

# 論文 せん断補強筋のない RC 部材におけるせん断ひび割れ以降の耐力評価手法

田中 泰司<sup>\*1</sup>・岸 利治<sup>\*2</sup>・前川 宏一<sup>\*3</sup>

**要旨** :  $a/d$  の小さいディープビーム等ではタイドアーチ的機構により, せん断耐力が支配されている。この場合, せん断耐力の評価は理論的に導かれたものよりも, 実験統計的にモデル化された評価式を用いるほうが一般に精度が高い。本論文では, ひび割れ経路を考慮したストラット-タイモデルを用いてせん断耐力を理論的に評価する方法が, 土木学会コンクリート標準示方書に採用されているディープビーム式と同等に評価できることを示す。また, この手法を用いることで, アンボンド部材や人工的にひび割れが導入された部材におけるせん断耐力の向上効果も統一的に評価可能となる。

**キーワード** : ディープビーム, せん断耐力, ストラット-タイ, アンボンド, タイドアーチ

## 1. はじめに

コンクリート標準示方書<sup>1)</sup>に採用されている RC 棒部材のせん断耐力式は, 国内外の試験データを統計的に吟味した岡村・檜貝式<sup>2)</sup>を元に二羽等<sup>3)</sup>によって提案された評価式である。また, ディープビームのせん断耐力評価式として採用されている二羽式<sup>3)</sup>は, ディープビームに特有なタイドアーチ効果を解析的検討を元に, 鉄筋比やコンクリート強度などの各パラメータの感度を決定して求められた式である。これらの評価式は, 理論的に求められた評価式や数値解析的评价手法に比べて, 簡便さと評価精度を両立させた式である。

一方で, 主筋の付着を除去した部材が通常の部材よりもせん断耐力と変形性能が大きいことは古くから国内外の研究者<sup>4),5),6),7)</sup>によって報告されている。また, Pimanmas 等<sup>8)</sup>は部材内にプレート埋め込むことで人工的にひび割れを導入し, 部材のせん断耐力を向上させる手法を提案している。

これらの手法によるせん断耐力の向上効果を評価する場合, これまでのような試験データの

統計的考察による評価式の導出手法は, 用いるデータ数が少なく限界がある。本論文では, 斜めひび割れ以降の部材耐力に限定し, 理論的な考察を通して, 一般の RC 部材, アンボンド部材, プレート埋め込まれた部材を含めて総合的に評価可能な, 簡便な評価手法を提案することを目的としている。

## 2. ひび割れ経路を考慮したストラット-タイモデルによる部材耐力の評価手法の導出

### 2.1 タイドアーチ効果

斜めひび割れの発生は破壊力学的な機構によって引き起こされるものであり, 細長い部材では斜めひび割れの発生が部材のせん断耐力を支配している。一方,  $a/d$  の小さいディープビームなどでは斜めひび割れ後も荷重は増加する。この効果はタイドアーチ的機構によることが知られており, 部材の耐力はアーチの破壊に支配されているため<sup>9)</sup>, 斜めひび割れとは明確に区別するのがよいと思われる。

### 2.2 ストラット-タイモデル

ストラット-タイモデルは力の流れを圧縮ス

\*1 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 (正会員)

\*2 東京大学生産技術研究所 助教授 博(工) (正会員)

\*3 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 教授 工博 (正会員)

トラットとタイによって明確に設定し、コンクリート構造物や部材の耐力をストラットとタイの強度および静的釣り合い条件から算定するモデルである<sup>1)</sup>。ディープビームを対象としてストラット-タイモデルにより部材のせん断耐力の評価を行った研究は数多く行われている<sup>10)</sup>。

ストラット-タイモデルにおいては、コンクリートのストラットに設定する幅と圧縮強度をどのように決定するかが重要となる。これまでにさまざまな方法が提案されているが、ここでは、ひび割れ経路によりストラットの幅を設定する方法を提案する。

### 2.3 ひび割れ経路の設定

斜めひび割れが十分に開口している場合、ひび割れ間でのせん断伝達は相当に小さいものと思われる。このとき、せん断ひび割れの外側をアーチリブとするタイドアーチが形成されると考えると、ひび割れ経路がモデル化できればストラットの形状は一意に求まることになる。

