

# 論文 柱梁接合部内主筋の付着すべり分布を考慮した RC 骨組の履歴挙動解析

齊藤 隆典<sup>\*1</sup>・越川 武晃<sup>\*2</sup>・上田 正生<sup>\*3</sup>・菊地 優<sup>\*4</sup>

**要旨:** 本論文は、著者等が既報にて提案した RC 接合部要素を拡張し、接合部内での主筋の付着すべり分布を表現可能な接合部要素を新たに提案するとともに、主筋の付着特性に影響を与える各種要因を考慮した RC 骨組の材料非線形解析法について報告する。本論では更に、既往の実験結果を対象とした解析例から本解析法の妥当性を検証し、特に繰り返し荷重を受ける接合部内部の主筋の付着すべり分布について考察を行っている。

**キーワード:** 付着すべり, 柱梁接合部, 履歴挙動, 材料非線形解析, 有限要素法, 静的縮約

## 1. はじめに

梁曲げ降伏型の RC 骨組が繰り返し荷重を受ける場合、曲げヒンジ領域となる梁端部における接合部や梁からの主筋のすべり出しが、梁主筋の付着劣化を引き起こす可能性があり、骨組の履歴性能に大きな影響を与えかねない。そのため解析を用いて、この種の構造の耐震性能を精度良く評価するには、構造全体にわたる主筋の付着特性を適切にモデル化することが必要であり、そればかりでなく接合部内部や梁端部における主筋の付着性状を正確に把握することが重要であると考えられる。

著者等は文献1)において、主筋の付着すべりを表現可能な接合部要素を導入した繰り返し荷重を受ける梁曲げ降伏型 RC 骨組の解析法について報告した。本論文は、著者等既往の接合部要素を接合部内部の主筋の付着すべり分布を表現し得るように拡張し、これを導入した梁曲げ降伏型 RC 骨組の材料非線形解析法について報告するものである。本論文ではまず、解析法の基本となる RC 梁・柱要素の有限要素法への定式化と接合部内部の付着すべり分布を表現可能な

接合部要素の構成手法について記述し、次いで、鉄筋の付着応力-すべり変位関係を中心に、この種の部材の履歴挙動を精度良く表現するために採用した材料モデルの概要を示す。更に、既往の実験結果との比較・考察を行い、特に接合部内部の主筋の付着すべり分布について検証している。

## 2. RC 梁・柱要素の有限要素法への定式化

ここでは、本解析法の基本となる付着すべりを考慮した RC 梁・柱要素の有限要素法への定式化について概説する。定式化にあたり設定した基本仮定事項を以下に示す。

- 1) 梁、柱には軸力と曲げが作用するものとする。コンクリート断面には、鉄筋のすべりに拘らず平面保持が成立すると仮定し、この仮定に基づく微小変形理論が適用できる。
- 2) RC 梁・柱断面を、各部材丈方向に層状 ( $n$  層) に仮想分割して取り扱う積層要素で表示する。
- 3) 各層の鉄筋とコンクリート間には、材軸方向の付着すべりが生じ得るものとし、ある位置における個々の鉄筋層のすべり変位は、平面が保

---

\*1 北海道大学大学院工学研究科 大学院生 修士 (工学) (正会員)  
 \*2 北海道大学大学院工学研究科 助手 博士 (工学) (正会員)  
 \*3 北海道大学大学院工学研究科 教授 工博 (正会員)  
 \*4 北海道大学大学院工学研究科 助教授 博士 (工学)

持されるその位置のコンクリート断面からの相対変位で表示できる。

4) 各部材内の個々のコンクリート層と鉄筋層の材料性状は、各要素の各層ごとに、その歪履歴の状態に応じて各解析ステップごとに変化するが、個々の層内では一定の性状を有する。

## 2.1 設定変位場および応力増分・歪増分

### (1) 設定変位場

基本仮定に基づき、この問題の定式化に際し設定しなければならない変位場は、図-1に示すように、要素の軸方向変位  $u$ 、鉛直変位  $w$ 、各部材断面内の鉄筋層 ( $m$  層) のすべり変位  $s_1, \dots, s_m$  の計  $(2+m)$  個の変位である。非線形解析にあたり、これらは増分形式で表示される。

