論文　鉄筋コンクリートスラブの長期たわみに及ぼす各種要因の影響

岩田　樹美[*1]・大野　義照[*2]・吉村　満[*3]

要旨：先に提案した鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ計算法を用いて，長期たわみに及ぼすひび割れ，コンクリートのクリープ，乾燥収縮および端部筋の抜出しの影響について検討した。その結果，ひび割れによる影響が一番大きく全たわみの 30～40%を占めること，およびひび割れ耐力の予測が重要であることを示した。また，クリープおよび端部筋の抜出しによる影響は実用的手法で予測可能であることを示した。

キーワード：長期たわみ，スラブ，ひび割れ，クリープ，乾燥収縮，鉄筋の抜出し

1. はじめに

鉄筋コンクリート(以下 RC と略記)スラブは，持続荷重下においてコンクリートのクリープや乾燥収縮等の各種要因の影響を受けたわみが増大する。そのメカニズムについては，既往の研究により明らかにされているが，その予測手法となると，予測精度は高いが計算が煩雑になり，逆に計算が簡単であれば予測精度が低く，精度と実用性を共に満たした手法が確立されていないのが現状である。

筆者らは既報[1)]において，たわみの増大メカニズムを反映させた両端固定支持 RC スラブの長期たわみ算定手法を提案し，その適合性について確認すると共に，特に端部筋の抜出しによる付加たわみの影響について定量的に検討した。この手法は，予測精度は高いが，繰り返し計算が必要であり実用的な手法とは言い難い。

本報告は，提案した長期たわみ計算法（以下繰り返し計算法と呼ぶ）を用いて長期たわみに及ぼす各種要因について検討し，各要因の影響の大きさおよびその傾向を把握すると共に，長期たわみを簡易に予測するのに有効な基礎資料を提示するものである。

2. 長期たわみに影響を及ぼす要因について

長期たわみに影響を及ぼす要因としては，ひび割れによる剛性低下，コンクリートのクリープ，乾燥収縮，および固定支持部からの鉄筋の抜出しを挙げることができる。

クリープと乾燥収縮の影響は，特にひび割れの発生した断面においてその影響が大きく，スラブ断面曲率の増大や固定支持部からの鉄筋の抜出しを増大させることで，たわみの増大の要因となっている。

RC 規準[2)]および告示[3)]においては，長期たわみを弾性たわみに対する倍率で表している。本研究においても，長期たわみ δ_t を上記要因を考慮して，(1)式のように弾性たわみ δ_e に対するたわみ倍率 K で長期たわみを表すこととする。

$$\delta_t = K\delta_e \qquad (1)$$

δ_e：全断面有効剛性（鉄筋の存在を無視）による弾性たわみ

$K = K_{cr} + K_{cp} + K_{sh} + K_s$

K_{cr}：ひび割れによるたわみ倍率

K_{cp}：クリープによるたわみ倍率

K_{sh}：乾燥収縮によるたわみ倍率

K_s：端部筋の抜出しによるたわみ倍率

以下では，(1)式のたわみ倍率を評価することで，各要因の影響の定量的な把握を試みる。

*1　（株）エヌ・ティ・ティ　ファシリティーズ　工修　(正会員)
*2　大阪大学大学院　工学研究科地球総合工学専攻教授　工博　(正会員)
*3　大阪大学大学院　工学研究科地球総合工学専攻

3. 繰り返し計算法の概要

既報[1)]で報告している繰り返し計算法の概要を紹介する。

図-1 に長期たわみ計算フローを示す。不静定構造である両端固定支持スラブに曲げひび割れが発生すると，曲げモーメントの再配分が生じる。再配分後の曲げモーメント分布を決定する条件として両端固定支持で等分布荷重の場合，中央部のたわみ角が 0 になるという回転角の釣り合い式により，端部引張鉄筋の抜け出しによる回転角 θ_s を考慮して次のような条件式が与えられる。

