

論文 オイラー型有限要素法によるフレッシュコンクリート流動解析

富山 潤*1・山田 義智*2・入部 綱清*3・伊良波 繁雄*4

要旨：本研究は、フレッシュコンクリートの流動解析手法の開発を目的とするものである。フレッシュコンクリートの流動挙動をラグランジュ型の有限要素法 (FEM) やフリーメッシュ法 (FMM) で求める場合、流動に伴い変形が大きくなると、要素形状がいびつとなり、解析が破綻する場合がある。FMM においては要素形状の最適化を行いながら計算を行うが、完全とは言えない。そこで本研究では、フレッシュコンクリートの流動解析法として要素を固定したオイラー型有限要素法を採用し、その適用性を検討した。解析例としてダムブレイク、L型フロー試験およびスランプ試験の解析を行い、良好な結果を得た。

キーワード：オイラー型有限要素法、フレッシュコンクリート、流動解析

1. はじめに

本研究は、フレッシュコンクリートの流動解析手法の開発を目的とするものである。フレッシュコンクリートの流動挙動をラグランジュ型の有限要素法 (FEM)^{1),2)}やフリーメッシュ法 (FMM)³⁾で求める場合、流動に伴い変形が大きくなると、要素がいびつな形状となり、要素の体積計算において誤差が大きくなり解析が破綻する場合がある。FMM においては領域内部の要素形状の最適化を行いながら計算を行うが、境界上の表面パッチ形状の最適化を行っていないため、完全とは言えない。また、要素や格子を必要としない粒子法を用いた解析^{4),5)}も行われているが、離散化の性質上、粒子数が少ない場合には精度的な問題がある。

そこで本研究ではフレッシュコンクリートの流動解析法として要素の変形もなく、空間離散化についても実績があるオイラー型有限要素法による解析法を開発した。オイラー型有限要素法で自由境界問題を解く場合、境界面の近似が必要となる。本解析では界面捕捉法としてVOF (Volume of fluid)法を用いた^{6),7)}。また、フレ

ッシュコンクリートの流動モデルとしてビンガムモデルを用いる。しかし、このモデルでは不動時 (ひずみ速度がゼロ) において、応力が不定となるため、解析が不可能である。このため本解析では、不動時を高粘性流体と仮定した図-1に示す bi-viscosity モデル²⁾を用いた。

本論文では、開発した本解析手法の妥当性を示すため、検証例題としてダムブレイク、L型フロー試験およびスランプ試験の解析を行った。

2. 構成モデルおよび解析方法

2.1 フレッシュコンクリートの構成式²⁾

本解析では、フレッシュコンクリートの構成モデルとして非ニュートンモデルであるビンガムモデルを用いる。しかし、このモデルは不動時において、ひずみ速度がゼロであり、応力が不定となるため解析が不可能となる。このことから本解析では構成モデルとして図-1に示す bi-viscosity モデル²⁾を用いた。この構成モデルでは、不動領域を粘性の高い流体と仮定し流動速度を非常に遅くすることで、不動状態を表現している。従って、完全な停止状態にならない。

*1 琉球大学 工学部環境建設工学科助手 博士 (工学) (正会員)

*2 琉球大学 工学部環境建設工学科助教授 博士(工学) (正会員)

*3 琉球大学大学院 理工学研究科 修士 (工学) (正会員)

*4 琉球大学 工学部環境建設工学科教授 博士(工学) (正会員)

このため停止判定として、変形 (L フロー値, スランプ) にほとんど変化が無くなったときを不動とした。

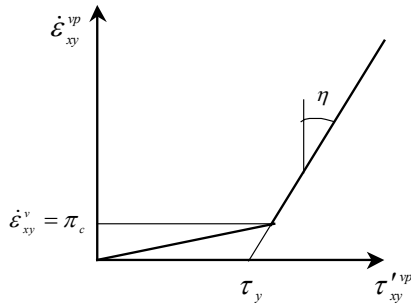


図-1 bi-viscosity モデル

式(1), (2)に流動時, 不動時の構成式を示す。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (2)$$

ここで, τ_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ はそれぞれ応力テンソル, ひずみ速度テンソルである. P は静水圧 (式(5)の圧力勾配項に用いる), δ_{ij} はクロネッカーデルタ, η は塑性粘度, τ_y は降伏値, Π は $2\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ である. また, $\Pi_c = (2\pi_c)^2$ である. なお, π_c は流動限界ひずみ速度であり, 次式で表す。

$$\pi_c = \frac{\beta\tau_y}{\eta} \quad (3)$$

本解析では予備解析の結果を参考にし, π_c が $5 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-3}$ 程度になるように L 型フロ試験の解析では $\beta = 0.01$, スランプ試験の解析では $\beta = 0.001$ とした. なお, β 値は流動特性にも関わっており, その合理的な値の決定は今後の課題である。