### (2) コンクリート層の歪増分と応力増分

基準軸 ( $x$  軸) から  $z_i$  だけ離れた任意のコンクリート層  $i$  の歪増分  $\Delta\varepsilon_{c_i}$ 、応力増分  $\Delta\sigma_{c_i}$  は次式で表される。

$$\Delta\varepsilon_{c_i} = \frac{d\Delta u}{dx} - z_i \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \quad (1)$$

$$\Delta\sigma_{c_i} = E_{c_i} \Delta\varepsilon_{c_i} \quad (2)$$

但し、 $E_{c_i}$  : コンクリート層  $i$  の接線剛性

### (3) 鉄筋層の歪増分と応力増分

梁・柱断面内に  $m$  層配筋されている鉄筋層のうち、任意の  $i$  層の歪増分  $\Delta\varepsilon_{s_i}$ 、応力増分  $\Delta\sigma_{s_i}$  は次式で表される。

$$\Delta\varepsilon_{s_i} = \frac{d\Delta u}{dx} - h_{s_i} \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta s_i}{dx} \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_{s_i} = E_{s_i} \Delta\varepsilon_{s_i} \quad (4)$$

但し、 $h_{s_i}$  : 鉄筋層  $i$  の基準軸からの鉛直距離、 $E_{s_i}$  : 鉄筋層  $i$  の接線剛性

### (4) 鉄筋層の付着応力増分とすべり変位増分

任意の鉄筋層  $i$  の付着応力増分  $\Delta\tau_{b_i}$  とすべり変位増分  $\Delta s_i$  との間には、次の関係が成立する。

$$\Delta\tau_{b_i} = K_{b_i} \Delta s_i \quad (5)$$

但し、 $K_{b_i}$  : 鉄筋層  $i$  の接線付着係数

## 2.2 RC 梁・柱要素の有限要素方程式

鉄筋の付着すべりを考慮した RC 梁・柱要素のための増分表示された全ポテンシャル・エネルギー汎関数  $\Delta\Pi$  は、次のように表される。

$$\Delta\Pi = (\Delta U_{cn} + \Delta U_{st} + \Delta U_{bs}) - \Delta V \quad (6)$$

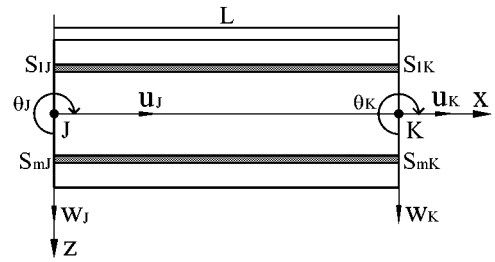


図-1 RC 梁・柱要素

但し、 $\Delta U_{cn}$  : コンクリートに係る内部エネルギー増分、 $\Delta U_{st}$  : 鉄筋に係る内部エネルギー増分、 $\Delta U_{bs}$  : 付着すべりに係る内部エネルギー増分  $\Delta V$  : 外力によるエネルギー増分  
また、要素の各変位増分  $\Delta u$ 、 $\Delta w$ 、 $\Delta s_i$  (但し、 $i = 1 \sim m$ ) の要素内における変位関数をそれぞれ 1 次、3 次、1 次と設定すると、図-1 の要素両節点 J、K における各節点変位ベクトル増分  $\{\delta u\}$ 、 $\{\delta w\}$ 、 $\{\delta s_i\}$  (但し、 $i = 1 \sim m$ ) は各変位増分を用いて次のように表される。

$$\{\delta u\} = \{\Delta u_J \ \Delta u_K\}^T \quad (7)$$

$$\{\delta w\} = \{\Delta w_J \ \Delta\theta_J \ \Delta w_K \ \Delta\theta_K\}^T \quad (8)$$

$$\{\delta s_i\} = \{\Delta s_{iJ} \ \Delta s_{iK}\}^T \quad (9)$$

但し、 $\theta$  : 各節点の回転変位を表す項で、 $\theta = \frac{dw}{dx}$   
先述の式 (6) を式 (7)~(9) で表される各節点変位ベクトル増分に関してそれぞれ変分をとり整理すると、次の有限要素方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{uw}] & [K_{us}] \\ [K_{uw}]^T & [K_{ww}] & [K_{ws}] \\ [K_{us}]^T & [K_{ws}]^T & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta u\} \\ \{\delta w\} \\ \{\delta s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\delta P_u\} \\ \{\delta P_w\} \\ \{\delta P_s\} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