斜めひび割れの発生によって、部材の耐荷機構は梁としての耐荷機構からタイドアーチ的な機構へと移行する<sup>11)</sup>。両者の耐荷機構では、部材剛性が異なることから耐荷機構の移行は変形量の増加とともに徐々に行われると思われる。一方、せん断ひび割れの伸展がひび割れ後すみやかに行われることを考慮すれば、ひび割れの経路は梁理論から求められる応力分布に支配されていると仮定しても差し支えないと思われる。

今、部材の任意の点での応力状態を求めるために各変数を図-1に示すように定義する。簡易梁理論から  $z$  方向の直応力成分を 0 とする。また、ひび割れが引張主応力方向に直角に発生すると仮定すれば、任意の点におけるひび割れの方法は次式のように求められる。

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \tau_{(x,z)}}{\sigma_{(x,z)}} \quad (1)$$

ここに、 $\theta$  は  $x$  軸とひび割れが成す角度、 $\tau_{(x,z)}$  は座標  $(x,z)$  におけるせん断応力、 $\sigma_{(x,z)}$  は座標  $(x,z)$  における  $x$  方向の垂直応力を表している。

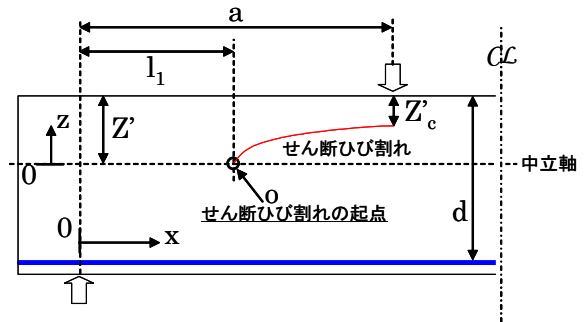


図-1 ひび割れ経路算定に用いる変数の定義

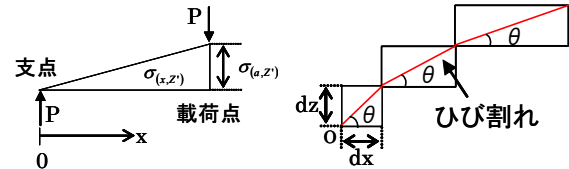


図-2 集中荷重を受ける単純支持梁の圧縮縁ひずみ

図-3 微小要素によるひび割れ経路の算定法

簡単のためコンクリートを弾性体とし、平面保持を仮定すれば  $\sigma_{(x,z)}$  は圧縮縁のひずみより式(2)のように求められる

$$\sigma_{(x,z)} = \frac{z}{Z'} \cdot \sigma_{(x,Z')} \quad (2)$$

ここに、 $Z'$  は中立軸高さを示す。また、せん断応力  $\tau_{(x,z)}$  は式(3)のようになる。

$$\tau_{(x,z)} = \int_z^{Z'} \frac{d\sigma_{(x,z)}}{dx} dz \quad (3)$$

式(2)を式(3)に代入すれば積分計算が容易になり、せん断応力  $\tau_{(x,z)}$  は以下のようにになる。

$$\tau_{(x,z)} = \frac{d\sigma_{(x,Z')}}{dx} \cdot \frac{Z'^2 - z^2}{2 \cdot Z'} \quad (4)$$

次に式(2)、式(4)を式(1)に代入すればひび割れ角度  $\theta$  に関して次式を得る。

$$\tan 2\theta = \frac{\frac{d\sigma_{(x,Z')}}{dx} \cdot (Z'^2 - z^2)}{z \cdot \sigma_{(x,Z')}} \quad (5)$$

ここで、集中荷重を受ける単純支持された梁部材を考えると圧縮縁ひずみ分布は図-2のように直線分布になるため式(6)、式(7)を得る。

$$\sigma_{(x,Z')} = \frac{x}{a} \cdot \sigma_{(a,Z')} \quad (6)$$

$$\frac{d\sigma_{(x,Z')}}{dx} = \frac{1}{a} \cdot \sigma_{(a,Z')} \quad (7)$$

式(6), 式(7)を式(5)に代入すれば角度に関して次式を得ることになる。

$$\tan 2\theta = \frac{Z'^2 - z^2}{x \cdot z} \quad (8)$$

ひび割れ経路はひび割れが発生する起点が既知であるとすれば図-3 に示すように微小区間  $dx$  ごとにひび割れの角度を求め、線分をつないでいくことで求められる。一方、タイドアーチ的な機構における破壊は荷重点付近のアーチリブの性状に支配されると考えられるので荷重点直下におけるアーチリブ厚さをストラットの幅として設定するのが妥当であると思われる。梁理論ではせん断応力の値が中立軸位置で最大となることから、せん断ひび割れの起点が中立軸上にあると仮定すれば、荷重点位置におけるアーチリブ厚さは式(9)のようになる。