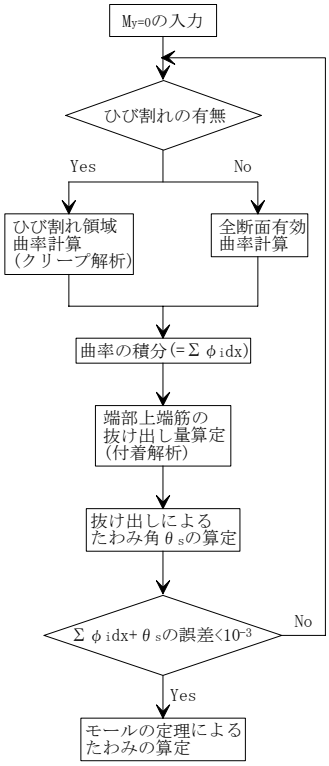

図-1 長期たわみ計算フロー

$$\int_0^{l/2} \phi dx + \theta_s = 0 \qquad (2)$$

ここに，ϕ：曲率，l：スパン長

長期たわみは(2)式を満足するようなモーメント分布に対してモールの定理により計算する。

ひび割れによる剛性低下を考慮するため，ひび割れ耐力（瞬時 M_{crs}，長期 M_{cr}）により全断面有効領域とひび割れ発生領域に分けて曲率計算を行う。ひび割れ耐力は長期的には持続応力や乾燥収縮の影響で見かけ上低下する。そこで M_{cr} は，(3)式のようにクリープ限度を静的強度の70%として考慮し，乾燥収縮を鉄筋が拘束することによる引張応力 σ_{sh} を差し引いたものとした。

$$\left.\begin{aligned} M_{crs}\,(\text{瞬時}) &= 0.56\sqrt{\sigma_B}\,Z \\ M_{cr}\,(\text{長期}) &= \left(0.56\sqrt{\sigma_B}\times 0.7-\sigma_{sh}\right)Z \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

ここに，σ_B：コンクリート圧縮強度，Z：断面係数

作用応力を M とすると，$M > M_{cr}$ のとき，Mean-Stress 法[4)]によるクリープ解析で，$M \leqq M_{cr}$ のとき，全断面有効として曲率を計算する。ひび割れ発生領域においては，ひび割れ間コンクリートの拘束作用を鉄筋ひずみ計算において考慮している。

固定支持部の上端筋の抜出しは，持続荷重下における付着クリープの影響を考慮した付着解析[5)]により計算する。端部筋の抜け出しはスラブ側からの抜け出しもあるが，これはスラブ部分のひび割れによる剛性低下として考慮している。

4. 各種要因に対する検証および考察

3.で説明した繰り返し計算法を用いて，長期たわみに及ぼす各種要因の影響について検討する。

4.1 解析条件

表-1 に解析ケースを，**図-2** に基準断面を示す。基準断面に対して，H（スラブ厚さ），L（スパン），PT（端部上端筋比），W（積載荷重），C（クリープ），S（乾燥収縮），および F（コンクリート強度）の各シリーズごとに要因を変化させて，その長期たわみへの影響を調べる。

表-1　解析ケース

シリーズ	要因	水準
H	スラブ厚さ(mm)	120, 150, 180, 210
L	スパン(m)	3.5, 4, 4.5, 5, 5.5
PT	端部上端筋比(%)	0.44, 0.58, 0.87, 1.12
W	積載荷重(kN/m^2)	1, 2, 3, 4, 5
C	クリープ係数	2.4, 3.2, 4.0
S	乾燥収縮ひずみ(×10^{-4})	3.0, 4.0, 5.0
F	コンクリート強度(N/mm^2)	21, 24, 27, 30