但し、 $\{\delta s\}$  : すべての鉄筋に関する節点すべり変位ベクトル増分、 $\{\delta P_u\}$  : 材軸方向の節点荷重ベクトル増分、 $\{\delta P_w\}$  : 鉛直方向の節点荷重ベクトル増分、 $\{\delta P_s\}$  : すべての鉄筋に関する節点緊張荷重ベクトル増分

## 3. 付着すべり分布を表現可能な接合部要素

RC 骨組における接合部内部の付着すべり分布を表現し得るように、ここでは著者等の既往の接合部要素<sup>1)</sup>について拡張を行う。

図-2 は接合部要素の概要を示したものである。この要素は付着すべりを考慮した RC 梁・柱要素を組み合わせる接合部の骨格を形成し、コンクリート部分が剛体変位するように各節点に拘束条件を設定した要素である。各節点の自由度数は隣接する梁・柱要素と同様で、すべての変位の連続性は保たれており、鉄筋のすべり変

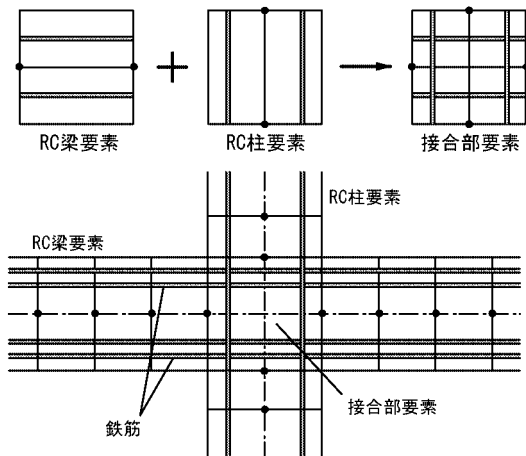


図-2 接合部要素

位についても表示可能である。尚、本論では梁曲げ降伏型 RC 骨組を対象として、接合部内部の付着すべりが RC 骨組全体の变形挙動に及ぼす影響の表現を主体としており、接合部のせん断変形の影響は考慮していない。

次に、接合部内部の付着すべり分布を表現するため、接合部要素に新たに内部節点を付加し、各節点変位を設定する。図-3は接合部要素を構成する RC 梁要素を例として要素内に3節点(図中1,2,3点)を付加して剛体変位する場合を示したものである。内部節点のすべり変位を除く変位には、外部節点(図中j,k点)を結ぶ要素軸線上で各節点軸方向変位、回転変位が同値となるような拘束条件を設定する。また、すべり変位についてはこの設定から独立しており、連続して表現可能である。

上述のように接合部内部の付着すべり分布を表現するために、新たに内部節点を付加するが、この設定により要素の総自由度数は増加することになる。そのため本論では、拡張を加えた接合部要素を既往の解析法に組み込み可能とするため、接合部要素の内部節点変位を外部節点変位に代表させて計算を行い、最終的に内部節点変位を算出可能な静的縮約法を接合部要素に適用し、解析への導入を試みる。図-4は縮約の概要を示したものである。図中の $\{\lambda\}$ は各節点変位をまとめて表示したもので、添え字は節点を示している。ここで、内部節点変位ベクトル

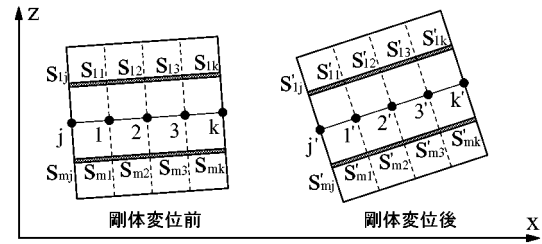


図-3 内部節点を付加した接合部要素

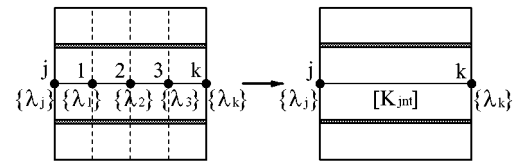


図-4 内部節点の縮約

$\{\lambda_I\}$ 、外部節点変位ベクトル $\{\lambda_E\}$ とすると、それぞれ次のように表すことができる。

$$\{\lambda_I\} = \{\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3\}^T \quad (11)$$

$$\{\lambda_E\} = \{\lambda_j \ \lambda_k\}^T \quad (12)$$

式(11),(12)を前節の式(10)に代入して整理し、内部節点、外部節点とに分けて表示すると、

$$\begin{bmatrix} [K_{II}] & [K_{IE}] \\ [K_{IE}]^T & [K_{EE}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\lambda_I\} \\ \{\lambda_E\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_I\} \\ \{P_E\} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