2.2 解析方法

(1)有限要素法による流れ解析

非圧縮性と仮定した場合のフレッシュコンクリートの支配方程式は, 式(4)の連続の式と式(1), (2)と連続体の運動方程式から導かれる式(5)および速度・表面力の境界条件で表すことができる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \rho \mathbf{F} - \nabla P + (\eta + \Lambda) \nabla^2 \mathbf{u} + 2\dot{\epsilon}_{ij} \frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} \quad (5)$$

ここで, ρ は密度, \mathbf{u} は速度ベクトル, t は時間である. また, Λ は流動時, 不動時に応じて式(1), (2)の右辺第 2 項に示す次式を用いる。

$$\Lambda = \begin{cases} \eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}} & (\text{流動時}) \\ \eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}} & (\text{不動時}) \end{cases} \quad (6)$$

なお, フレッシュコンクリートの構成式は非線形であるため, 式(5)の右辺第 4 項が生じ, 何らかの非線形の収斂計算が必要であるが, 今回は, 線形と仮定し解析を行った。

また, 流れの計算は有限要素法により行い, 使用した要素は六面体一次要素でボクセルメッシュ (立方体要素) とし, 圧力をゼロ次, 速度を 1 次の補間関数を用いた混合補間法を採用した⁷⁾. 本手法では, 非圧縮流れの各種解析法のうち流速修正法 (MAC 法) を用いて時間積分を行っており⁸⁾, 最終的に次式を解く。

$$C_i^T \mathbf{u}_i = 0 \quad (7)$$

$$M\dot{\mathbf{v}}_i + B(\mathbf{v})_i - C_i p + D\mathbf{v}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{K}_i \quad (8)$$

ここで, M , C_i , C_i^T , $B(\mathbf{u})$, D はそれぞれ, 質量, 勾配, 発散, 対流, 拡散の全体マトリックスである. \mathbf{F}_i , \mathbf{K}_i はそれぞれ体積力ベクトル, 外力ベクトルである。

なお, 本解析コードは, Adventure プロジェクト⁹⁾で開発された非圧縮性流体解析コード AdventureFluid_hex をベースとしている。

(2)VOF 法による自由境界面の表現

本手法では界面捕捉法として VOF 法⁶⁾を用いており, 流体の移動や変形は, 以下の VOF 関数輸送方程式を用いて計算するが, 本解析では VOF 関数の移流をドナー・アクセプター法を用いて解いている⁶⁾。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0 \quad (9)$$

ここで, \mathbf{u} は移流速度ベクトルであり, 上記で述

べた有限要素解析から求まる。また、VOF 関数 F は下記のように表すことができる。

$$\left\{ \begin{array}{l} F = 1.0 \quad : \text{フレッシュコンクリート} \\ F = 0.0 \quad : \text{空気} \\ 0 < F < 1 \quad : \text{自由界面} \end{array} \right. \quad (10)$$

上記の VOF 関数 F を用いて解析に用いる密度 ρ や塑性粘度 η 、また、フレッシュコンクリートの場合、 Λ に関して次式を用いる。

$$\rho = F\rho_l + (1-F)\rho_g \quad (11)$$

$$\eta = F\eta_l + (1-F)\eta_g \quad (12)$$

$$\Lambda = F\Lambda_l \quad (13)$$

ここで、密度 ρ 、塑性粘度 η の添え字 l, g はそれぞれ、フレッシュコンクリート、空気の密度、塑性粘度を表しており VOF 関数 F を用いて容易に自由境界を表現できることを表している。

(3) CFL 条件⁸⁾を利用した速度補正

本流れ解析では各計算ステップで CFL 条件を満足するように計算を行う必要がある。

従来の方法だと CFL 条件を満足しない場合は時間刻みを修正し、計算し直す必要があるため、解析規模が大きくなると計算時間に問題がある。そこで本研究では CFL 条件を満足しない場合の処理として次に示す方法を用いた。