□の数値は基準値を表す

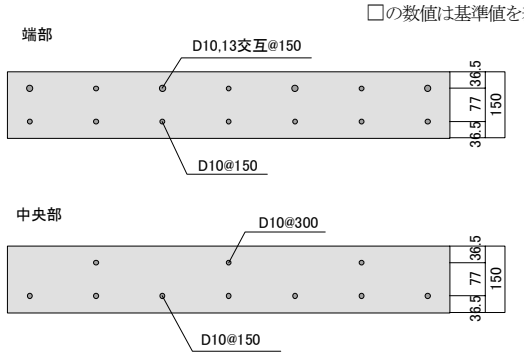

図-2　基準断面

4.2 ひび割れによる影響

繰り返し計算法では，ひび割れの発生を作用応力 M とひび割れ耐力 M_{cr} との比較により判定し，ひび割れが発生すると判定される場合は，ひび割れ発生領域として曲率を計算することで，ひび割れの影響を考慮している。M_{cr} の長期たわみに及ぼす影響を調べるため，H シリーズおよび PT シリーズにおいて，M_{cr} を 0.8 倍，1.0 倍および 1.2 倍とした場合の長期たわみ（それぞれ $\delta_{0.8}$，$\delta_{1.0}$，$\delta_{1.2}$ とする）計算を行った。**図-3** に $\delta_{0.8}$ と $\delta_{1.2}$ の $\delta_{1.0}$ に対する割合と M_{cr}/M_a との関係を示す。M_a は部材に作用する最大曲げモーメントである。M_{cr}/M_a が 0.5 より小さい場合，すなわちひび割れ領域が大きい場合は，M_{cr} の大きさの影響は小さいが，M_{cr}/M_a が 0.5 より大きい場合，すなわちひび割れ領域が小さい場合は，M_{cr} の影響は大きく，$\delta_{1.0}$ に対する比率は 0.6～1.4 となっている。

M_{cr} は乾燥収縮を鉄筋が拘束することによる引張応力度 σ_{sh} を考慮して計算している。クリープ係数，乾燥収縮毎に，H，PT，F シリーズにおいて端部上端側の σ_{sh} を計算し，鉄筋比 p_t との関係を**図-4** に示す。σ_{sh} は，p_t と線形関係にあることから，p_t から簡易に予測できると考えられる。同じ計算条件で，端部上端側の M_{cr} を計算し，瞬時のひび割れ耐力 M_{crs} との比 M_{cr}/M_{crs} と p_t との関係を**図-5** に示す。M_{cr}/M_{crs} は σ_{sh} と同様，p_t と線形関係にある。また，本解析の範囲において M_{cr}/M_{crs} は 0.2～0.6 の範囲にあり，M_{cr} は条件により大きく変化することから，M_{cr} を簡易に精度良く予測することが，長期たわみ予測において重要であるといえる。

ひび割れによる影響を考慮する実用的な手法として，ACI コード 318-83[6]がある。これは，ひび割れによる剛性低下を考慮した(4)式の有効断面 2 次モーメント I_e により剛性評価を行うものである。

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left\{1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right\} I_{cr} \qquad (4)$$