但し、 $\{P_I\}$ :内部節点荷重ベクトル、 $\{P_E\}$ :外部節点荷重ベクトルと表され、この式から $\{\lambda_I\}$ を消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & ([K_{EE}] - [K_{IE}]^T [K_{II}]^{-1} [K_{IE}]) \{\lambda_E\} \\ & = \{P_E\} - [K_{IE}]^T [K_{II}]^{-1} \{P_I\} \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)は、外部節点変位ベクトル $\{\lambda_E\}$ が節点荷重ベクトルと結びつけられたかたちをしており、

$$[K_{jnt}] = [K_{EE}] - [K_{IE}]^T [K_{II}]^{-1} [K_{IE}] \quad (15)$$

$$\{P_{jnt}\} = \{P_E\} - [K_{IE}]^T [K_{II}]^{-1} \{P_I\} \quad (16)$$

と置けば、内部節点の剛性を含んだ $[K_{jnt}]$ なる剛性マトリクスをもつ、外部節点(図中j,k点)を両節点とする1つの要素に縮約して表される。従って、式(14)を解くことによって $\{\lambda_E\}$ を求めることができ、最終的にこれを式(13)に代入することで、 $\{\lambda_I\}$ についても導き出される。

#### 4. RC 梁・柱要素と接合部要素の材料モデル

図-5、図-6は本論で用いる鉄筋の付着応力-すべり変位関係を示したものである。単調

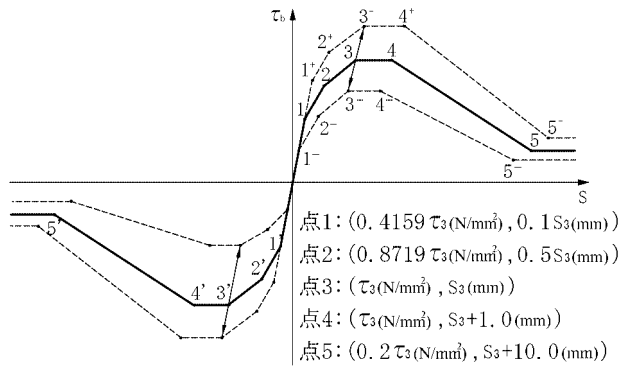


図-5 基本載荷経路と付着強度の増減

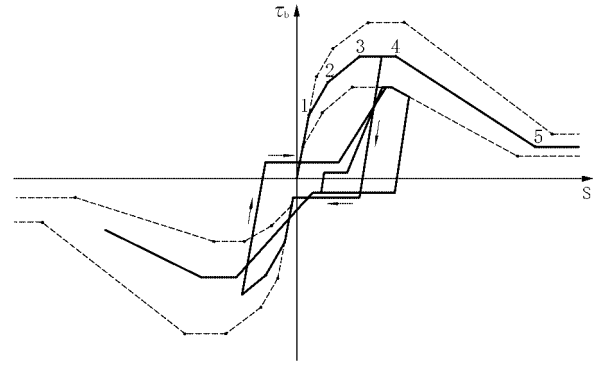


図-6 繰り返し載荷経路

載荷経路には図中点1~5(点1'~5')を通る経路を設定し、点3を付着強度点と仮定する。繰り返し載荷経路には森田等の研究<sup>2)</sup>に基づいてモデル化した除荷、再載荷経路を用いている。

