pp.169-174, 2003
- 2) 鈴木克幸, ほか:多重ボクセル情報を用いたソ リッド構造の解析法, 日本計算工学会論文集, 2(2), pp.395-398, 1997
- 3) 富山潤, ほか:フリーメッシュ法によるコンク リートの引張破壊挙動の解析, コンクリート工 学論文集, Vol.11, No.1, pp.29-38, 2000
- 4) 鈴木克幸, ほか:ボクセル被覆による3次元ソ リッドのメッシュレス解析, 土木学会応用力学 論文集, Vol.1, pp.215-222, 1998
- 5) 長嶋利夫:ボクセル型メッシュデータを用いた 応力解析手法の開発,ものつくり情報技術統合 研究(第2回),理化学研究所,pp.144-152,2002.9
- 6) 永井学志, ほか:3次元実画像データに基づく コンクリート材料の有限要素解析,日本建築学 会構造系論文集, No.509, pp77-82, 1998.7
- (1) 安和守史, ほか:3次元フリーメッシュ法を用いたコンクリートの破壊解析手法に関する研究,コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2, pp.55-56, 2002
- JCI 破壊力学の応用研究員会:破壊力学の応用 研究委員会報告集,日本コンクリート工学協会, 1993.10
- 9) 戸川隼人:有限要素法による振動解析,サイエンスライブラリー情報電算機=33,サイエンス社,1974.10
- 富山潤:コンクリートの引張破壊挙動に関する 解析的研究,琉球大学博士論文,2000.