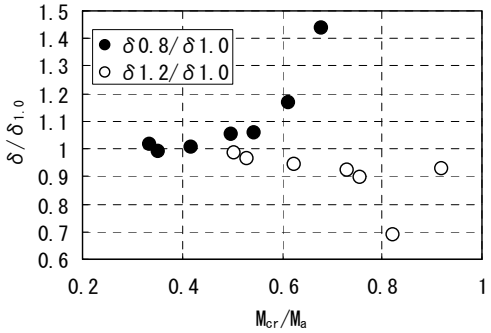

図-3　$\delta/\delta_{1.0}$-M_{cr}/M_a 関係

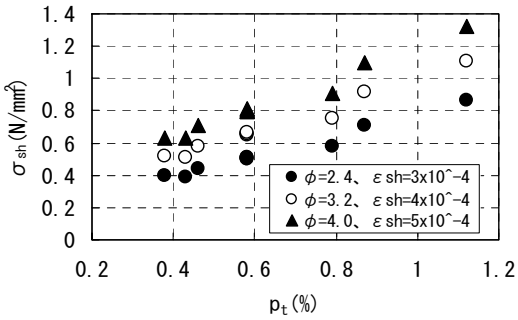

図-4　σ_{sh}-p_t 関係

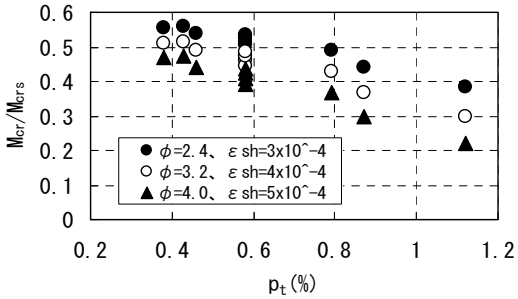

図-5　M_{cr}/M_{crs}-p_t 関係

I_g：全断面有効断面 2 次モーメント（鉄筋の存在を無視）

I_{cr}：ひび割れ断面 2 次モーメント

この I_e を用いてひび割れによるたわみ倍率 K_{cr} を下式により評価できる。

$$K_{cr} = \frac{E_c I_g}{E_c I_e} = \frac{I_g}{I_e} \qquad (5)$$

I_e の適合性を調べるため，(5)式により求められる K_{cr} と繰り返し計算法から求められるたわみ倍率 K_{cr0} との比較を行った。K_{cr} は，端部と中央部の平均値とした。K_{cr0} は，クリープ係数，乾燥収縮を共に 0 として求めた全たわみから端部筋の抜出しによる付加たわみを差し引いて求めたたわみをひび割れによるたわみとして，これ

を δ_e で除して求めた。各 PT シリーズ毎に，H，L，W，F シリーズにおいて求めた K_{cr}/K_{cr0} と M_{cr}/M_a との関係を**図-6** に示す。K_{cr}/K_{cr0} は 1.0 より小さく，M_{cr}/M_a に対して右下がりの傾向を示している。また p_t が小さい程，K_{cr} は小さめの評価になっている。これはひび割れによる剛性低下を考慮する I_e が瞬時たわみを評価する式であり，長期的な鉄筋とコンクリート間の付着クリープによる剛性低下を考慮していない分，I_e が大きめに評価されていることがひとつの理由であると考えられる。I_e を用いてたわみ予測を行うためにはこの点を考慮する必要がある。

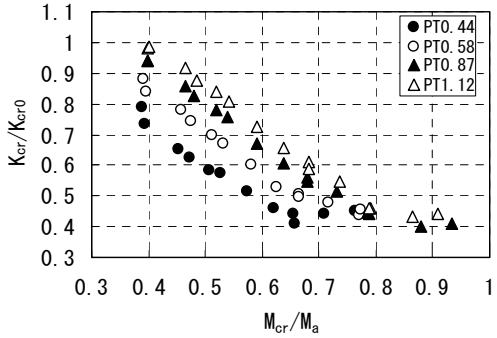

図-6　K_{cr}/K_{cr0}－M_{cr}/M_a 関係

4.3 クリープによる影響

クリープによる影響は，コンクリートの見かけのヤング係数が低下することによる，コンクリート圧縮縁ひずみの増大と中立軸低下に伴う鉄筋応力，すなわち鉄筋ひずみの増大により曲率が増大することによる。

図-7 に繰り返し計算法で求めたひび割れとクリープによるたわみ倍率 $K_{cr}+K_{cp}$ とクリープ係数 ϕ との関係を PT シリーズに対して示す。$K_{cr}+K_{cp}$ は，乾燥収縮ひずみを 0 として求めた全たわみから端部筋の抜出しによる付加たわみを差し引いて求めたたわみをひび割れとクリープによるたわみとして，これを δ_e で除して求めた。$K_{cr}+K_{cp}$ と ϕ は線形関係にあり，p_t が大きくなると小さくなっている。また，本解析の範囲においては，$K_{cr}+K_{cp}$ は 3～9.5 の範囲にある。