$$Z'_c = Z' - \int_{l_1}^a \tan \theta(x, z) dx \quad (9)$$

ここで、 $Z'_c$ は荷重点位置におけるひび割れの有効高さ、 $l_1$ は支点からひび割れの発生位置までの距離を表している。式(8)を三角公式を用いて式(9)に代入することでひび割れ経路を求めることができる。

#### 2.4 中立軸高さの設定

荷重レベルの増大に伴って中立軸高さは変化する。厳密には中立軸高さはせん断ひび割れの発生位置、発生荷重での中立軸高さを使用すべきであるが、ここでは簡単のためにコンクリートの引張応力を無視した弾性解を用いる。

図-4 に示すように断面保持を仮定し、コンクリートが弾性域であることを仮定すれば、力のつりあい条件は以下のようになる。

$$n \cdot A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s = \frac{b}{2} \cdot E_c \cdot \varepsilon_c \cdot Z' \quad (10)$$

ここで、 $n$  は鉄筋の本数、 $A_s$  は鉄筋の断面積、 $E_s$  は鉄筋の弾性係数、 $\varepsilon_s$  は鉄筋のひずみ、 $E_c$  はコンクリートの弾性係数、 $\varepsilon_c$  はコンクリートのひずみをそれぞれ表している。断面保持を仮定

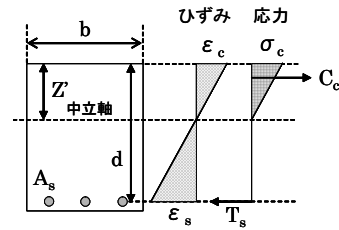


図-4 中立軸の算出に用いる断面形状と係数の定義

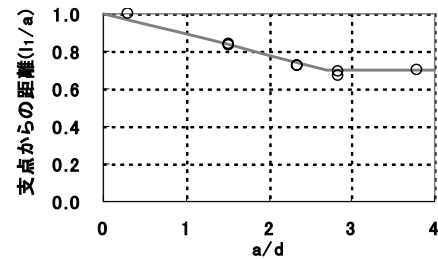


図-5 a/d とひび割れ発生位置の関係

しているので鉄筋ひずみ  $\varepsilon_s$  とコンクリートひずみ  $\varepsilon_c$  には以下の関係が成り立つ。

$$\varepsilon_s = \frac{d - Z'}{Z'} \cdot \varepsilon_c \quad (11)$$

式(11)を式(10)に代入すると以下の式が得られる。

$$d - Z' = \frac{b \cdot E_c}{2 \cdot n \cdot A_s \cdot E_s} \cdot Z'^2 \quad (12)$$

式(13)で定義する係数  $\alpha$  を式(12)に用いれば、式(14)のように中立軸高さ  $Z'$  に関する 2 次式が得られる。

$$\alpha = \frac{b \cdot E_c}{2 \cdot n \cdot A_s \cdot E_s} = \frac{E_c / E_s}{2 \cdot \rho_w \cdot d} \quad (13)$$

$$\alpha \cdot Z'^2 + Z' - d = 0 \quad (14)$$

ここに、 $\rho_w$  は有効鉄筋比、 $d$  は有効高さ、 $\alpha$  は中立軸を求めるために便宜的に設定された係数を表す。結局、式(14)を解くことで中立軸高さ  $Z'$  は以下のように得ることができる。

$$Z' = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \alpha \cdot d}}{2 \cdot \alpha} \quad (15)$$

せん断ひび割れの発生位置と断面力が最大となる位置は一般に異なること、せん断耐力を求める試験では曲げ降伏荷重に比して斜めひび割れ発生荷重が小さいことから、式(15)は降伏以前のせん断耐力評価に対しては適当であると思