本論では、以上の付着応力-すべり変位関係において、付着強度に影響を及ぼす各種要因を表現可能なLowes等<sup>3)</sup>が提案する付着強度式を採用し、付着強度を算定することにする。この提案式では各種要因が考慮される場合、影響を受け増減した付着強度 $\tau_3$ とその時点でのすべり量 $s_3$ は次式で表される。

$$\tau_3 = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \tau'_3 \quad [N/mm^2] \quad (17)$$

$$s_3 = \tau_3 / 20.0 \quad [mm] \quad (18)$$

$$\tau'_3 = 2.1 \sqrt{f_c} \quad (19)$$

但し、 $\alpha_1$ : コンクリートの応力状態が付着強度に及ぼす影響を表す係数、 $\alpha_2$ : 鉄筋の歪が及ぼす影響を表す係数、 $\alpha_3$ : 鉄筋のすべり量が及ぼす影響を表す係数、 $\alpha_4$ : 鉄筋径が及ぼす影響を表す係数、 $\alpha_5$ : かぶり厚さが及ぼす影響を表す係数、 $f_c$ : コンクリートの圧縮強度  $[N/mm^2]$

但し、Lowes等が付着強度決定に際して参考に行っている付着実験結果は引抜試験によったものであり、本論で主に対象とする曲げ部材の引張側において鉄筋のすべり現象が卓越する両引試験に近いような場合には、提案式が付着強度を過大評価する可能性があるため、本研究では、文献4)を参考に式(19)で表される $\tau'_3$ に提案された値の1/2を設定し、解析を行うことにする。

また、コンクリートおよび鉄筋の応力-歪モデルについては著者等の既報告<sup>1)</sup>と同様であり、その概要について略述すると、コンクリートの

単調載荷時の構成関係については、引張側では引張強度に達するまでは線形弾性が成立し、その後応力を2段階に低減させる1/4モデルを採用する。圧縮側では圧縮強度に達するまでの経路をSaenz式で表示して、圧縮強度以降は直線的に応力減するものとする。

鉄筋の構成関係には単調載荷時はbilinear型の経路を設定し、繰り返し載荷経路については鉄筋降伏後のBauschinger効果をより実現に近いカタチで表現可能なMenegotto-Pintoモデルを採用する。

## 5. 川合等の十字型柱梁接合部実験値との比較

ここでは、川合等<sup>5)</sup>が行った柱梁接合部試験体のうち、梁曲げ降伏型の十字型柱梁接合部試験体I6Cを対象として、実験結果と本解析値との比較を行う。図-7に対象とする試験体の概要と材料性状および要素分割状態を示す。試験体は実大の約1/2スケールの高強度材料を用いたRC柱梁接合部であり、柱に一定の鉛直荷重が加えられた後、反力フレームに組み込まれている。載荷サイクルは層間変形角で制御され、 $2 \cdot 3.3 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 7.5(1/1000rad)$ を1回、 $10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 50(1/1000rad)$ を2回、 $70(1/1000rad)$ を1回として、梁両端に正負交番繰り返し載荷が行われている。解析では、図に示す要素分割を行い、梁・柱断面を29層の層分割、接合部内部節点を10点と設定した。

図-8、図-9にそれぞれ、層せん断力-層間変形角関係における実験値と解析結果を示す。

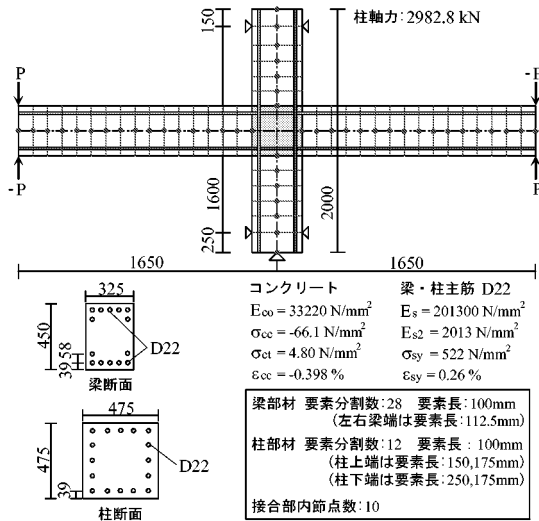


図-7 試験体 I6C の概要および要素分割

図-9の(a)は付着強度に及ぼす影響を考慮した本解析値, (b)はすべての鉄筋のすべり変位を拘束した完全付着解である。図-9中の点線は実験結果を示している。これらから明らかなように, 図-9の(a)本解析値は実験値に比べ, 全体的にスリップ傾向が強く, 特に負方向載荷時における層間変形角 30/1000rad 以降の領域ですべりの増加が顕著に表れており, 急激な耐力低下を示す結果となった。しかしながら, 図-9の(b)完全付着解が実験値に比べより面積の大きな履歴ループを描き, 実験曲線を表現し得ていないのに対して, 本解析値は実験結果を定性的には概ね捉えていると言える。