CFL 条件は次式で表すことができる。

$$\frac{u\Delta t}{\Delta l} \leq 1.0 \quad (14)$$

ここで、 Δt は時間刻み、 Δl はボクセルメッシュのサイズである。本手法では、式(15)により係数 R を求め、式(16)に示すように速度 u および時間刻み Δt を R 倍することで、速度および時間刻みを修正し計算し直すことなく CFL 条件の最大値を満足するようにし、計算の効率化を図った。

$$R \frac{u_{\max}\Delta t}{\Delta l} \leq 1.0 \quad (15)$$

$$R \leq 1.0 \cdot \frac{\Delta l}{u_{\max}\Delta t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = R \cdot u \\ \Delta t = R \cdot \Delta t \end{array} \right. \quad (16)$$

ここで、 u_{\max} は速度ベクトルの最大値である。

ただし、解析では、安定性を考慮して R を 0.9

倍して用いた。また、基準となる時間刻みは、極端に大きな値をとることはできず、ある程度小さくとる必要があることを付け加えておく。

3. 数値解析例

ここでは本解析手法の検証を行うために、はじめに粘性流体（ニュートン流体）を対象にした Hirt ら⁶⁾が示したダムブレイクの問題を解析し、次にフレッシュコンクリート（非ニュートン流体）の L 型フロー試験の解析により本手法の L フロー値に対する精度評価を行った。さらにスランプ試験の解析を行い、その結果と実験結果を比較し、本手法の妥当性を検討した。

3.1 ダムブレイクの解析

本手法の検証のためにニュートン流体である粘性流体(水)を対称に Hirt ら⁶⁾が示したダムブレイクの解析を行った。解析モデルとして図-2 に示す領域を用い、解析領域を $2 \times 2 \times 2 \text{cm}$ の要素分割（8000 要素）とした。また、時間刻み $\Delta t = 0.005 \text{(s)}$ で行い、液体と気体の主な物性値を表-1 に示す。

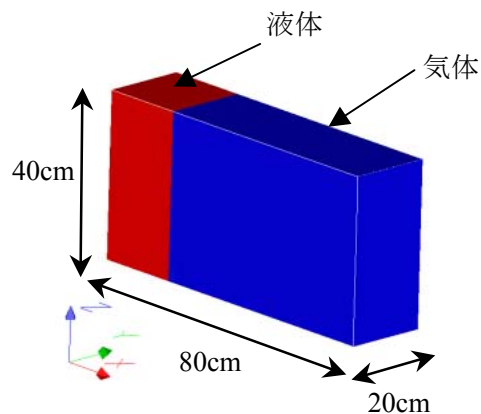


図-2 解析モデルとサイズ

表-1 液体－気体の物性値

	液体(液体)	気体(空気)
密度(kg/m ³)	999.6	1.22
粘性(kg/s·m)	1.0×10^{-3}	1.788×10^{-5}

図-3 に解析結果を示す。また比較のために Hirt ら⁶⁾の実験結果も同時に示した。

図-3 より、本解析結果は、Hirt らの実験結果と良い一致を示しているのが確認でき、本手法のニュートン流体に対する適応性が示された。

なお、体積一定条件については、図-4 からほぼ満足していることが確認できる。

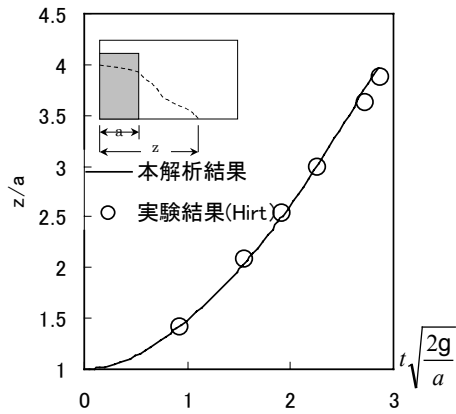


図-3 実験結果との比較

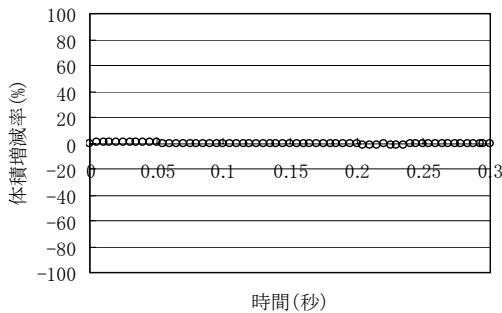


図-4 体積の増減率

3.2 フレッシュコンクリートの流動解析

ここでは、図-5 に示す L 型フロー試験の解析より本手法の L フロー値に対する精度評価を行い、さらにスランプ試験の解析に適用し、実験結果と比較し本手法の妥当性を検討する。