クリープによる影響は，(6)式に示す等価ヤング係数法が実用的で精度もよいことから，広く用いられている。

$$E_t = \frac{E_c}{(1+\phi)} \tag{6}$$

E_c：コンクリートのヤング係数

$K_{cr}+K_{cp}$ は実用的には E_t と I_e を用いて下式により評価することができる。

$$K_{cr} + K_{cp} = \frac{E_c I_g}{E_t I_e} = \frac{I_g}{I_e}(1+\phi) \tag{7}$$

(7)式により求めた $K_{cr}+K_{cp}$ の端部と中央部の平均値の繰り返し計算法により求めた $K_{cr0}+K_{cp0}$ に対する比と M_{cr}/M_a との関係を**図-8** に示す。$(K_{cr}+K_{cp})/(K_{cr0}+K_{cp0})$ は 0.8～1.1 の範囲にあり，クリープによる影響によりひび割れのみの影響を表す K_{cr} に比べて差異は小さくなっている。M_{cr}/M_a=0.8 付近で $(K_{cr}+K_{cp})/(K_{cr0}+K_{cp0})$ が最小値を示す傾向は，**図-6** に示す K_{cr} の傾向と一致している。

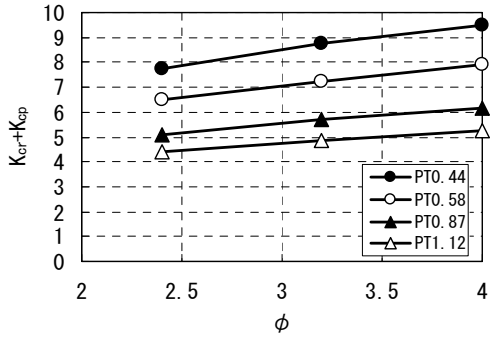

図-7　$K_{cr}+K_{cp}$-ϕ 関係（PT シリーズ）

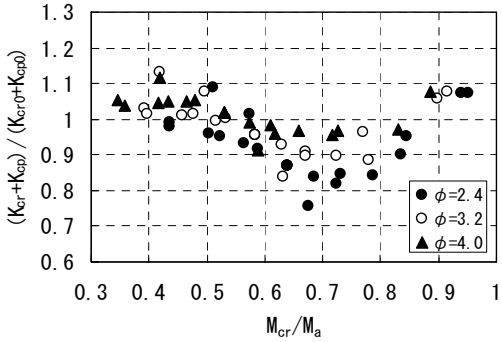

図-8　$(K_{cr}+K_{cp})/(K_{cr0}+K_{cp0})$-$M_{cr}/M_a$ 関係

4.4 乾燥収縮による影響

乾燥収縮による影響は，コンクリート圧縮縁

の収縮によるひずみ増大に対して，ひび割れ断面においては鉄筋ひずみは変わらないことから曲率が増大することによる。

図-9 に，繰り返し計算法で求めた乾燥収縮によるたわみ倍率 K_{sh} と乾燥収縮ひずみ ε_{sh} との関係を PT シリーズに対して示す。K_{sh} は，クリープと乾燥収縮を共に考慮した全たわみからひび割れとクリープによるたわみを差し引いて求めたたわみを乾燥収縮によるたわみとして，これを δ_e で除して求めた。K_{sh} は ε_{sh} と比例関係にあるが，鉄筋比の影響は小さい。また，本解析の範囲において K_{sh} は 0.3～2.7 の範囲にある。

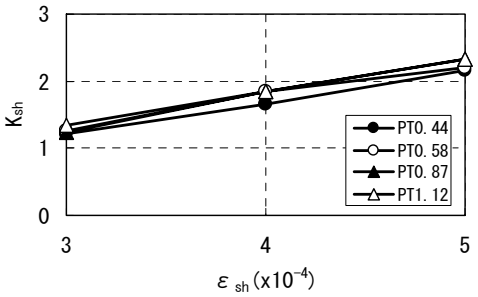

図-9　K_{sh}－ε_{sh} 関係（PT シリーズ）

4.5 端部筋の抜け出しによる影響

既報 [1]で端部筋の抜出しによる付加たわみの影響の大きいことを示した。また固定支持部のモデル化の相違がたわみに及ぼす影響について検討し，端部筋の抜出しは片引きモデルによる付着解析により評価できるとしている。本報告でも，片引きモデルを用いて，鉄筋の抜出しに及ぼす影響について検討する。