われる。ただし、降伏後のせん断破壊の照査等ではこれらの仮定が成り立たないため、別途考慮が必要であると思われる。

## 2.5 斜めひび割れの発生起点の設定

式(9)を用いてひび割れ経路を求める際には、せん断ひび割れの発生位置  $l_1$  を決定しなければならない。しかし、せん断ひび割れの発生機構が破壊力学的な機構に基づいていること、鉄筋の付着の影響を受けることなどから理論的に導き出すことは困難である。そこで、既往の実験<sup>3),4),7),15)</sup>のひび割れ図から規則性を見出すこととした。

図-5は  $a/d$  と斜めひび割れの発生位置の関係を示したものである。ここで縦軸は  $l_1$  を  $a$  で除した値である(図-1参照)。なお、 $a/d$  が小さい領域では複数本のせん断ひび割れが生じるが、ここでは第1せん断ひび割れの発生位置を採用した。 $a/d$  が小さくなるに従い、基準化されたひび割れ発生位置  $l_1/a$  が大きくなり、荷重点側にひび割れの発生位置がシフトする。その結果、荷重点位置でのストラットの有効高さ  $Z'c$  が大きくなり、ストラットの耐力が増加する。斜めひび割れの発生位置は  $a/d$  を用いて  $l_1/a$  の形で次式のように決定した。

$$l_1/a = \begin{cases} 1 - 0.11 \cdot a/d & a/d \leq 2.7 \\ 0.7 & a/d \geq 2.7 \end{cases} \quad (16)$$

なお、同一鋼材量であっても使用鉄筋や配筋が異なれば鋼材全体の付着性状が変わるため、斜めひび割れの発生位置も変わると予想される。また、集中荷重-単純支持以外の荷重パターンでは別途調査が必要であり、今後の課題として残るところである。

## 2.6 圧縮強度の設定

圧縮強度については、ストラットの断面内の圧縮応力分布が、通常のRC部材の曲げ終局状態と同じであると仮定し、等価応力ブロックを用いた。中立軸高さ  $Z'_c$  が既知とすれば、ストラットの圧縮耐力は式(17)のようになる。

$$N_u = 0.68 \cdot f'_c \cdot b \cdot Z'_c \quad (17)$$

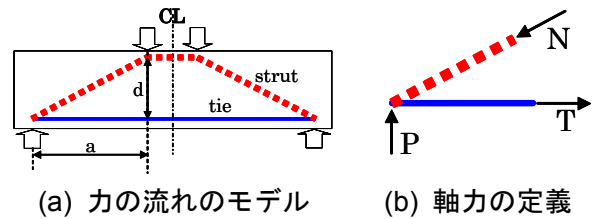


図-6 ストラット-タイによるモデル化

ここに、 $N_u$ はストラットの圧縮耐力、 $f'_c$ はコンクリートの一軸圧縮強度、0.68は通常、等価応力ブロックに用いられる係数である。

## 2.7 ストラット-タイモデルの設定

2点集中荷重を受ける梁部材におけるタイドアーチ機構を、図-6(a)に示すようにコンクリートのストラットと鉄筋のタイで表す。このとき、各仮想部材に作用する力は、静的トラスの釣合いから軸力として求められる。図-6(b)は支点付近の力の釣り合いを示したものであるが、支点反力として荷重  $P$  が作用するとき、ストラットに作用する軸力  $N$  およびタイに作用する軸力  $T$  はそれぞれ式(18)、式(19)のようになる。

$$N = P \cdot \sqrt{1 + (a/d)^2} \quad (18)$$

$$T = P \cdot a/d \quad (19)$$

式(17)および式(18)を用いれば、ストラットの破壊荷重を式(20)のように求めることができる。

$$V_{cdd} = \frac{0.68 \cdot f'_c \cdot b \cdot Z'_c}{\sqrt{1 + (a/d)^2}} \quad (20)$$

式(20)で得られる値  $V_{cdd}$  は、ディープビームのせん断耐力に相当する。

一方、鉄筋降伏時のせん断力は式(19)を用いて以下のように求められる。なお、 $f_y$ は鉄筋の降伏応力である。

$$P_y = \frac{A_s \cdot f_y}{a/d} \quad (21)$$

## 3. 提案する耐力算定手法の評価

### 3.1 一般のRC部材の評価

提案する耐力算定手法の妥当性と精度を検証するために、既往の実験データ<sup>12),13),14),15)</sup>による

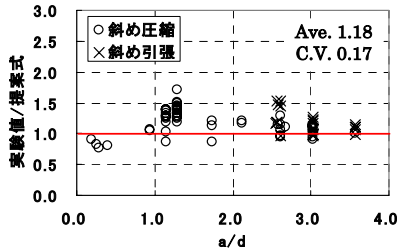


図-7 提案式と実験値の比較 (一般RC部材)