(1) L 型フロー試験

解析例として、塑性粘度を $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ と一定とし、降伏値を変化させ、L フロー値の値による本手法の精度検討を行った。具体的な降伏値を表-2 に示す。また、解析モデルを図-6 に示す ($2\times 2\times 2\text{cm}$ メッシュ)。境界条件は、上面を free 条件で、その他の試験器部分は slip 条件とし、摩擦の影響は無視した。時間刻みは 0.005s とした。

図-7 に解析結果(降伏値と L フロー値の関係)を示す。比較のために宮本ら¹⁰⁾の実験結果の近似直線も併せて示す。また、図-8、図-9 に Case1

と Case4 の流動性状を示す。

図-7 より、本解析より得られた L フロー値は、宮本ら¹⁰⁾の実験値の近似直線と良い一致を示しているのがわかる。

また、本手法がオイラー型の解析手法であるため、変形が大きくなっても安定して解析できており、図-8、図-9 に示す流動挙動は、摩擦の影響を考慮していないため、試験器との接触面で巻き込むような流れは再現できていないが、摩擦の影響を考慮することで実挙動に近い結果が得られると考えられ、今後の課題である。

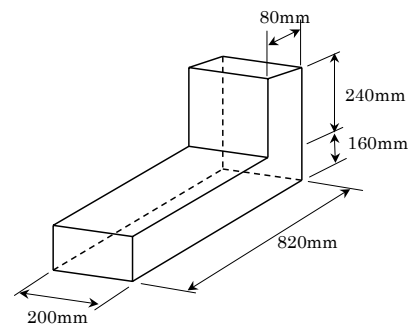


図-5 L 型フロー試験

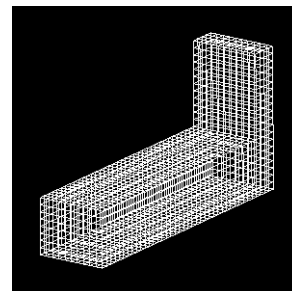


図-6 要素分割図(3680 要素)

表-2 降伏値(Pa)

Case1	Case2	Case3	Case4
25	50	100	125

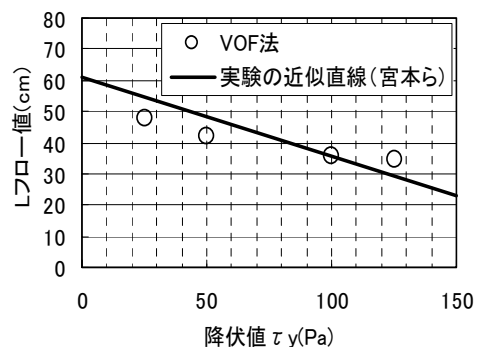


図-7 L フロー値と降伏値の関係



(a) Lフロー値：12cm



(b) Lフロー値：48cm(最終)

図-8 流動挙動(Case1)



(a) Lフロー値：12cm



(b) Lフロー値：35cm(最終)

図-9 流動挙動(Case4)

(2) スランプ試験

ここでは L 型フロー試験に加えて、本解析手法の妥当性を検証するために、スランプ試験の解析を行った。解析は図-10 に示すモデルを用いた(0.5×0.5×0.5cm メッシュ)。解析条件は、塑性粘度を 50Pa・s と一定とし、降伏値を表-3 に示す3ケースで行い、本解析より得られたスランプを水口¹¹⁾の実験結果と比較して本解析法の妥当性を検討した。境界条件は底面を slip 条件

とし、その他は free 条件とした。ここでも L 型フロー試験同様、摩擦の影響は考慮していない。

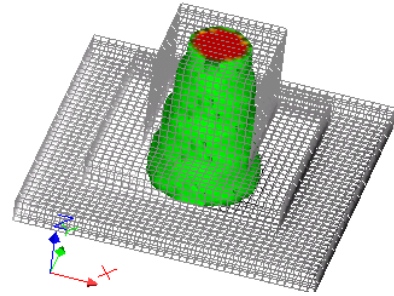


図-10 解析モデル (10052 要素)

表-3 降伏値(Pa)

Case1	Case2	Case3
500	1500	2500

図-11 に本解析より得られたスランプと水口らの実験値の比較を示す。また、図-12 に Case1 の流動性状をそれぞれ示す。

図-11 より、本解析結果は、底面での摩擦の影響を考慮していないが、3 ケースとも水口らの実験結果の範囲にほぼ近似していることが確認できる。また、本解析より得られた流動挙動は、L 型フロー試験の解析同様、変形が大きくなって安定して計算できており、図-12 に示す流動性状は、L 型フロー試験同様に摩擦の影響を無視しているため、底面で巻き込むような流れは再現できていないが、摩擦の影響を考慮することで、より実挙動に近い結果が得られると考えられる。