鉄筋のすべり量 s に影響を及ぼすと考えられる要因（かぶり厚さ，鉄筋径，付着強度 τ_{y0}）に対して，鉄筋応力 σ_s と s との関係を示したのが**図-10** および**図-11** である。τ_{y0} は，付着解析に使用する鉄筋の付着応力 τ と s の関係をバイリニア曲線にモデル化したときの付着強度を示している [1),5)]。かぶり厚さの影響はほとんど見られないが，鉄筋径および τ_{y0} の影響が見られる。τ_{y0} については，**図-11** より特にその値が小さい時に s が大きくなる影響が見られる [1)]。鉄筋径および τ_{y0} の s への影響評価については，さらに検討が必要である。

s を σ_s と線形関係で近似した線形近似法を既報 [7)]で提案しているが，この方法により求めた s を用いて求めたたわみ倍率 K_s と繰り返し計算法により求めたたわみ倍率 K_{s0} との比較を行った。線形近似法における σ_s は，繰り返し計算法の値を用いた。**図-12** に，K_s/K_{s0} と σ_s との関係を示す。K_s/K_{s0} はほぼ 0.8～1.2 の範囲にあり，σ_s に対して右下がりの傾向を示している。これは，線形近似法では s を σ_s で線形近似していることに起因しているが，スラブ鉄筋として通常用いられる SD295 の長期許容応力度 200N/mm^2 以下の範囲であれば安全側の予測になっている。

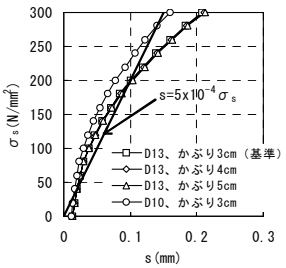

図-10　σ_s-s 関係（鉄筋径，かぶり厚さ）

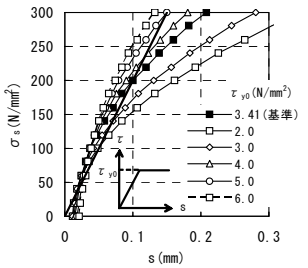

図-11　σ_s-s 関係（τ_{y0}）

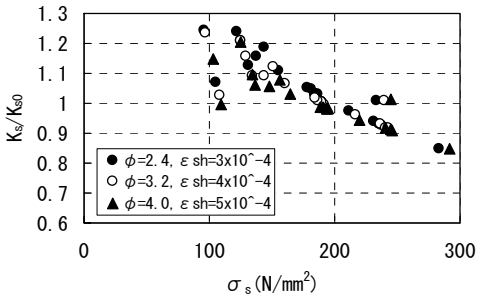

図-12　K_s/K_{s0}-σ_s 関係

4.6 各要因によるたわみの全たわみに対する割合

図-13 は，繰り返し計算法により求めたたわみ倍率 K を各要因毎に整理したものを PT シリーズについて示したものである。同図には，RC 規準解説の方法 [2)]により求めたたわみ倍率も記載している。**図-13** によれば，K_{cr} が 3～6 で K に占め