図-10, 図-11は実験結果および本解析値における梁上端主筋の歪分布を各層間変形角ごとに示したものである。各分布曲線は正方向載荷時のものが表示されている。これらの図に示されているように, 解析結果における歪分布は, 接合部近くの引張側となる梁端部で歪の増大が集中しており, 特に一般的に骨組の終局限界とされる層間変形角 10/1000rad において増大が顕著となっている。実験では, 層間変形角 10/1000rad においても主筋は降伏歪には達しておらず, 本解析値が梁端部における引張側主筋の歪を過大評価している。また, 本来圧縮側となるべき右梁端部に引張歪が表れているが, これは前サイクルの時点で引張側であった右梁端

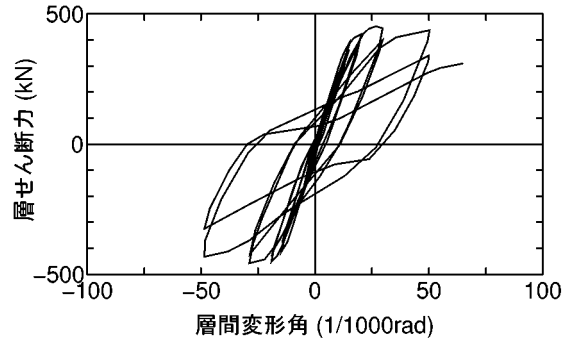
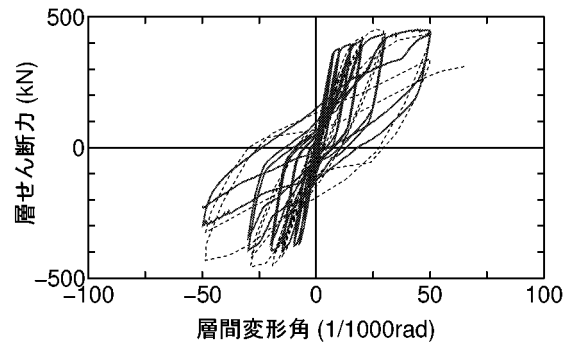
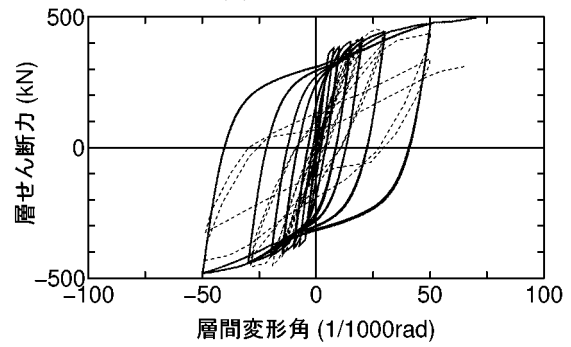


図-8 試験体 I6C の層せん断力-層間変形角関係 (実験結果)



(a) 本解析値



(b) 完全付着の解

図-9 試験体 I6C の層せん断力-層間変形角関係 (解析結果)

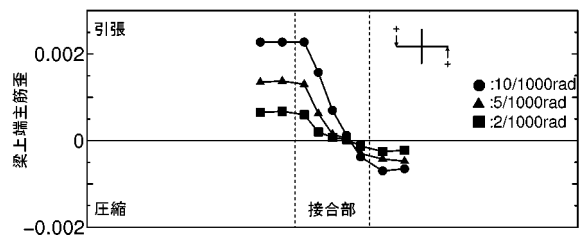


図-10 梁上端主筋の歪分布 (実験結果)

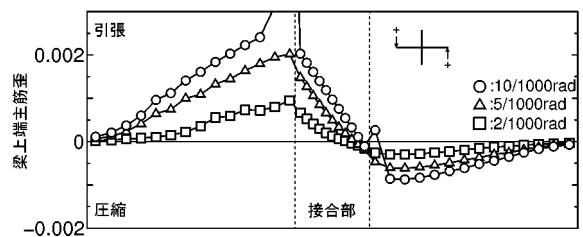


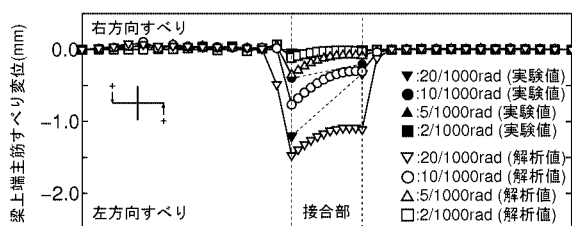
図-11 梁上端主筋の歪分布 (解析結果)