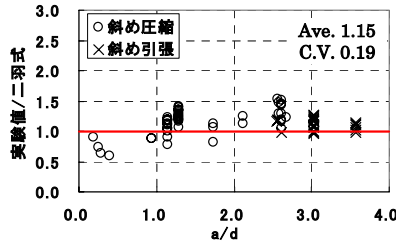


図-8 二羽式と実験値の比較 (一般RC部材)

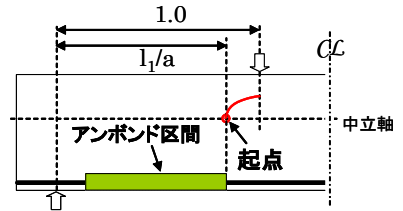


図-9 アンボンド部材での斜めひび割れの起点の設定

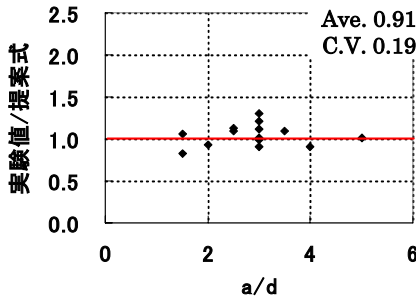


図-11 提案式と実験値の比較 (アンボンド部材・プレート埋込み型部材)

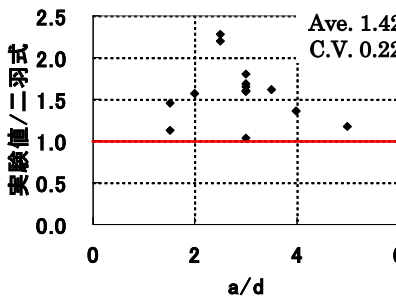


図-12 二羽式と実験値との比較 (アンボンド部材・プレート埋込み型部材)

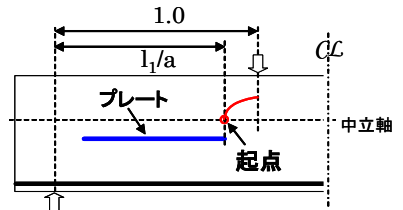


図-10 プレート埋込み型部材での斜めひび割れの起点の設定

評価を行った。対象とする部材は単純支持され、1点または2点の集中荷重により荷重が行われ、鉄筋の降伏前にせん断破壊した試験体のみとした。支点、荷重点付近の状況が不明確なものや、ひび割れ図から定着破壊が生じたと判断されるものを除外するなどしてデータの信頼性を確保した。対象とした試験体のデータ数は78である。また、主要なパラメータの範囲は、コンクリート強度が6~41MPa、鉄筋比が0.3%~4.2%、有効高さが260~730mm、 $a/d$ が0.3~3.8となっている。

図-7には提案するモデルにより算定した耐力と実験で得られた破壊荷重との比較を示している。また、図-8には二羽等により提案されたディープビーム式<sup>3)</sup>と実験値との比較を示した。二羽等の式は $a/d$ が1以下であるようなディープビームに対して適用されるもので、 $a/d$ が2.5程度で通常の梁部材のせん断耐力式に漸近するように、安全側に定められている<sup>1)</sup>。

なお、提案するモデルおよび二羽式から得られる値が示方書の棒部材のせん断耐力式<sup>1)</sup>で得られる値よりも小さい場合には、斜めひび割れ

後すみやかに斜め引張り破壊を生じるものと判定し、棒部材のせん断耐力式の値を採用した。一般のRC部材に対しては、両者とも平均値、変動係数が同等であることから提案するモデルが二羽式と同等の精度を持っているといえる。

### 3.2 アンボンド部材・プレート埋込み型部材の評価

アンボンド化された部材、プレートが埋め込まれた部材を対象として提案モデルの評価を行った。対象としたデータ数は13である<sup>4),6),7)</sup>。

アンボンド部材、プレート埋込み型部材の場合、せん断ひび割れはアンボンド区間の端部、プレートの端部から発生する。そこで提案モデルでは図-9、図-10のように、ひび割れ発生の起点をそれぞれの端部に設定し、評価を行った。