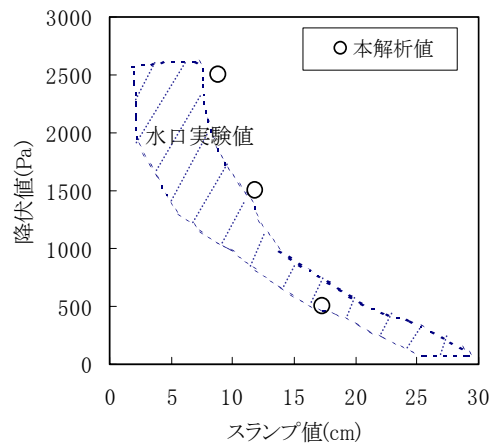
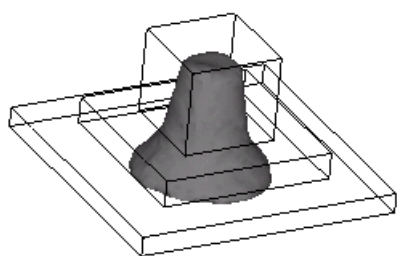
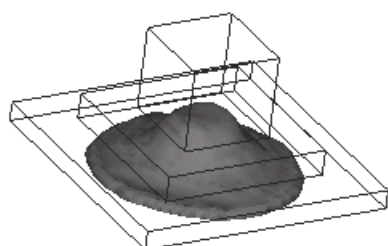


図-11 降伏値とスランプの関係



(a) スランプ : 4.5cm



(b) スランプ : 17.3cm(最終)

図-12 スランプの流動性状

4. まとめ

本研究では、オイラー型有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析手法を開発し、その解析結果の検証を行った。今回得られた結果と今後の課題をまとめると以下の通りとなる。

- (1) 粘性流体(ニュートン流体)を対象とした Hirt らが示したダムブレイクの本解析結果は、実験結果と良好な一致を示した。
- (2) L型フロー試験の解析では、降伏値の異なる4ケースとも宮本らの実験の近似曲線と良好な一致を示した。
- (3) スランプ試験の解析に関しても降伏値の異なる3ケースの解析結果は、水口らの実験結果の範囲にほぼ近似した値を得た。
- (4) 本解析手法では、変形が大きくなっても安定した解析が可能である。

今回の解析では接触面での摩擦の影響を考慮していないため、今後検討を行う必要がある。また、本手法はオイラー型有限要素法を用いているため、配筋を考慮した型枠内の流れにも適用可能であり、今後の課題である。

謝辞 : 本研究を進めるにあたり、東洋大学 中林靖 講師に大変有益なご意見を賜った。ここ

に記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 森博嗣, 谷川恭雄 : 粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析, 日本建築学会構造系論文集, No.374, pp.1-9, 1987.4.
- 2) 山田義智, 桃原睦, 大城武 : 有限要素法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.23, No.2, pp.253-258, 2001.
- 3) 富山潤, 他4人 : フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの流動解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.746, V-61, pp.91-101. 2003.
- 4) 入部綱清, 他3人 : MPS 法による粗骨材を考慮したフレッシュコンクリートの三次元流動解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.26, No.1, pp.1161-1166, 2004.
- 5) 崎原康平, 他3人 : SPH 法によるフレッシュコンクリートの流動解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.26, No.1, pp.1149-1154, 2004.
- 6) C.W.Hirt et al: Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, Journal of Computational Physics, 39,pp.201-225, 1981.
- 7) Yasumoto,A.,Takashima, N. and Hashimoto, C.:A Study of Computer Simulation for Self-Compacting Concrete Flow,2001 Second International Conference Engineering Materials,pp.67-76,2001.8
- 8) 矢川元基, 奥田洋司, 中林靖 : 有限要素法流れ解析, 朝倉出版, 1998.
- 9) <http://adventure.q.t.u-tokyo.ac.jp/jp/>
- 10) 宮本欣明, 山本康弘 : J型フロー試験による高流動コンクリートの流動特性・調査に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.547, pp.9-15, 2001.9.
- 11) 森博嗣, 谷川恭雄 : フレッシュコンクリートの各種コンシステンシー試験に関するレオロジー的考察, 日本建築学会構造系論文集, 第377号, pp.16-25, 1987.7