部主筋の歪を過大評価した結果、荷重方向が逆転しても数値計算上では圧縮歪へと転じなかったことに起因したものと考えられる。しかしながら、本解析値で得られた接合部内部の歪分布形状は全サイクルにおいて概ね実験結果を捉えており、サイクル5/1000radまでの分布形状については接合部内、梁内ともに比較的良好に実験値と対応していることが読み取れる。

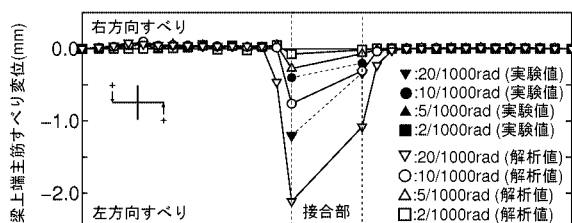
図-12に本解析値における梁上端主筋のすべり分布を正荷重時の各層間変形角で表示したものを示す。図-12の(a)は本解析で提案する内部節点を付加した拡張接合部要素を用いた場合、(b)は著者等既往の接合部要素<sup>1)</sup>を用いた場合を表示しており、図中には同サイクルでの実験結果における接合部端部のすべり量についても示している。尚、本解析では右方向のすべりを正と仮定している。これらの図より(a),(b)ともに、荷重サイクルの進展に伴って主に接合部でのすべりが漸増していく様子を読み取れる。また、接合部端部のすべり量について(a),(b)で比較すると、サイクル10/1000radまでは同様な傾向を示しているものの、サイクル20/1000radでは主筋の抜け出し側となる左端部で特にその相違が認められ、この部分でのすべり量は既往の接合部要素を用いた(b)では実験値の1.76倍であるのに対して、(a)拡張接合部要素では実験値の1.22倍と実験結果により近い値を示している。これは内部節点の付加により、主筋の変形をより細分化して表現することで、拡張接合部要素がより詳細に接合部における主筋のすべり現象を表現したことを示唆している。更に図より(a)では既往のモデルを用いた解析では表現し得ない、主筋の抜け出しと押し込みが起る接合部両端部を結んだ曲線的なすべり分布形状を表現可能であることが分かる。

## 6. まとめ

本論文では、「接合部内主筋の付着すべり分布を考慮した繰り返し荷重を受けるRC骨組の材料非線形解析法」について論じた。即ち、まず



(a) 拡張接合部要素



(b) 既往接合部要素

図-12 梁上端主筋のすべり分布

本解析手法の基本となるRC梁・柱要素の定式化について概述し、次いで接合部内の付着すべり分布を表現可能な接合部要素のモデル化ならびに解析に用いた材料の構成関係について記述した。更に、本解析法による数値計算例を掲げ、既往の実験結果との比較により、本解析法で得られた解が完全付着の解析値に比べてより実験結果に即したRC骨組の履歴ループ形状を表現し得ることを明らかにし、接合部内部を含む主筋の変形状態を表現可能であることを示した。

## 参考文献

- 1) 齊藤隆典, 越川武晃, 上田正生, 菊地優: 柱梁接合部における主筋の付着すべりを考慮したRC平面骨組の履歴挙動解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.27, No.2, pp.73-78, 2005
- 2) 森田司郎, 角徹三: 繰り返し荷重下における鉄筋とコンクリート間の付着特性に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第229号, pp.15-24, 1975.3
- 3) Laura N. Lowes, Jack P. Moehle, Sanjay Govindjee: Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures, ACI Structural Journal, V.101, No.4, pp.501-511, July-August 2004
- 4) CEB-FIP MODEL CODE 1990, Comite Euro-International du Beton, 1990
- 5) 川合拓, 木村秀樹, 岩田昌之, 渡井富喜男: 高強度材料を用いたRC柱梁接合部の力学的性状に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, No.2, pp.1011-1016, 1997