図-11は提案モデルと実験値との比較、図-12は二羽式と実験値との比較を行ったものである。これらの部材に対しても提案するモデルは、ひび割れ経路を考慮することで適切に評価しているといえる。ただし、アンボンド部材・プレート埋込み型部材のデータは数が少ないため、今後も検討を進める必要がある。

#### 4. 結論

ひび割れ経路を考慮したストラットタイモデルにより一般の RC 部材, アンボンド部材, プレートが埋めこまれた部材の性能評価を行い, 次の知見を得た。

- ・集中荷重を受ける単純支持部材では, 斜めひび割れの発生位置が  $a/d$  が小さくなるに従い, 載荷点側にシフトする。
- ・斜めひび割れ経路を考慮することで, ディープビームのようにタイドアーチ的效果が発揮される部材の耐荷性能はストラットタイモデルによって評価できる。
- ・アンボンド部材, プレート埋込み型部材の耐荷性能はアンボンド区間の端部, プレートの端部を斜めひび割れ発生の起点としてひび割れ経路を求めることで良好に評価できる。
- ・ひび割れ経路を考慮することで一般の RC 部材とアンボンド部材が同じ枠組みで評価できる。

#### 参考文献

- 1) コンクリート標準示方書構造性能照査編, 土木学会, 2002
- 2) Okamura, H. and Higai, T.: Proposed Design Equation for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Web Reinforcement, Proc. of JSCE, No. 300, pp.131-141, 1980.8
- 3) 二羽淳一郎, 山田一字, 横沢和夫, 岡村甫: せん断補強鉄筋を用いない RC はりのせん断強度式の再評価, 土木学会論文集, 第 372 号, V-5, pp.167-176, 1986. 8
- 4) Kani, G. N. J.: The Riddle of Shear Failure and Its Solution, ACI Journal. Proceedings, V.61, No.4, pp.441-467, 1964. 4
- 5) 滝口克己: 付着のある RC 部材と付着のない RC 部材の変形特性・II, 日本建築学会論文報告集, 第 262 号, pp.53-59, 1977. 12
- 6) 池田尚治, 宇治公隆: 鉄筋コンクリートはりのせん断耐荷挙動に及ぼす鉄筋の付着の影響に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 293 号, pp.101-109, 1980. 1
- 7) Kim, W. and White, R. N.: Shear-Critical Cracking in Slender Reinforced Concrete Beams, ACI Structural Journal, V.96, No.5, pp.757-765, Sep./Oct. 1999
- 8) Pimanmas, A. and Maekawa, K.: Control of Crack Localization and Formation of Failure Path in RC Members Containing Artificial Crack Device, J.Materials.Conc.Struct., Pavements, JSCE, No.683/V-52, pp.173-186, Aug. 2001
- 9) 二羽淳一郎・崔益暢・田辺忠顕: 鉄筋コンクリートはりのせん断耐荷機構に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.508, V-26, pp.79-81, 1995. 2
- 10) たとえば Liang, Q. Q., Xie, Y. M. and Steven, G. P.: Topology Optimization of Strut-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure, ACI Structural Journal, V.97, No.2, pp.322-330, Mar./Apr. 2000 など
- 11) Kim, D., Kim, W. and White, R. N.: Arch Action in Reinforced Concrete Beams-A Rational Prediction of Shear Strength, ACI Structural Journal, V.96, No.4, pp.586-593, Jul./Aug. 1999
- 12) Moody, K. G., Viest, I. M., Elstner, R. C. and Hognestad, E.: Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Part 1 - Tests of Simple Beams, ACI Journal. Proceedings, V.26, No.4, pp. 317-332, Dec. 1954
- 13) Ramakrishnan, V. and Ananthanarayana, Y.: Ultimate Strength of Deep Beams in Shear, ACI Journal. Proceedings, pp.87-98, Feb. 1968
- 14) Clark, A. P.: Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams, ACI Journal. Proceedings, V.48, No.2, pp. 145-156, Oct. 1951
- 15) Mathey, R. G., Watstein, D.: Shear Strength of Beams Without Web Reinforcement Containing Deformed Bars of Different Yield Strengths, ACI Journal. Proceedings, V.60, No.2, pp.183-206, Feb. 1963