る割合は30～40%と一番大きくなっている。K_{cp}およびK_{sh}はほぼ2でKに占める割合は15～20%である。K_sは2～4でKに占める割合は20～30%と鉄筋比が小さくなる程大きくなっている。このKに占める各要因の割合は，本解析の範囲では，**図-13**に示したPTシリーズ以外の他のシリーズについても同様の傾向を示している。RC規準によるたわみ倍率は，K_{cr}をひび割れ間コンクリートの拘束作用を無視して求めているため，繰り返し計算法による値に比べて大きくなっている。端部筋の抜出しによる付加たわみを考慮していない分，PTシリーズにおいては全たわみ倍率Kは両者でほぼ同じ値の結果となった。これに対して，Hシリーズにおいて全たわみ倍率Kとスラブ厚さtとの関係を示したのが**図-14**である。スラブ厚さが小さい，すなわちひび割れ領域が大きいと，RC規準によるたわみ倍率は繰り返し計算法による値に比べて小さくなっている。このようにRC規準によるたわみ倍率は，ひび割れ領域が少ない場合は安全側の評価になる場合もあるが，ひび割れ領域が大きい場合は，端部筋の抜出しを考慮していない分，小さくなる傾向にあるといえる。

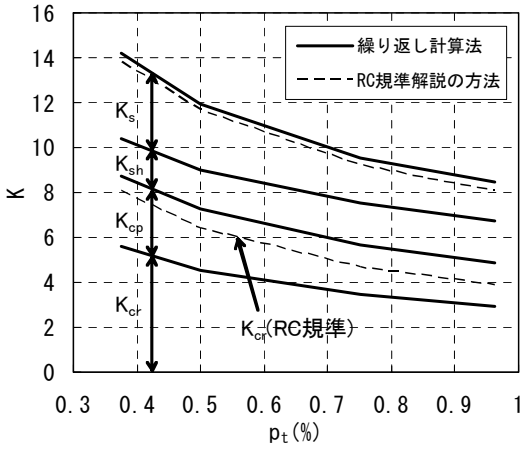

図-13　K－p_t関係（PTシリーズ）

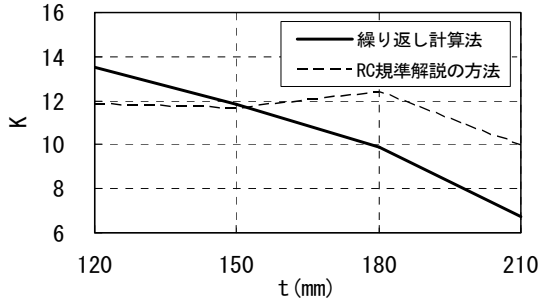

図-14　K－t関係（Hシリーズ）

5. まとめ

ひび割れ，クリープ，乾燥収縮および端部筋の抜出しによるたわみへの影響を調べた結果は以下の通りである。

1）たわみに及ぼすひび割れの影響が大きく，ひび割れモーメントM_{cr}の予測が重要である。

2）クリープによる影響を定量的に示すと共に，等価ヤング係数法による予測が可能であることを示した。

3）端部筋の抜出しによる影響は，線形近似法で予測可能である。

4）各要因のたわみに及ぼす影響は，ひび割れによる影響が一番大きく，全たわみに占める割合は30～40%程度であり，クリープ，乾燥収縮はそれぞれ15～20%，端部筋の抜け出しは20～30%となっている。

5）繰り返し計算法によるたわみ計算値を各要因毎に分解し，それらが実用的手法により予測可能であること（**図-8**，**図-12**）を示し，たわみ倍率は(1)式のように独立した各要因の和として求めることの妥当性を確認した。

「参考文献」

1) 岩田樹美，李振宝，大野義照：端部筋の抜出しを考慮した鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ算定，日本建築学会構造系論文集，第510号，pp.145-152，1998.8
2) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説1999，pp.357-364
3) 告示　平12建告第1459号
4) H.Rusch，D.Jungwirth：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮（百島祐信訳），鹿島出版会，1976
5) 大野義照，李　振宝，鈴木計夫：持続荷重下における異形鉄筋とコンクリート間の付着応力－すべり関係，日本建築学会構造系論文集，第459号，pp.111-120，1994.5
6) ACI Committee 318 : Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83) 1984
7) 李振宝，馬華，岩田樹美，尚自端，大野義照：鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ実用計算法，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.785-786，2000.9